经山东省中小学教材审定委员会
2006年审查通过

新课程助学丛书

数学助学

九年级
（上册及下册第一、二章）

（北师大版）

山东友谊出版社

经山东省中小学教材审定委员会
2006年审查通过

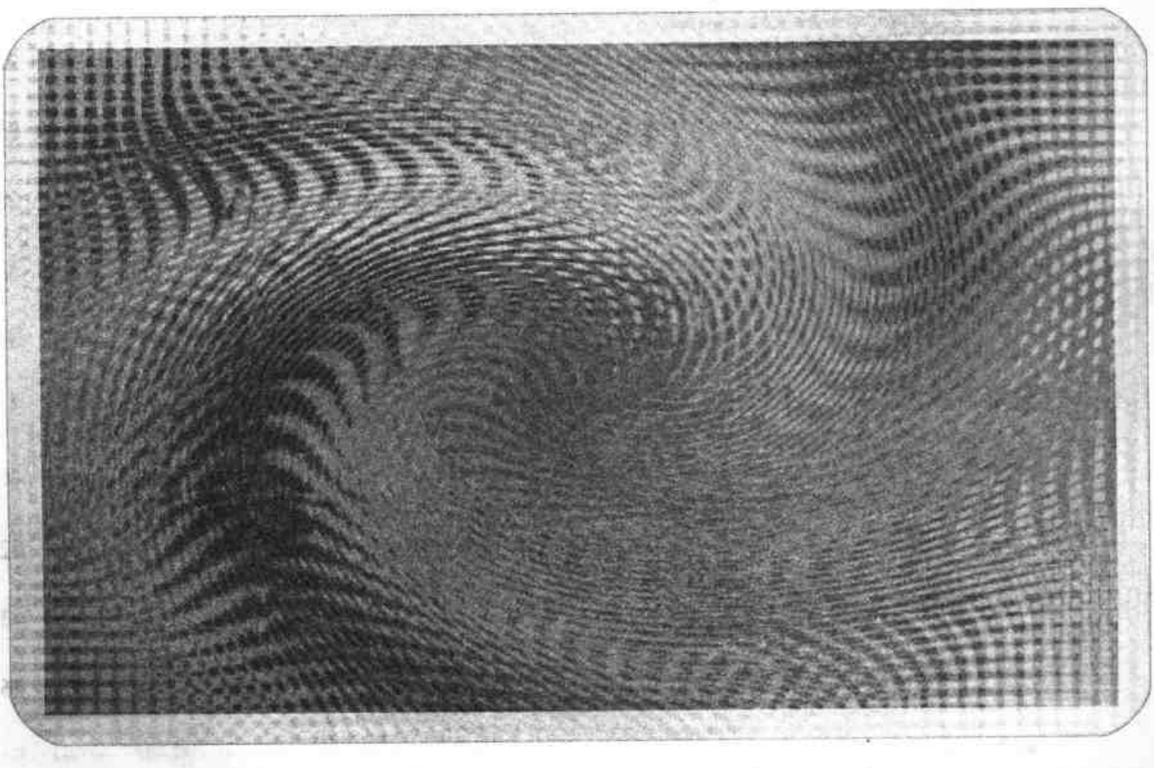
新课程助学丛书

数学助学

九年级

（上册及下册第一、二章）

（北师大版）



山东友谊出版社

《新课程助学丛书》编委会

主　　任　于卫东

副 主 任　崔成志　杜稼祥

编　　委　(按姓氏笔画为序)

于卫东　王文祥　付国华　冯佳琳　刘　珉

刘高峰　刘　磊　杨立新　李　丽　杜稼祥

单　波　崔成志　曹玉景　曹孟河　韩　梅

樊兆鹏

本册主编　樊兆鹏　甘信宝

新课程助学丛书

数学助学

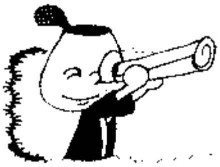
九年级

(上册及下册第一、二章)

(北师大版)

出　版:山东友谊出版社
地　址:济南市胜利大街 39 号　邮编:250001
电　话:总编室(0531)82098148　82098756
发行部(0531)82098147(传真)
发　行:山东省新华书店
印　刷:山东省聊城市长虹彩印厂
版　次:2006 年 7 月第 1 版
印　次:2006 年 7 月第 1 次印刷
规　格:787mm × 1092mm　16 开本
印　张:11.5
字　数:230 千字
书　号:ISBN 7 - 80737 - 091 - 2
定　价:11.25 元

