

HuoxueQiaolian
桂壮红皮书系列

丛书主编/陈桂壮



新课标

活学巧练

互动讲练 高效学案

适用于北师大版

必修2

高中数学

课改实验区特高级教师联合编写

中央民族大学出版社



桂壮红皮书系列

HuoxueQiaolian

丛书主编/陈桂壮



新课标

活学巧练

互动讲练 高效学案

适用于北师大版

必

2

修

高中数学

主编：刘向东

中央民族大学出版社

桃子红了



图书在版编目(CIP)数据

活学巧练. 高中数学. 3: 必修②/刘向东编. —北京: 中央民族大学出版社, 2006. 10
ISBN 7-81056-224-X

I. 活... II. 刘... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 116616 号

书 名: 活学巧练 高中数学·必修②(适用于北师大版)

著作责任者: 刘向东 主编

责任编辑: 益扬

标准书号: ISBN 7-81056-224-X/G·415

出版发行者: 中央民族大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村南大街 27 号 100081

电 话: 68472815(发行部) 68932218(办公室)

传 真: 68932751(发行部) 68932447(办公室)

发 行 者: 全国各地新华书店

印 刷 者: 北京隆昌伟业印刷有限公司

880 毫米×1230 毫米 大 16 开 187.5 印张 2888 千字

2006 年 10 月第 1 版 2006 年 10 月第 1 次印刷

定 价: 239.80 元



致

读者

“桂壮红皮书系列”之高中新课标《活学巧练》同步用书，依据最新课程标准和最新教材，组织课改实验区特高级教师潜心编写，全书凸现课标理念，采取学案和讲练对照编排，讲解精辟，精编习题，答案翔实。

具体特点如下：

1. 从基础到能力分层讲练，按要点知识——思维能力——综合探究逐级提升，注重对你能力的培养。
2. 每个重点难点，能力点，综合点在右栏配有一定的针对训练，帮你掌握所学知识，拓展思维，达到活学巧练，学以致用的目的。
3. 全书所选题目新、活、精，紧扣教材知识，指向高考，分梯度设计，便于你结合自己的实际情况进行选用，答案详细准确。

第 1 章 立体几何初步

1.1 简单几何体

自主感知 激趣诱思 蓄势待发



情境联想导入

结合生活生产实际，给你一段与本节知识密切相关的情境资料，让你在情境中学习本节知识。



思维起点落实

按照自主性学习的要求，通过完成填空来梳理本节的基本概念、公式，培养你的自学能力。



问题立意

针对左栏的情境资料，遵循问题立意的原则，设置引发思考的问题，让你循着问题进入本节知识的学习。



零点启动

针对本节的基本概念、公式设置最基础的练习，检验你自学的效果。

互动探究 一边活学 一边巧练



要点知识突破

将知识问题化，通过对问题探究性的解答，解决本节重点难点问题，体现“活学”。



思维能力拓展

破解能力点，利用一题多解、一题多变、教材习题变式等形式，拓展你的思路，培养你的解法方法和思维能力。



综合探究创新

将本节知识与学过的知识有机地结合起来，以案例的形式讲解，提高你的综合探究能力和创新能力。



针对训练

针对左栏的知识要点、能力点、综合点进行设置，选编注重基础性、全面性，满足你学思练的需要。

递进演练 层层推进 点点过关

分层训练、能力练、综合等三个递进性题目，让你在学习过程中既能锻炼解题能力，又能体验到过关的乐趣。

导查目标

针对左栏题目给出考查的知识点，让你练习有重点，补漏有方向。

章末整合 科学归纳 层层拓展



体系自主构建

用图表结构梳理本节知识，展示知识内在联系，便于你理解记忆，掌握知识体系的规律。



热点专题归纳

归纳出本章近两年高考出现的热点知识，用案例分析的形式进行讲解，让你感悟高考。



素质能力测试

结合本章知识设置一套综合训练题，考查你对本章知识掌握的程度，提高你的综合素质，促进你全面发展。



相关知识链接

选择与本章知识密切相关的最新资料，拓宽学生的视野，丰富学生的知识。

活学巧练 梦想实现

高考状元谈桂壮红皮书



姓名:陈旭晨 性别:男
浙江省文科状元 籍贯:浙江省舟山市
身份证号码:33020219970416676
现就读于:北京大学法学院实验班
原就读学校:浙江省舟山市中学

你使用过桂壮红皮书,能不能结合自己的中学生活谈谈它对你的帮助?

在中学的学习生活阶段,“桂壮红皮书”给了我极大的帮助。从步入初中的校门开始,我就在老师的推荐下使用桂壮红皮书,直至用到高考结束。自始至终,“桂壮红皮书”一直是我的学习生活中的良师益友。它一方面帮助我全面掌握基础知识,另一方面还帮助我把握学习规律,总结出一套适合自己的学习方法,极大地开阔了自己的视野与思路,不仅对迫在眉睫的高考有利,而且有利于我们将来适应这个知识型、终身学习型的社会。“桂壮红皮书”作为一套系列丛书,它每一阶段都有其鲜明的特点。比如高一和高二《活学巧练》最鲜明的特色是:活——题型活,新——材料新,透——讲解透,变——观念变;高三的《活学巧练》高考复习第一轮和第二轮丛书的鲜明特色则可以概括为“信息及时准确,素质能力并举”。在高考中,我能取得这样的好成绩,“桂壮红皮书”可谓功不可没。

陈旭晨真实地写每一页

每天进步一点点 陈旭晨



姓名:陈业玲 性别:女
广西理科状元 籍贯:广西全州县
身份证号码:450221199203161628
现就读于:北京大学光华实验班
原就读学校:广西柳州中学

你使用了这么长时间的“桂壮红皮书”,你觉得它有什么鲜明的特色呢?

