

中国
自然百科全书

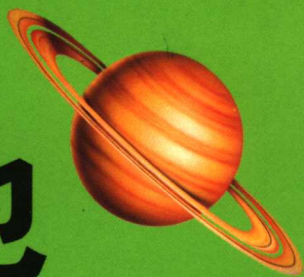
数学天地

——量与形的旋律

ZHONGGUO
ZIRAN BAIKE QUAN SHU

专业丰富的知识 · 活泼生动的方式 · 浅显易懂的语言

《中国自然百科全书》文字简洁,浅显易懂,本书涵盖物理、化学、生物、生态等学科知识。是一本方便实用的自然百科大全。



中国环境科学出版社
学苑音像出版社

数学天地

——量与形的旋律

主编 黄 勇

中国环境科学出版社
学苑音像出版社

图书在版编目(CIP)数据

中国自然百科全书 / 黄勇主编. —北京: 中国环境科学出版社, 2006

ISBN 7-80135-712-4

I. 中... II. 黄... III. 自然科学—百科丛书
IV. N51

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 015413 号

中国自然百科全书

中国环境科学出版社
学苑音像出版社 出版发行



北京海德印务有限公司

2006 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

开本: 1/32(850×1168) 印张: 96 字数: 2323 千字

ISBN 7-80135-712-4

全十二册 定价: 336.00 元(册均 28.00 元)

(ADD: 北京市朝阳区三间房邮局 10 号信箱)

P. C.: 100024 Tel: 010-65477339 010-65740218(带 Fax)

E-mail: webmaster@BTE-book.com Http:// www. BTE-book. com

《中国自然百科全书》

编委会

主 编 黄 勇

编 委 (按姓氏笔划排列)

王 枫	王小宁	关 林	江天涛
冯 刚	朱晓平	刘 风	刘建伟
刘二斌	何向阳	李 楠	李 哲
李晓清	李耀文	吴 昊	宋 涛
张 可	张 戈	张 颖	张晓枫
范向东	姜雨轩	南 玲	萧 潇
韩家宝	程 林	程 鹏	

目 录

一、数学天地	(1)
什么是数学	(1)
数的来历	(3)
我国数的概念起源	(5)
数的演进	(8)
实用数学	(12)
数的家庭成员	(16)
0 表示什么	(18)
分数的妙用	(19)
小数的经历	(21)
负 数	(22)
虚 数	(23)
阿拉伯数码的故乡	(25)
解析几何的诞生	(26)
无限大与无限小	(29)
哥德巴赫猜想	(30)
数学黑洞“西西弗斯串”	(32)
巧解九连环	(33)
欧氏蛋	(35)
汤比蛋	(37)
百鸡问题	(38)

百羊问题	(39)
“农妇卖蛋”问题	(39)
抽屉原则	(40)
集 合	(42)
子 集	(44)
交 集	(46)
并 集	(46)
差 集	(47)
空 集	(48)
等价集合	(49)
函 数	(50)
自然数	(51)
+、-、 $\times$ 、 $\div$ 运算符号	(53)
π 的由来	(54)
常用的关系符号	(58)
数和数字的区别	(59)
基数和序数的区别	(60)
计数和记数的区别	(60)
计数和计量的区别	(62)
数的分级和数的分节	(63)
进位制	(64)
十进位制和二进位制	(65)
二进制数和八进数	(67)
时间和角度的单位	(68)
小九九	(69)
整 除	(70)

质数、质因数和互质数	(71)
辗转相除法	(73)
辗转相减法	(74)
弃九验算法	(75)
五大运算定律	(76)
准确数和近似数	(78)
有效数字	(79)
比和比例	(80)
求比值和化简比	(81)
比例尺	(81)
相反数和倒数	(82)
平均数和中位数	(83)
综合法和分析法	(83)
最小数原理	(85)
孪生素数	(86)
陈氏定理	(87)
幻 方	(88)
模糊数学	(91)
二、生活中的数学	(93)
测量太阳高度	(93)
地球的丈量	(95)
经度的测量	(95)
先抽签后抽签哪个中奖机会大	(96)
怎样让客人等吃饭的时间最少	(98)
购买奖券时买连号的好还是不连号的好	(98)
用淘汰制进行的比赛场数的计算	(100)