(如印装质量有问题,请与出版社总编室联系调换)



前言

为进一步推动新课程改革的深入发展，培养学生学习的独立性和自主性，让数学学习活动成为一个生动活泼、主动和富有个性的过程，根据教育部“为丰富学生的课外活动、拓宽知识视野、开发智力、提高学生的思想道德素质和指导学生掌握正确的学习方法，社会有关单位和各界人士、各级教育部门、出版单位应积极编写和出版健康有益的课外读物”文件的精神，我们组织了一批教学经验丰富的教研员、特(高)级教师编写了这套《新课程助学丛书——数学助学》(北师大版七～九年级).

本书编排科学，图文并茂.每章设课标要求和知识结构两个模块，每节分学习目标、范例导航、能力自测三个栏目，章末配有综合能力测试题.丛书注重“知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观”的三维目标的落实，突出应用性、探究性、开放性，注重学生学习方式的转变，突出每一个学生的独特的“学”，努力培养学生从生活中发现数学、应用数学解决问题的能力.

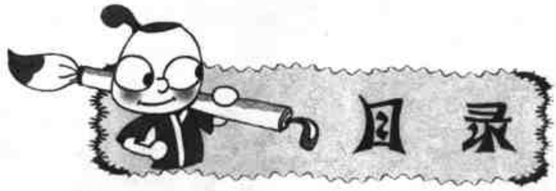
本书由樊兆鹏、甘信宝主编，樊兆鹏、甘信宝、孙启岗、徐守怀、李勇、王领军、贺秀梅、郑向裔、张敏、王成会编写.

本书内容包括九年级上册及下册第一、二章，供九年级使用.

由于编写时间仓促，书中难免出现不妥之处，敬请广大专家、读者批评指正.

编　者

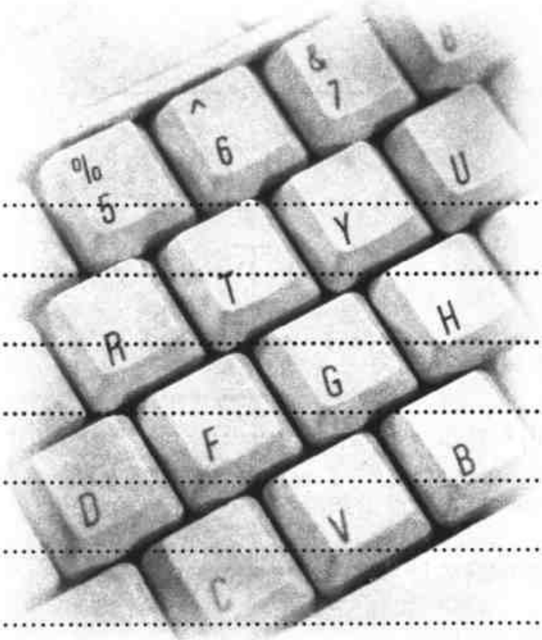
2006年5月



目录

(上　册)

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com



（下　册）

（上册）

第一章 证明（二）

课标要求

1.经历探索、猜测、证明的过程，进一步体会证明的必要性，发展初步的演绎推理能力.

2.进一步掌握综合的证明方法，结合实例体会反证法的含义.

3.了解作为证明基础的几条公理的内容，能够证明与三角形、线段垂直平分线、角平分线等有关的性质定理及判定定理.

4.结合具体例子了解逆命题的概念，会识别两个互逆命题，并知道原命题成立其逆命题不一定成立.

5.能够利用尺规作已知线段的垂直平分线和已知角的平分线；已知底边及底边上的高，能用尺规作出等腰三角形.

知识结构

- 通过探索、猜测、计算和证明得到定理
  - 与等腰三角形、等边三角形有关的结论
  - 与直角三角形有关的结论
  - 与一般三角形有关的结论
- 命题的逆命题及其真假
- 尺规作图
  - 线段的垂直平分线
  - 角的平分线

1.1 你能证明它们吗

学习目标

1. 了解作为证明基础的几条公理的内容，掌握证明的基本步骤和书写格式.