“桂壮红皮书”的特色还是很鲜明的。简单来说,可概括为物美价廉、内容翔实、编排精美、实用性强。“桂壮红皮书”包括初中、高中教学的各种配套用书,有同步辅导书,有中考、高考总复习用书,还有配合高考第一、二轮复习的《全程复习卷》、《专题复习卷》,高考模拟用的《全国名校最新模拟卷》,高考冲刺用的《全国名校大联考冲刺卷》、《全国名校特快信息卷》、《全国名校权威预测卷》和《全国名校考前押题卷》等八套试卷,先按知识点讲解,再按专题讲解重难点,又用适量的高质量试题反复操练,使我们既能牢固掌握基础知识,又能提高思维应变能力,在巩固知识和提高成绩方面有很强的实用性;同时,她的知识点基本没有错误,字词标点的差错率极低。所以说,“桂壮红皮书”系列丛书是值得师生们信赖的朋友。

做好眼前清楚的事情,不要太过远眺望远方
陈业玲



姓名:刘亚森 性别:男
天津市文科状元 籍贯:天津市静海区
身份证号码:31312419970718403X
现就读于:北京大学光华实验班
原就读学校:王口中学

你认为“桂壮红皮书”系列图书有哪些方面是最值得你佩服的?

我觉得“桂壮红皮书”最让人佩服的就是它的权威性。对于一个高中生来说,他最大的愿望就是通过“十年寒窗苦读”能够

换来“金榜题名时”。“桂壮红皮书”的目标与我们学生的目标是一致的,它的高考导向性非常强,所有的高考总复习资料都瞄准高考,而且预测相当准确。因为参与编写“桂壮红皮书”的作者如封面所列的大都是来自全国各地著名重点中学和教学第一线特级教师,他们有丰富的教学经验,对教材有深刻的理解,对高考命题规律有深入的研究,所以,“桂壮红皮书”的高考总复习丛书预测命中率特别高,获得了广大一线教师的一致好评。与其他同类书相比它有着无可替代的作用。它的教材同步辅导等丛书也同样具有很强的高考导向性,丛书根据最新教材内容、最新考试要求和考试信息,并结合学科的重要知识点展开讲解和练习,帮我们在高一、高二阶段打下了坚实的基础。

三年可夺帅也,匹夫不可夺志也

刘亚森



姓名:陈和 性别:女
上海市理科状元
原就读学校:上海中学
现就读于:北京大学文实实验班

能谈谈“桂壮红皮书”对你备战高考有哪些帮助吗?

“桂壮红皮书”除了编排形式新颖、体例规范、内容精当之外,它的习题答案非常准确,详解和提示的步骤都非常清晰,开阔了我的思路,启发了我的思维,有利于我总结所学知识,提高解题技巧。我参加高考时就是受到它的启发,答案尽量简洁准确。这使我的高考答卷出错率极低,干净整洁,我相信这从视觉上就给阅卷老师留下了良好的第一印象;再加上我的良好发挥,取得好成绩就是很自然的了。所以,在这里,我要衷心感谢“桂壮红皮书”!

If you believe you can,
then you can. 陈和



姓名:赵威 性别:男
湖北理科状元 籍贯:湖北省咸宁市
身份证号码:43102119971026414
现就读于:清华大学信息学院
原就读学校:咸宁中学

在众多的同类教辅图书中,你为什么偏偏选择了“桂壮红皮书”呢?

从初中开始,老师就推荐我们使用“桂壮红皮书”,它既与教材同步,又有课外拓展,既有知识讲解,又有方法指导。在巩固知识和提高成绩方面有着较强的实用性,价格还不算高,可以说是“物美价廉”,我使用后就不爱不释手了。从那以后,不用老师推荐,我就根据自己的学习进度选用“桂壮红皮书”。果然,它没有令我失望,自从使用“桂壮红皮书”后我的成绩节节上升,一直保持在学校前几名的位置。其他同学受我的影响也纷纷开始使用“桂壮红皮书”系列了。“桂壮红皮书”精要的讲解和分析,配以典型的例题,然后通过适量速度的“活题巧练”巩固所学的知识,练习解题的方法和技能,最后还配有高考真题实战模拟,真正达到了“学——练——考”的完美统一。所以,我选,选择“桂壮红皮书”没错。

他强由他强,清风拂山岗。

他横任他横,明月照大江。 赵威

……因受版面限制,不再一一列举,请广大读者见谅!

读 者 建 议 书

亲爱的读者,为了增进我们之间的相互了解与交流,以便我们今后为您提供更优质的图书和服务,请您认真填写下列表格并邮寄回我处。感谢您的支持!

地址:北京市海淀区西外大柳树路2号 桂壮红皮书(收) 邮编:100081

姓 名	电 话	班 级	任课老师
学 校		电 话	老师电话
地 址			邮 编
书名	学科	版本	售书单位

1. 您购买本书的理由是:

☐ 老师介绍	☐ 别人推荐	☐ 同学都买	☐ 价格便宜
☐ 体例很好	☐ 内容很好	☐ 答案详细	☐ 其他原因
2. 您对本书的总体印象是:

☐ 很好	☐ 好	☐ 一般	☐ 差	☐ 很差
-----------------------------	----------------------------	-----------------------------	----------------------------	-----------------------------
3. 本书的知识性错误:

☐ 没有	☐ 很少	☐ 较少	☐ 较多	☐ 很多
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------
4. 本书的价格:

☐ 很高	☐ 偏高	☐ 合理	☐ 较低	☐ 很低
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------
5. 本书与您的学习:

☐ 同步	☐ 基本同步	☐ 不同步
-----------------------------	-------------------------------	------------------------------
6. 本书的习题量:

☐ 太多	☐ 适中	☐ 太少
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------
7. 习题的难易程度:

☐ 太难	☐ 较难	☐ 适中	☐ 简单	☐ 太简单
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	------------------------------
8. 本书的封面设计:

☐ 很好	☐ 好	☐ 一般	☐ 不好
-----------------------------	----------------------------	-----------------------------	-----------------------------
9. 本书最好的栏目是: _____
10. 本书最差的栏目是: _____
11. 本书需要改进的地方是: _____
12. 本书编排错误的地方是: _____
13. 您最喜欢的辅导书是:

☐ 侧重知识分析	☐ 侧重方法指导	☐ 侧重新题训练
☐ 答案十分详细	☐ 面面俱到、应有尽有	
☐ 考试的内容有,不考试的内容没有	☐ 其他	
14. 您认为一本好的教辅书应该是什么样的?就本书而言,您认为作哪些方面的调整会对您的学习提供更有
 益的帮助? _____

15. 请您列举一下您及您的同学最喜欢、最常用的教辅书的名字,并说说您的理由。



第一章 立体几何初步.....	(001)
1.1 简单几何体	(001)
1.2 三视图	(010)
1.3 直观图	(010)
1.4 空间图形的基本关系与公理	(015)
1.5 平行关系	(024)
1.6 垂直关系	(031)
1.7 简单几何体的面积和体积	(039)
1.8 面积公式和体积公式的简单应用	(039)
章末整合	(046)
阶段性测试(一).....	(051)
第二章 解析几何初步.....	(053)
2.1 直线与直线的方程	(053)
2.1.1 直线的倾斜角和斜率	(053)
2.1.2 直线的方程	(058)
2.1.3 两条直线的位置关系	(065)
2.1.4 两条直线的交点	(065)
2.1.5 平面直角坐标系中的距离公式	(071)
2.2 圆与圆的方程	(077)
2.2.1 圆的标准方程	(077)
2.2.2 圆的一般方程	(077)
2.2.3 直线与圆、圆与圆的位置关系	(082)
2.3 空间直角坐标系	(089)
章末整合	(095)
阶段性测试(二).....	(101)
终结性测试	(102)
答案与导解	(104)

第一章 立体几何初步

1.1 简单几何体

自主感知 基础情景 蓄势待发



情境联想导入

观察以下图形及实物(如图 1.1-1),回答右边的问。

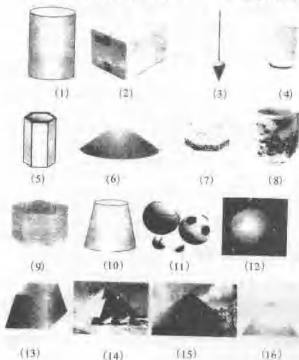


图 1.1-1



问题立意

① 根据你自己的生活经验以及它们的形状,将它们分类。

② 你分类的标准是什么?



思维起点落实

① 以半圆的直径所在的直线为_____,将半圆旋转所形成的_____叫做球面,球面所围成的几何体叫做_____,简称球。半圆的圆心叫做_____,连接_____和球面上任意一点的线段叫做球的半径,连接球面上两点并且过球心的线段叫做球的_____。

② 一条平面曲线绕着它所在的平面内的一条定直线旋转所形成的曲面叫做_____;封闭的旋转面围成的几何体叫做_____。

③ 地球的经线是端点为南北极点的_____,纬线是_____,纬线圈所在平面与过南北极的直径_____,用一个平面去截一个球,截面是_____,球面被经过球心的平面截得的圆叫做_____,在球面上,两点之间最短连线的长度,就是经过这两点的大圆在这两点间的一段劣弧的长度。



零点启动

① 一个正方体内接于一个球,过球心作一截面,则截面的可能图形如图 1.1-2 是()

- A. (1)(3) B. (2)(4)
C. (1)(2)(3) D. (2)(3)(4)

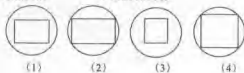


图 1.1-2

我们称这段弧长为两点的_____。

- ④ 分别以矩形的一边、直角三角形的一条直角边、直角梯形垂直于底边的腰所在的直线为旋转轴,其余各边旋转而形成的曲面所围成的几何体分别叫做_____,在旋转轴上这条边的长度叫做它们的_____,垂直于旋转轴的边旋转而成的圆面叫做它们的_____,不垂直于旋转轴的边旋转而成的曲面叫做它们的_____,无论转到什么位置,这条边都叫做侧面的_____。

⑤ 若干个平面多边形围成的几何体叫做_____,其中棱柱、棱锥、棱台是_____。

- ⑥ 两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且相邻两个四边形的公共边都互相平行,这些面围成的几何体叫做_____,这两个互相平行的面叫做棱柱的_____,其余各面叫做棱柱的_____,两个面的公共边叫做棱柱的_____,其中两个侧面的公共边叫做棱柱的_____,底面多边形与侧面的公共顶点叫做棱柱的_____,与两个底面都垂直的直线夹在两底面间的线段长叫做棱柱的_____。

⑦ 侧棱不垂直于底面的棱柱叫做_____,侧棱垂直于底面的棱柱叫做_____,底面是正多边形的直棱柱叫做_____。

- ⑧ 有一个面是多边形,其余各面是有一个公共顶点的三角形,这些面围成的几何体叫做_____,这个多边形叫做棱锥的_____,其余各面叫做棱锥的_____,相邻侧面的公共边叫做棱锥的_____,各侧面的公共点叫做棱锥的_____,过顶点作底面的垂线,顶点与垂足间的线段长叫做棱锥的_____,正棱锥的侧面是全等的等腰三角形,它底边上的高叫做正棱锥的_____。