2. 经历“探索—发现—猜想—证明”的过程，能够用综合法证明等腰三角形的有关性质定理和判定定理.

3. 结合实例体会反证法的含义.

范例导航

例1　如图1-1，P、Q 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的两点，且 $BP=PQ=QC=AP=AQ$，求 $\angle BAC$ 的度数.

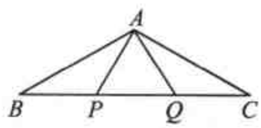


图1-1

分析：由“等边对等角”定理及三角形内角和定理，很容易得出 $\angle BAC$ 的度数.

解：$\because AP=PQ=AQ$（已知），

$\therefore \angle APQ=\angle AQP=\angle PAQ=60^\circ$（等边三角形的三个角都等于 60°）.

$\because AP=BP$（已知），

$\therefore \angle PBA=\angle PAB$（等边对等角）.

$\angle APQ=\angle PBA+\angle PAB=60^\circ$（三角形的外角等于和它不相邻的两个内角的和），

$\therefore \angle PBA=\angle PAB=30^\circ$.　　同理 $\angle QAC=30^\circ$.

$\therefore \angle BAC=\angle BAP+\angle PAQ+\angle QAC=30^\circ+60^\circ+30^\circ=120^\circ$.

例2　如图1-2，$\triangle ABP$ 与 $\triangle DCP$ 是两个全等的等边三角形，且 $PA\perp PD$. 有下列四个结论：①$\angle PBC=15^\circ$；②$AD\parallel BC$；③PC 与 AB 垂直；④四边形 $ABCD$ 是轴对称图形. 其中正确结论的个数为（　　）

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

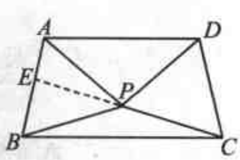


图1-2

解：$\because \triangle ABP\cong\triangle DCP$，

$\therefore PB=PC, PA=PD, AB=DC$.

$\therefore \angle PBC=\angle PCB, \angle PAD=\angle PDA$.

$\because \angle APB=\angle DPC=60^\circ, \angle APD=90^\circ$,

$\therefore \angle BPC=150^\circ, \angle PAD=\angle PDA=45^\circ$.

$\therefore \angle PBC=\frac{1}{2}(180^\circ-150^\circ)=15^\circ, \angle ABC+\angle BAD=180^\circ$.

$\therefore AD /\!/ BC$.

又 $AB = DC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是轴对称图形.

延长 CP 交 AB 于 E,则 $\angle EBC + \angle ECB = 75° + 15° = 90°$.

$\therefore PC \perp AB$.

故此题选 D.

例 3　已知:如图 1－3,在 $\triangle ABC$ 中,$AB = AC$,AD 和 BE 是高,它们相交于点 H,且 $AE = BE$.

求证:$AH = 2BD$.

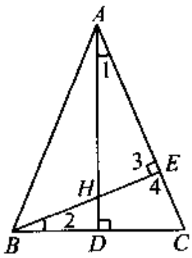


图 1－3

分析:证明一条线段等于另一条线段的两倍通常有“加倍法”与“截半法”两种方法.本题中,BC 恰好是 BD 的两倍,故只要证明 $AH = BC$ 即可,进而只要证明 $\triangle AEH \cong \triangle BEC$ 即可.

证明:$\because AB = AC, AD \perp BC$,

$\therefore BD = DC, \angle 1 + \angle C = 90°$.

又 $BE \perp AC$,　$\therefore \angle 2 + \angle C = 90°$.

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

在 $\triangle AEH$ 和 $\triangle BEC$ 中,$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2, \\ AE = BE, \\ \angle 3 = \angle 4 = 90°, \end{cases}$

$\therefore \triangle AEH \cong \triangle BEC (ASA)$.

$\therefore AH = BC$.

又 $BC = 2BD$,

$\therefore AH = 2BD$.

例 4　如图 1－4,在 $\triangle ABC$ 中,$AB = AC$,在 AB 上取点 D,又在 AC 延长线上取点 E,使 $CE = BD$,连接 DE,交 BC 于点 G.

求证:$DG = GE$.

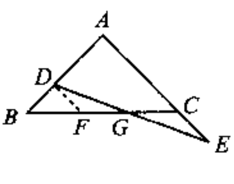


图 1－4

分析:欲证 $DG = GE$,DG 所在的 $\triangle BDG$ 与 CE 所在的 $\triangle GCE$ 根本无法全等,此时应考虑与 $\triangle BDG$ 或 $\triangle CEG$ 全等的三角形.可引辅助线 $DF /\!/ CE$ 或 $EH /\!/ BA$ 构成全等三角形.

证明:如图 1－4,过点 D 作 $DF /\!/ AC$,交 BC 于点 F.

$\because DF /\!/ AC$(作法),

$\therefore \angle DFB = \angle ACB$(两直线平行,同位角相等).

又 $\because AB = AC$(已知),

$\therefore \angle B = \angle ACB$(等边对等角).

$\therefore \angle B = \angle DFB$(等量代换).

$\therefore DF = DB$(等角对等边).

$\because BD = CE$（已知），

$\therefore DF = CE$（等量代换）.

$\because DF \parallel CE$（作法），

$\therefore \angle DFG = \angle ECG$（两直线平行，内错角相等）.

在$\triangle DFG$和$\triangle ECG$中，$\angle DGF = \angle EGC$，$\angle DFG = \angle ECG$，$DF = CE$，

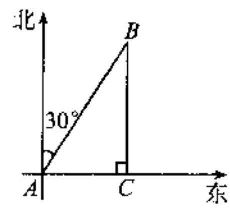
$\therefore \triangle DFG \cong \triangle ECG$（AAS）.

$\therefore DG = EG$（全等三角形的对应边相等）.

点拨：有等腰三角形时，常过一点作腰的平行线，从而得到一个新的等腰三角形，或者得到一部分角相等，这样可以为证题创造更多有利条件.

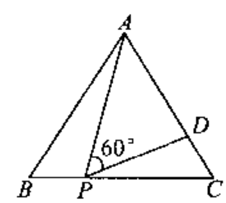
能力自测

一、填一填.



1. 一轮船以每小时20海里的速度沿正东方向航行.上午8时，该船在A处测得某灯塔位于它的北偏东30°的B处，上午9时行到C处，测得灯塔恰好在它的正北方向.此时它与灯塔的距离是______海里.
2. 等边三角形的高线、中线和角平分线共有______条.
3. 若等腰三角形的腰长为4，腰上的高为2，则此等腰三角形的顶角为______.
4. 等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为30°，腰长为a，则其底边上的高是______.

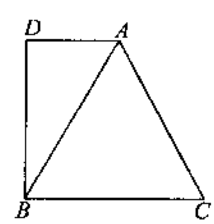
二、选一选.



5. 如图，在等边$\triangle ABC$中，P为BC上一点，D为AC上一点，且$\angle APD = 60°$，$BP = 1$，$CD = \frac{2}{3}$，则$\triangle ABC$的边长为（　　）

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6



6. 如图，在等边$\triangle ABC$中，过B作$BD \perp BC$，过A作$AD \perp BD$，垂足为D，已知等边三角形的周长为m，则$AD =$（　　）

A. $\frac{m}{2}$　　B. $\frac{m}{6}$

C. $\frac{m}{8}$　　D. $\frac{m}{12}$

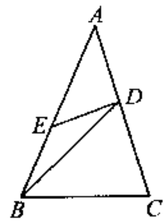
7. 等腰三角形ABC的底角为顶角的四分之一，过底边上一点D作底边BC的垂线交AC于E，交BA的延长线于F，则$\triangle AEF$是（　　）

A. 等边三角邢　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等腰但非等边三角形

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

8. 如图，在△ABC 中，$AB = AC$，$BC = BD$，$AD = DE = EB$，则∠A 的度数是（　　）

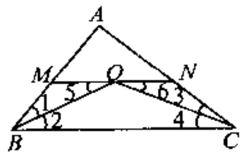


A. 30°　　B. 36°

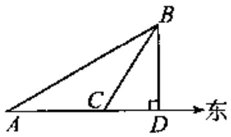
C. 45°　　D. 54°

三、做一做.

9. 如图，在△ABC 中，∠B 与∠C 的平分线相交于点 O，过点 O 作 $MN // BC$，分别交 AB、AC 于点 M、N，若 $AB = 12$，$AC = 18$，$BC = 24$，求△AMN 的周长.