- ⑨ 用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面与截面之间的部分叫做_____,原棱锥的底面和截面叫做棱台的_____,其他各面叫做棱台的_____,相邻侧面的公共边叫做棱台的_____,与两个底面都垂直的直线夹在两底面间的线段长叫做棱台的_____,正棱台的侧面是全等的等腰梯形,它的高叫做正棱台的_____。

② 下列命题中的假命题是()

- A. 以矩形的一边所在直线为旋转轴,其余三边旋转形成的曲面所围成的几何体叫圆柱
B. 以直角三角形的一条边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的曲面围成的几何体叫圆锥
C. 以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的曲面围成的几何体叫圆锥
D. 以等腰三角形的底边上的高所在直线为旋转轴,其余各边旋转形成的曲面围成的几何体叫圆锥

③ 下列命题中正确的是()

- A. 有两个面平行,其余各面都是四边形的几何体叫棱柱
B. 有两个面平行,其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱
C. 有一个面是多边形,其余各面都是三角形的几何体叫棱锥
D. 有一个面是多边形,其余各面都是有一个公共顶点的三角形的几何体叫棱锥

- ④ 一个五棱柱如图 1.1-3 所示,这个棱柱的底面是_____,侧棱是_____。

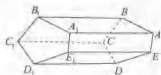


图 1.1-3

互动探究 一边活学 一边巧练



要点知识突破

知识点 一 球的概念

探究 1 球的截面具有什么样的性质?

✓ $R^2 - d^2$, 其中 r 为截面圆半径, R 为球的半径, d 为球心 O 到截面圆的距离,即 O 到截面圆圆心 O' 的距离,如图 1.1-4.

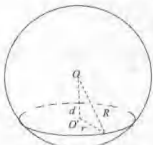


图 1.1-4

探究 2 怎样正确理解球面距离?

球面上两点间的球面距离,必须是在球的过此两点的大圆中求此两点所对应的劣弧的长度,不能在过此两点的球的小圆中求劣弧的长,是大圆的一段劣弧的长,而不是大圆的弦的长。



针对训练

训练 1

① 下列命题正确的是()

- ① 过球面上任意两点只能作球的一个大圆; ② 球的任意两个大圆的交点的连线是球的直径; ③ 用不过球心的截面截球,球心和截面圆心的连线垂直于截面; ④ 球是与定点的距离等于定长的所有点的集合.
A. ①②③ B. ②③④
C. ③④ D. ②④

注意:球面与球体是有区别的,球面仅仅是指球的表面,是半圆中的圆弧这条曲线旋转而成的曲面,而球体不仅包括球的表面,同时还包括球面所包围的空间,它是“半圆面”旋转而成的几何体,即球面可认为内部是空的,而球体内部是实的。

知识点二 圆柱、圆锥、圆台的概念

探究1 圆柱的结构特征是什么?

①定义:以矩形的一边所在的直线为旋转轴,其余各边旋转而形成的曲面所围成的几何体叫做圆柱。

②圆柱的高:在旋转轴上这条边的长度,叫做圆柱的高。

③圆柱的底面:垂直于旋转轴的边旋转而成的圆面叫做圆柱的底面。

④圆柱的侧面:不垂直于旋转轴的边旋转而成的曲面叫做圆柱的侧面。

⑤圆柱的母线:无论旋转到什么位置,不垂直于轴的边都叫做圆柱的母线。

⑥圆柱的表示:用表示它的轴的字母表示。

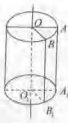


图 1.1-5

如图 1.1-5,可记为圆柱 COO_1 ,其中, OO_1 是该圆柱的轴; $\odot O$ 和 $\odot O_1$ 是该圆柱的底面; AA_1 和 BB_1 都是该圆柱的母线。

探究2 圆锥的结构特征是什么?

①定义:以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆锥。

②圆锥的高:在轴上的这条边的长度叫做圆锥的高。

③圆锥的底面:垂直于轴的边旋转所成的圆面叫做圆锥的底面。

④圆锥的侧面:三角形的斜边绕轴旋转所形成的曲面叫做圆锥的侧面。

⑤圆锥的母线:无论旋转到什么位置,斜边所在的边都叫做圆锥的母线。

⑥圆锥的记法:用表示它的轴的字母表示。

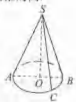


图 1.1-6

如图 1.1-6,圆锥 SO 中, SA,SB,SC 等都是该圆锥的母线; SO 是该圆锥的轴; $\odot O$ 是该圆锥的底面;平面 SAB 是经过轴的一个截面,简称为圆锥的轴截面。

探究3 圆台的结构特征是什么?

①定义:以直角梯形中垂直于底边的腰所在的直线为旋转轴,其余各边旋转一周而形成的曲面所围成的几何体叫做圆台。

②圆台的高:在轴上的这条边的长度叫做圆台的高。

③圆台的底面:垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆台的底面,圆台有两个底面,分别叫做圆台的上底面和下底面。

④圆台的侧面:不垂直于轴的边旋转而成的曲面叫做圆台的侧面。

⑤圆台的母线:无论旋转到什么位置,不垂直于轴的边都叫做圆台的母线。

⑥圆台的记法:用表示轴的字母表示。



图 1.1-7

如图 1.1-7,圆台 OO' , AA',BB',CC' 都是圆台的母线, OO' 是该圆台的轴; $\odot O$ 和 $\odot O'$ 都是圆台的底面,其中 $\odot O$ 是圆台的下底面, $\odot O'$ 是圆台的上底面;平面 $BCC'B'$ 是经过轴的一个截面,简称为圆台的轴截面。

训练2

2. 下列命题:

①在圆柱上,下底面圆周上各取一点,则这两点的连线是圆柱的母线; ②圆锥顶点与底面圆周上任意一点的连线是圆锥的母线; ③在圆台上,下底面圆周上各取一点,则这两点的连线是圆台的母线。

其中正确命题的个数为()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

3. 判断下列几何体是不是台体(如图 1.1-8),并说明为什么。

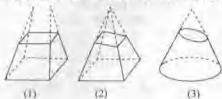


图 1.1-8

注意: (1) 圆柱、圆锥、圆台是从平面图形旋转来定义的, 由于用来旋转的平面图形不同, 从而得到三种不同的旋转体, 但即使对于同一种平面图形, 由于旋转的方式 (选择的旋转轴不同) 不同, 也会得到不同的几何体, 因此就圆锥的形成过程来说, 不能简单地以直角三角形的一边为轴旋转形成的几何体叫圆锥, 也不能说以直角梯形的一腰为轴旋转形成的几何体叫圆台, 必须具体指出以哪条边为轴才可以。

(2) 因为圆台也可以看作是由圆锥用平行于底面的平面截得, 所以圆台的母线延长后会交于一点, 还原为圆锥状, 这个交点便是圆锥的顶点。

知识点 (三) 棱柱

探究 1 棱柱的结构特征是什么?

(1) 棱柱的定义: 两个面互相平行, 其余各面都是四边形, 并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行, 这些面所围成的几何体叫做棱柱。

(2) 棱柱的底面: 两个互相平行的面叫做棱柱的底面。

(3) 棱柱的侧面: 其余的各面叫做棱柱的侧面。

(4) 棱柱的棱: 两个面的公共边叫做棱柱的棱。

(5) 棱柱的侧棱: 相邻两个侧面的公共边叫做棱柱的侧棱。

(6) 棱柱的顶点: 底面多边形与侧面的公共顶点叫做棱柱的顶点。

(7) 棱柱的高: 与两个底面都垂直的直线夹在两底面间的线段长叫做棱柱的高。

探究 2 棱柱是如何分类的?

①按底面多边形的边数分类, 可分为三棱柱、四棱柱、五棱柱……

②按侧棱与底面的关系分类, 可分为斜棱柱 (侧棱不垂直于底面的棱柱) 和直棱柱 (侧棱垂直于底面的棱柱)。

注意: 底面是正多边形的直棱柱叫做正棱柱。

探究 3 怎样标记棱柱?

①用表示底面各顶点的字母表示棱柱。

如图 1.1-9 所示中的 (1) 可表示为棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$; (2) 可表示为棱柱 $ABCEDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$;

(3) 可表示为棱柱 $ABCEDE-A_1B_1C_1D_1E_1$ 。

②用一条对角线端点的两个字母来表示。

如图 1.1-9 中的 (1) 可表示为棱柱 AC_1 或棱柱 BD_1 等; (2) 可表示为棱柱 AC_1 或棱柱 AD_1 或棱柱 AE_1 等; (3) 可表示为棱柱 AC_1 或棱柱 AD_1 等。

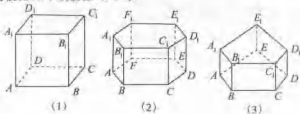


图 1.1-9

点拨: 学习棱柱时要注意多看实物和模型, 要正确理解和准确把握棱柱定义中包含的两个本质特征: ①有两个面互相平行; ②其余各面每相邻两个面的公共边都互相平行。通俗地说, 没有①, 两头不一样齐; 没有②, 上、下不一样粗。

训练 3

4. 下列命题中, 假命题是 ()

- A. 直棱柱的侧棱就是直棱柱的高
- B. 有一个侧面是矩形的棱柱是直棱柱
- C. 直棱柱的侧面是矩形
- D. 有一条侧棱垂直于底面的棱柱是直棱柱

5. 下列关于四棱柱的四个命题:

- ①若有两个侧面垂直于底面, 则该四棱柱为直四棱柱;
- ②若两个过相对侧棱的截面都垂直于底面, 则该四棱柱为直四棱柱;
- ③若四个侧面两两全等, 则该四棱柱为直四棱柱;
- ④若四棱柱的四条对角线两两相等, 则该四棱柱为直四棱柱。

其中真命题的序号为 _____。

知识要点 四 棱锥

探究1 棱锥的结构特征是什么?

①有一个面是多边形,而其余各面都是有一个公共顶点的三角形,称这些面所围成的几何体叫做棱锥.

②棱锥的侧面:棱锥中有公共顶点的各三角形,叫做棱锥的侧面;

③棱锥的顶点:各侧面的公共顶点,叫做棱锥的顶点;

④棱锥的侧棱:相邻两侧面的公共边叫做棱锥的侧棱;

⑤棱锥的底面:多边形叫做棱锥的底面;

⑥棱锥的高:过顶点作底面的垂线,顶点和垂足间的线段长,叫做棱锥的高.

⑦棱锥的对角面:棱锥中过不相邻的两条侧棱的截面叫做棱锥的对角面.

探究2 棱锥是如何分类的?

①按底面的边数划分:

底面为三角形、四边形、五边形……的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥……其中的三棱锥又叫做四面体.

②正棱锥:如果棱锥的底面是正多边形,且各侧面全等,就称作正棱锥.

性质:正棱锥的侧面都是全等的等腰三角形,等腰三角形底边上的高相等,这条高又叫做正棱锥的斜高.如图 1.1-10.

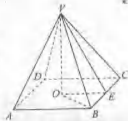


图 1.1-10

注意:(1)棱锥是多面体中重要的一种,它有两个本质特征:

①有一个面是多边形;②其余的各面是有一个公共顶点的三角形,二者缺一不可.因此棱锥有一个面是多边形,其余各面都是三角形.但是要注意“有一个面是多边形,其余各面都是三角形”的几何体未必是棱锥,如图 1.1-11,此多面体有一面是四边形,其余各面都是三角形,但它不是棱锥.