10. 如图，某船于上午 11 时 30 分在 A 处观测海岛 B 在东偏北 30°，该船以每小时 10 海里的速度向东航行至 C 处，再观测海岛在东偏北 60°，且船距离海岛 20 海里.

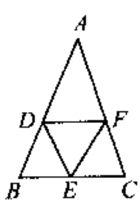


(1)求该船到达 C 处的时刻；

(2)若该船从 C 处继续向东航行，何时到达 B 岛正南的 D 处？

11. 已知：如图，在△ABC 中，$AB = AC$，D、E、F 分别为 AB、BC、CA 上的点，且 $BD = CE$，∠DEF = ∠B.

求证：△DEF 是等腰三角形.



1.2 直角三角形

学习目标

1. 进一步掌握推理证明的方法，发展演绎推理能力.

2. 了解勾股定理及其逆定理的证明方法，能够证明直角三角形全等的"HL"判定定理.

3. 结合具体例子了解逆命题的概念，会识别两个互逆命题，知道原命题成立其逆命题不一定成立.

范例导航

例 1　给出一组式子：$3^2+4^2=5^2$，$8^2+6^2=10^2$，$15^2+8^2=17^2$，$24^2+10^2=26^2$，…

(1)你能发现上述式子中的一些规律吗？

(2)请你运用所发现的规律，给出第 5 个式子；

(3)请你证明所发现的规律.

分析： 解决规律问题关键在于观察其特点.

解：(1)规律：$(n^2-1)^2+(2n)^2=(n^2+1)^2$（$n>1$，且 n 为整数）；

(2)$35^2+12^2=37^2$；

(3)左边 $=(n^2-1)^2+(2n)^2=n^4-2n^2+1+4n^2=n^4+2n^2+1=(n^2+1)^2=$ 右边.

例 2　如图 1－5，在△ABC 中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，F 是 BC 上一点，$BD\perp AF$ 于 D，$CE\perp AF$ 的延长线于点 E. 当 F 点由 C 向 B 移动时，DE 与 AE、CE 的关系如何？

分析：该例是一个创新设计题，是近几年中考中的热点题型. 对于动点问题，要考虑到题目中的几个特殊情况，先从特殊情况入手找出解题方法，然后再推出一般情况. 要分清题目中的特殊情况是否满足题意，能否满足要求.

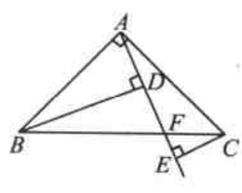


图 1－5

解：由 $CE\perp AF$ 的延长线于点 E，可排除点 F 在 B、C 两点和 BC 中点的特殊情况.

当点 F 不与 B、C 两点及 BC 中点重合时，由△$ABD\cong$△CAE，得 $AD=CE$.

由 $AE=AD+DE$，得 $AE=DE+CE$，

$\therefore DE=AE-CE$.