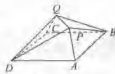


图 1.1-11

(2)一个棱锥至少有四个面,所以三棱锥也叫四面体.

(3)注意利用正棱锥的性质,特别是利用其中的直角三角形,求高、斜高、侧棱长等.

知识要点 五 棱台

探究1 棱台的结构特征是什么?

①定义:用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面和截面之间的部分叫做棱台.

②棱台的下底面、上底面:原棱锥的底面和截面分别叫做棱台的下底面和上底面.

③棱台的侧面:除两个底面外的其余各面叫做棱台的侧面.

④棱台的侧棱:相邻的侧面的公共边叫做棱台的侧棱.

⑤棱台的高:与两个底面都垂直的直线夹在两底面间的线段长叫做棱台的高.

探究2 棱台是如何分类? 又是怎样标记的?

棱台的分类:

①按底面的边数划分,可以分为三棱台、四棱台、五棱台……

②正棱台:用正棱锥截得的棱台叫做正棱台.

性质:正棱台的侧面是全等的等腰梯形,这些等腰梯形的高叫做正棱台的斜高.

训练4

⑥下列命题中正确的有_____.

(1)底面是正多边形的棱锥是正棱锥;

(2)三棱锥的任何一个面都可以作为底面;

(3)侧棱长都相等的棱锥一定是正棱锥;

(4)在四棱锥的四个侧面中,直角三角形最多可有 3 个.

训练5

⑦下面给出了三个命题:

(1)用一个平面去截棱锥,棱锥底面和截面之间的部分是棱台;

(2)两个底面平行且相似,其余各面都是梯形的多面体是棱台;

(3)有两个面互相平行,其余四个面都是等腰梯形的六面体是棱台.

其中正确命题的个数是()

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

棱台的表示:

①用表示上、下底面的字母来表示.

如图 1.1-12, 可表示为棱台 $ABCD-A'B'C'D'$.

②用上、下底面的对顶字母来表示.

如图 1.1-12, 可表示为棱台 $A'C$ 或棱台 BD' 等.

由图 1.1-12 可以看出: 设正四棱台 AC', O', O 是上、下底面的中心, E, E' 分别为 $B'C'$ 和 BC 的中点, 则 OO' 的长即为该正四棱台的高, EE' 为该正四棱台的斜高, AA', BB', CC', DD' 为该正四棱台的侧棱, 而 AB' , 面 AD' , 面 BC' , 面 CD' 为该正四棱台的侧面.

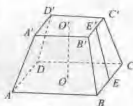


图 1.1-12

注意: 棱台是由棱锥截得的, 所以棱台的本质特征是:

各侧棱延长后交于同一点, 两底面是平行的相似多边形, 所有侧面都是梯形. 但是也要注意“有两个面是平行的相似多边形, 其他各面都是梯形”的几何体未必是棱台. 如图 1.1-13 构造这样一个几何体, 其中 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是棱台, $ABCD-A_2B_2C_2D_2$ 是棱台, 设 $A_2B_2 \neq A_1B_1$, 则 $B_2C_2 \neq B_1C_1$, $C_2D_2 \neq C_1D_1$, $A_2D_2 \neq A_1D_1$, 这个几何体满足两平面 $A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2$ 是平行的相似多边形, 其余各面都是梯形, 但它不是棱台.

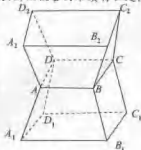


图 1.1-13



思维能力拓展

能力点一 关于柱、锥、台的几何特征问题

案例1 设 $A = \{\text{长方体}\}$, $B = \{\text{平行六面体}\}$, $C = \{\text{正四棱柱}\}$, $D = \{\text{直平行六面体}\}$, $E = \{\text{四棱柱}\}$, $F = \{\text{正方体}\}$, 则这些集合之间的关系是()

- A. $F \subseteq A \subseteq C \subseteq E$ B. $A \subseteq D \subseteq E$
C. $(A \cap C) \subseteq F$ D. $C \subseteq A \subseteq F$

分析 由棱柱的概念及分类, 可知: 集合 $B \subseteq E$, 其他集合元素的结构特征如下:

- (1) 正四棱柱: 侧棱垂直于底面, 底面是正方形.
- (2) 长方体: 侧棱垂直于底面, 底面是正方形或长方形.
- (3) 直平行六面体: 侧棱垂直于底面, 底面是平行四边形.
- (4) 正方体: 侧棱垂直于底面, 底面是正方形, 侧棱与底边等长.

由上面分析, 可知只有 C 选项是对的.

答案 C

综合评注 本题主要考查棱柱的分类及各类棱柱的几何特征.

能力点二 有关柱、锥、台的计算问题

案例2 如图 1.1-14, 正六棱锥的底面

周长为 24, H 是 BC 的中点, O 是底面中心, $\angle SHO = 60^\circ$.

求: (1) 棱锥的高; (2) 斜高; (3) 侧棱长.

分析 利用棱锥中的直角三角形求解.

解 正六棱锥的底面周长为 24,

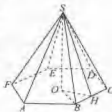


图 1.1-14



针对训练

训练 6

8 下列命题中正确的是()

- A. 四棱柱是平行六面体
B. 直平行六面体是长方体
C. 六个面都是矩形的六面体是长方体
D. 底面是矩形的四棱柱是长方体

训练 7

9 正四棱台 AC 的高是 17 cm, 两底面的边长分别是 4 cm 和 16 cm, 求这个棱台的侧棱的长和斜高.

∴正六棱锥的底面边长为 4.

在正六棱锥 $S-ABCDEF$ 中, 连接 SH , 则 $SH \perp BC$, O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心.

连接 SO , 则 $SO \perp$ 底面 $ABCDEF$.

(1) 在 $Rt\triangle SOH$ 中, $OH = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = 2\sqrt{3}$, $\angle SHO = 60^\circ$,

∴ $SO = OH \cdot \tan 60^\circ = 6$.

(2) 同样在 $\triangle SOH$ 中, 斜高 $SH = 2OH = 4\sqrt{3}$.

(3) 连接 OB . 在 $Rt\triangle SOB$ 中, $SO = 6$, $OB = BC = 4$,

∴ $SB = \sqrt{SO^2 + OB^2} = 2\sqrt{13}$.

综合评注 在正棱锥、正棱台中求其中有关几何元素的长的问题, 要充分利用其中的直角三角形、直角梯形求解, 这样便把空间问题转化成了平面问题.

能力点 (三) 关于球的概念的问题

案例 1 给出下列四个命题: ①过球面上任意两点有且只有一个大圆; ②球心与截面圆心的连线垂直于截面; ③球面上任意两点间的大圆劣弧长度总小于过该两点的任意的圆劣弧的长度; ④球的大圆互相平分.

其中正确命题的个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

分析 利用球的概念以及球面距离概念判断.

命题①不正确, 因过直径两端点的球的大圆有无数个.

命题②正确. 命题③正确, 因球面上两点间大圆劣弧长度为两点的球面距离, 此为球面上两点间的最短距离.

命题④正确.

答案 C

综合评注 把握准球、球面、球大圆、球截面、球面距离的概念是解决本题的关键.

能力点 (四) 组合体中的计算问题

案例 2 已知圆锥的底面半径为 r , 高为 h , 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 内接于圆锥, 求这个正方体的棱长.

分析 由于正方体中只有唯一的基本量——棱长, 建立其方程之后便可求解. 要建立方程就要和圆锥的基本量建立联系, 这样就需要借助于轴截面来发现这种联系, 从而使问题得解.

解 过圆锥内接正方体的一组对棱作圆锥的轴截面, 如图 1.1-15 所示.

设圆锥内接正方体的棱长为 x , 则在轴截面中, 正方体的对棱面 A_1ACC_1 的一组邻边的长分别为 x 和 $\sqrt{2}x$.

∴ $\triangle A_1AC_1 \sim \triangle VMN$,

∴ $\frac{\sqrt{2}x}{2r} = \frac{h-x}{h}$,

∴ $\sqrt{2}hx = 2rh - 2rx$,

∴ $x = \frac{2rh}{2r + \sqrt{2}h}$.

即圆锥内接正方体的棱长为 $\frac{2rh}{2r + \sqrt{2}h}$.

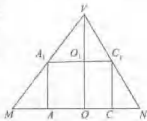


图 1.1-15

易错点析 圆柱、圆锥和圆台的轴截面有无数个, 作图时要注意已知量和未知量的关系, 适当选取, 否则会使很简单的题复杂化, 造成错误.

训练 8

10 过球面上两点作球的大圆, 可能的个数是 ()

- A. 有且只有一个
B. 一个或无数个
C. 无数多个
D. 以上均不对

训练 9

11 两个完全相同的长方体的长、宽、高分别为 5 cm, 4 cm, 3 cm. 把它们重叠在一起组成一个新长方体. 在这些新长方体中, 最长的对角线的长度是 ()

- A. $\sqrt{77}$ cm B. $7\sqrt{2}$ cm
C. $5\sqrt{5}$ cm D. $19\sqrt{2}$ cm



综合探究创新

综合点一 利用几何体的展开辅助解决问题

案例5 如图 1.1-16, 长方体的长、宽、高分别为 5 cm, 4 cm, 3 cm. 一只蚂蚁从 A 到 C_1 点, 沿着表面爬行的最短距离是多少?

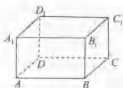


图 1.1-16

分析 本题应按三种不同方法将长方体展开, 使 A 点和 C_1 点展开到一个平面内, 再求其直线距离.

解 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面可如图 1.1-17 中 (1)、(2)、(3) 图三种方法展开.

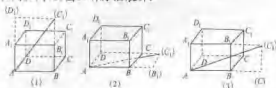


图 1.1-17

表面展开后, AC_1 两点间的距离分别为 $\sqrt{(3+4)^2+5^2} = \sqrt{74}$, $\sqrt{(5+3)^2+4^2} = 4\sqrt{5}$, $\sqrt{(5+4)^2+3^2} = 3\sqrt{10}$, 三者比较得 $\sqrt{74}$ 为从 A 点沿表面到 C_1 的最短距离.

拓展延伸 立体几何中的最短距离, 以及后面的表面积等常转化成平面几何问题解决.

综合点二 球的计算问题(在实际生活中的应用)

案例6 我国首都北京靠近北纬 40° . 求北纬 40° 纬线的长度(单位 km, 地球半径约为 6370 km).

分析 通过一个经度圆来解决.

解 如图 1.1-19, 设 A 是北纬 40° 圈上

的一点, AK 是它的半径, 所以 $OK \perp AK$. 设 c 是北纬 40° 的纬线长, 因为 $\angle AOB = \angle OAK = 40^\circ$, 所以

$$c = 2\pi \cdot AK$$

$$= 2\pi \cdot OA \cdot \cos \angle OAK$$

$$= 2\pi \cdot OA \cdot \cos 40^\circ$$

$$\approx 2 \times 3.1416 \times 6370 \times 0.7660$$

$$\approx 3.066 \times 10^4 \text{ (km)}.$$

即北纬 40° 的纬线长约为 3.066×10^4 km.