例 3　国家电力总公司为了改善农村用电电费过高的现状，目前正在全国各地农村进行电网改造. 莲花村六组四个村庄 A、B、C、D 正好位于一个正方形的四个顶点，现计

划在四个村庄联合架设一条线路，他们设计了四种架设方案，如图 1－6 中的实线部分．请你计算一下哪种架设方案最省电线．

分析：本题主要考查架设电路的实践和创新能力，解题关键是计算出四条线路的长度，并加以比较，选出最省电线的方案，其中(4)中的计算用到勾股定理．

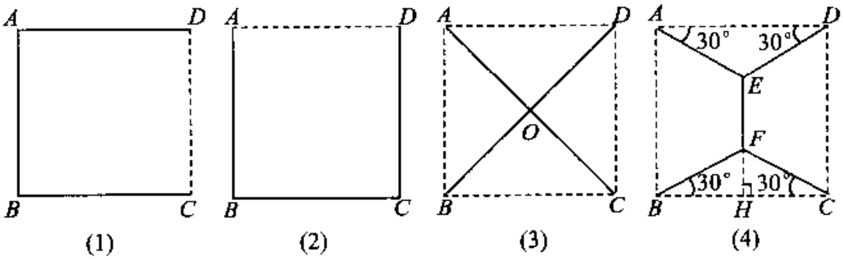


图 1－6

解：不妨设正方形的边长为 1（也可以设为 a），则图(1)、(2)的总线路长分别为

$$AD+AB+BC=3,\ AB+BC+CD=3.$$

图(3)中，总线路长为 $AC+BD=2\sqrt{1^2+1^2}=2\sqrt{2}\approx 2.828$．

图(4)中，延长 EF，交 BC 于点 H，则 $FH\perp BC$，$BH=HC$．

由 $\angle FBH=30°$，$BH=\dfrac{1}{2}$ 及勾股定理，

得 $EA=ED=FB=FC=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$FH=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$．

$\therefore EF=1-2FH=1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$．

$\therefore$ 总线路长 $=4EA+EF=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}+1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}=1+\sqrt{3}\approx 2.732$．

显然，$3>2.828>2.732$．

$\therefore$ 图(4)的架设方案最省电线．

例 4　图 1－7 所示的图形中，所有的四边形都是正方形，所有的三角形都是直角三角形，其中最大的正方形的边长为 7 cm，求正方形 A、B、C、D 的面积的和．

图 1－7

分析：题目的图形表面上很复杂，实际上是由一部分正方形与直角三角形构成的．正方形与相邻三角形的边长之间满足勾股定理，由小正方形到大正方形几次应用勾股定理即可解出答案．

解：由已知条件，根据正方形各边都相等和勾股定理，正方形 A、B 的边长的平方和等于正方形 M 的边长的平方；正方形 C、D 的边长的平方和等于正方形 E 的边长的平方；而正方形 M、E 的边长的平方和等于正方形 F 的边长的平方，正方形 F 的边长的平方为 49．

∴正方形 A、B、C、D 的边长的平方和等于正方形 F 的边长的平方，即正方形 A、B、C、D 的面积和是49 cm^2.

能力自测

一、选一选.

1.不能使两个直角三角形全等的条件是(　　)

A.一条直角边及其对角对应相等　　B.斜边和一条直角边对应相等

C.斜边和一锐角对应相等　　D.两个锐角对应相等

2.满足下述条件的三角形中，不是直角三角形的是(　　)

A.三内角之比为1:2:3　　B.三边之比为 $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$

C.三边长为41,40,9　　D.三边长为 $\sqrt{41}$, $2\sqrt{10}$, 8

3.下列说法正确的是(　　)

A.每个命题都有逆命题　　B.每个定理都有逆定理

C.真命题的逆命题是真命题　　D.假命题的逆命题是假命题

4.下列定理中，没有逆定理的是(　　)

A.内错角相等，两直线平行　　B.直角三角形中，两锐角互余

C.相反数的绝对值相等　　D.同位角相等，两直线平行

二、填一填.

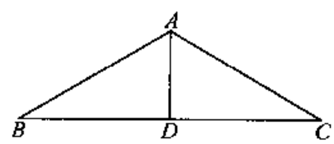
5.已知直角三角形的两条直角边分别为6和8，则斜边长为______，面积为______，斜边上的高为______.

6."等腰三角形两腰上的高相等"的逆命题是______.

7.一个直角三角形的三条边长为连续的自然数，则这三个数为______.

8.已知 $|x-12|+\sqrt{z-13}+(y^2-10y+25)=0$，则以 x,y,z 为三边的三角形为______三角形.

9.如图，在△ABC 中，$AD\perp BC$ 于 D，$AB=AC=2AD=a$，则△ABC 的面积是______.



三、做一做.

10.阅读下题的解答过程：

a,b,c 为△ABC 的三边，且满足 $a^2c^2-b^2c^2=a^4-b^4$，试判断△ABC 的形状.

解：∵ $a^2c^2-b^2c^2=a^4-b^4$，　　①

∴ $c^2(a^2-b^2)=(a^2+b^2)(a^2-b^2)$.　　②

∴ $c^2=a^2+b^2$.　　③

∴△ABC 是直角三角形.

问：(1)上述解题过程从哪一步开始出现错误？请写出该步的代号______；

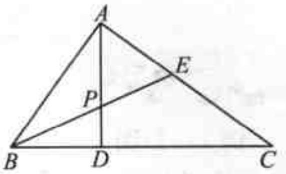
(2)错误的原因为______；

(3)本题的正确结论是______.