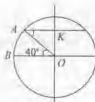


图 1.1-19

方法提炼 (1) 一定要注意北纬 40° 的纬线长不是球面距离.

(2) 用截面截取球的一个大圆可以使问题变得比较直观.



针对训练

训练 10

12 根据图 1.1-18 所给的平面图形, 画出立体图.

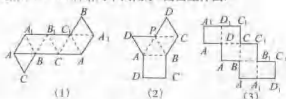


图 1.1-18

训练 11

13 在半径为 25 cm 的球内有一个截面, 它的面积是 $49\pi \text{ cm}^2$, 求球心到这个截面的距离.

递进演练

层层递进

点点过关



基础练(夯实基础)

1 四棱柱的顶点数、棱数、面数分别是

A. 8, 12, 6

B. 8, 10, 6

C. 6, 8, 12

D. 8, 6, 12



考查目标



考查棱柱的概念.

2. 用一个平面去截一个几何体,得到的截面是四边形,这个几何体可能是()
 A. 圆锥 B. 圆柱 C. 球体 D. 以上都可能
3. 一个圆锥的母线长 20 cm,母线与轴的夹角为 30° ,则圆锥的高为()
 A. $10\sqrt{3}$ cm B. $20\sqrt{3}$ cm C. 20 cm D. 10 cm
4. 下列命题中:①与定点的距离等于定长的点的集合是球面;②球面上任意三个不同的点,一定能确定一个圆;③一个平面与球相交,其截面是一个圆.其中正确命题的个数为()

考查柱、锥、球中截面的概念.

考查利用圆锥的轴截面是等腰三角形计算.

考查球的概念.

能力练(激发潜能)

5. 若正棱锥的底面边长与侧棱长相等,则该棱锥一定不是()
 A. 三棱锥 B. 四棱锥 C. 五棱锥 D. 六棱锥
6. 在四棱锥的四个侧面中,直角三角形最多可有_____个,在四面体的四个三角形面中,直角三角形最多可有_____个.
7. 有下列说法:
 ①球的半径是球面上任意一点与球心的连线段;
 ②球的直径是球面上任意两点间的连线段;
 ③用一个平面截一个球,得到的是一个圆;
 ④不过球心的截面截得的圆叫做小圆.
 则正确命题的序号是_____.

考查目标

考查正棱锥的定义.

考查棱锥的概念.

考查球的概念.

综合练(稳操胜券)

8. (06 年高考湖南卷)棱长为 2 的正四面体的四个顶点都在同一个球面上,若过该球球心的一个截面如图

考查目标

考查空间想象能力,球与内接正四面体的关系.



图 1.1-20

9. 球面上有 M、N 两点,在过 M、N 的球的大圆上, $\widehat{MN}$ 的度数为 90° ,在过点 M、N 的球的小圆上, $\widehat{MN}$ 的度数为 120° ,又知 M、N 两点间的距离为 $\sqrt{3}$ cm,求球心与小圆圆心的距离为多少?

考查大圆和小圆的概念.

1.2 三视图

1.3 直观图

自主感知 激趣诱思 蓄势待发



情境联想导入

为了宣传 2006 年德国世界杯的举行,2006 年 3 月份,冠军奖杯“大力神”杯来到了北京,凡是目睹了奖杯风采的人都一致认为,“大力神”杯是如此的炫目,如此的迷人.可是奖杯的制造不能离开设计人员与制造人员的密切协作.



思维起点落实

- 三视图的特点:主、俯视图_____;主、左视图_____;俯、左视图_____.
- 若相邻两物体的表面相交,表面的交线是它们的_____,在绘制三视图时,分界线与可见轮廓线都用_____画出,不可见轮廓线,用_____画出.
- 画简单组合体的三视图应注意两个问题:首先,确定主视、俯视、左视的_____.同一物体放置的位置不同,所画的三视图_____.其次,简单组合体是由哪几个_____组成的,并注意它们的组成方式,特别是它们的_____的位置.
- 斜二测画法的规则是:
 - 在已知图形中建立直角坐标系 xOy ,画直观图时,它们分别对应 x' 轴和 y' 轴,两轴交于点 O' ,使 $\angle x'O'y' = \underline{\hspace{1cm}}$,它们确定的平面表示_____.
 - 已知图形中_____ x 轴或 y 轴的线段,在直观图中分别画成_____ x' 轴和 y' 轴的线段.
 - 已知图形中平行于 x 轴的线段,在直观图中原长度_____,平行于 y 轴的线段,长度为原来的_____.



问题立意

- 设计人员如何将自己的构想告诉制造人员?
- 制造人员又是依据什么将奖杯制造出来?
- 完成这一过程的纽带是什么?



零点启动

- 画出如图 1.2-1 所示的正四棱锥的三视图.



图 1.2-1

- 画出一个锐角是 45° 的平行四边形的直观图.

互动探究 一边活学 一边巧练



要点知识突破

知识窗 一 简单组合体的三视图的画法

探究 1 简单组合体的概念是什么? 组合方式有几种?

简单组合体指的是由柱、锥、台、球等基本几何体构成的组合体.组合的方式有三种:①拼接式组合;②挖切式组合;③综合式组合.其中以拼接式组合为重点.

探究 2 三视图的绘制原则是什么? 应该怎样理解?

绘制原则是:长对正、高平齐、宽相等.

正确的理解为:主俯一样长,主左一样高,俯左一样宽.

探究 3 三视图应该怎样放置?

三视图的画法规则:俯视图放在主视图的正下方,长度与主视图一样;左视图放在主视图的正右方,高度与主视图一样,宽度与俯视图的宽度一样.



针对训练

训练 1

- 画出图 1.2-2 中所示空间几何体的三视图.

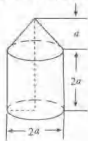


图 1.2-2