11.如图，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=90°$，AD是BC边上的高，BE是角平分线，且交AD于P.

(1)求证：$AE=AP$；

(2)如果$\angle C=30°$，$AE=1$，求AC的长.

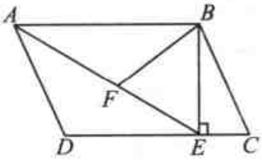


12.如图，在平行四边形$ABCD$中，过点B作$BE\perp CD$，连接AE，F为AE上一点，且$\angle BFE=\angle C$.

(1)求证：$\triangle ABF\backsim\triangle EAD$；

(2)若$AB=4$，$\angle BAE=30°$，求AE的长；

(3)在(1)(2)的条件下，若$AD=3$，求BF的长.



1.3 线段的垂直平分线

学习目标

1.经历探索、猜测、证明的过程，进一步发展推理证明的意识和能力.

2.能够证明线段垂直平分线的性质定理、判定定理及其相关结论.

3.能够利用尺规作已知线段的垂直平分线；已知底边及底边上的高，能利用尺规作出等腰三角形.

典例导航

例1　如图1－8，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，AB的垂直平分线交BC的延长线于E，交AC于F，连接BF，$\angle A=50°$，$AB+BC=16$ cm，则$\triangle BCF$的周长和$\angle EFC$分别等于(　　)

A. 16 cm，40°　　B. 8 cm，50°　　C. 16 cm，50°　　D. 8 cm，40°

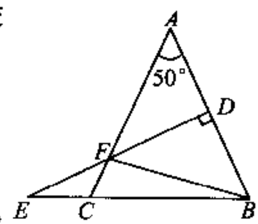


图1－8

分析：充分利用垂直平分线的性质，并巧妙转化.

欲求$\triangle BCF$的周长，因$AB+BC$的长度为已知，故只要将AB与$BF+FC$建立起联系即可. 只要发现ED为AB的垂直平分线，这种联系是不难建立的. 至于$\angle EFC$的大小，由其对顶角所在的三角形很容易求得.

解：$\because ED$为线段AB的垂直平分线，　$\therefore FA=FB$.

$\therefore \triangle BCF$的周长$=BC+BF+FC=BC+FA+FC=BC+AC$.

$\therefore \triangle BCF$的周长$=BC+AB=16$ cm.

又$\because ED\perp AB$，　$\therefore \angle ADE=90°$.

又$\because \angle A=50°$，　$\therefore \angle AFD=40°$.

$\therefore \angle EFC=40°$.

故选A.

例2　如图1－9，$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，AB的垂直平分线DE交AC于点D，垂足为E. 若$\angle A=30°$，$DE=2$，求$\angle DBC$的度数和CD的长.

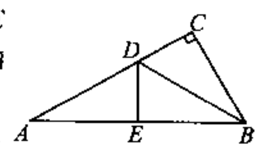


图1－9

分析：在直角$\triangle ABC$中，$\angle A=30°$，可知$\angle ABC=60°$，再利用线段垂直平分线的性质推导出$\angle ABD=\angle A=30°$，得到$\angle DBC=30°$. $\mathrm{Rt}\triangle BDE$和$\mathrm{Rt}\triangle BDC$中，应用30°角所对的边等于斜边的一半，求出$CD=2$.

解：$\because DE$是AB的垂直平分线，

$\therefore AD=BD$(垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等).

$\therefore \angle A=\angle ABD$(等边对等角).

$\because \angle A=30°$，$\angle C=90°$，$\angle ABC=60°$，$\angle ABD=30°$，

$\therefore \angle DBC=60°-30°=30°$.

$\because DE=2$，$DE\perp AB$，$\angle ABD=30°$，

$\therefore BD=4$(在直角三角形中，30°角所对的边等于斜边的一半).

在$\triangle BDC$中，$\angle C=90°$，$BD=4$，$\angle DBC=30°$，

$\therefore CD=2$(在直角三角形中，30°角所对的边等于斜边的一半).

例3　如图1－10，A、B两个村子在河CD同侧，A、B两村到河CD的距离分别为$AC=1$ km，$BD=3$ km，$CD=3$ km，现要在河边CD上建一水厂，向A、B两村输送自来水. 铺

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com