●中国自然百科全书

用单循环制进行的比赛场数的计算	(102)
池塘中的芦苇有多高	(104)
怎样渡河才更好	(105)
用什么方法挑选自己满意的商品	(106)
怎样巧算圆木堆垛	(108)
趣味几何	(110)
节能灶	(112)
青蛙的对称跳	(113)
影子部队	(115)
巷中行	(116)
截去多少	(118)
园丁的难题	(119)
正方形的维纳斯	(120)
生活中的分数	(121)
从田忌赛马说起	(124)
在 81 个零件中要找出一个废品,至少要称几次 ...	(128)
不查日历,推算某一天是星期几	(129)
怎样把 250 只苹果巧装在 8 只篮子里	(131)
松鼠妈妈采松子	(133)
巧分奖金	(134)
猴子分桃子	(134)
不添篱笆扩羊圈	(135)
瞎子看瓜	(137)
爱因斯坦的舌头	(138)
稀世珍宝	(139)
牛郎和织女	(140)

三、数学中的发明与发现	(143)
勾股定理的发现	(143)
勾股数组	(147)
什么是“贾宪三角”	(149)
16 岁的巴斯卡发现几何定理	(151)
数学王子与匈牙利少年不谋而合的发现	(152)
模糊数学的发现	(156)
“代数学”的由来	(156)
负数的出现	(158)
无理数的发现	(159)
虚数的发现	(163)
函数的发现	(167)
代数式与多项式的发现	(168)
韦达定理的发现	(169)
三角函数表的来历	(170)
神奇的黄金分割的发现	(174)
拓扑学的发现	(178)
奇妙的数与形	(181)
破碎数	(183)
康托尔的集合论	(186)
分形几何的发现	(187)
射影几何的发现	(188)
进位制的发现	(189)
计算工具的发明	(189)
数学悖论的发现	(190)
自然数的发现	(192)

刘徽发明“重差术”	(192)
球体积的证明	(195)
四、数学史上的巨人	(201)
古希腊大数学家毕达哥拉斯	(201)
几何学之父欧几里得	(202)
“代数之父”韦达	(204)
解析几何之父笛卡尔	(207)
独领风骚的“数学王子”高斯	(210)
帕斯卡	(213)
艾萨克·牛顿	(214)
罗巴切夫斯基	(215)
命运多舛的数学之星	(216)
计算机之父	(219)
家喻户晓的华罗庚	(221)

一、数学天地

什么是数学

有一则有趣的谜语，谜面是“无所不在，到处不见”，打的是一种自然物质。谜底是“空气”。

数学就像空气一样，到处都有，谁都离不开它，但谁也不能直接看清它的面貌、它的影子。

我们观看精彩的球赛，比分牌记录赛场风云的是数字；我们乘车旅行，对号入座靠的是数字；考试卷上记载成绩的也是数字；每个人年龄、身高、体重等等，都要用数来表示。

我们看到的日月星辰，高山大河，花草树木，鱼虫鸟兽，从庄严的天安门和雄伟的长城，直到小小的文具盒、铅笔、橡皮等等，世界上的一切事物，都有它们各自不同的形状。

科学家发现，数量和形状是事物最基本的性质，认识事物常常需要从研究数量和形状开始。研究数量和形状的科学，叫做数学。当然，数学所研究的数量和形状，它的含义比日常生活中所讲的含义要深广得多。它是一门科学，也是人类活动的重要工具。

数学最初是从结绳记事开始的。大约在三百万年前，人类还处于茹毛饮血的原始时代，以采集野果、围猎野兽为生。这种活动常常是集体进行的，所得的“产品”也平均分配。这样，古人便渐渐产生了数量的概念。他们学会了在捕获一头野

兽后用一块石子、一根木条来代表；或者用在绳子上打结的方法来记事、记数。这样，在原始社会人们的眼光中，一个绳结就代表一头野兽，两个结代表两头……，或者一个大结代表一头大兽，一个小结代表一头小兽……。数量的观念就是在这些过程中逐渐发展起来的。随着捕获手段的提高，所获的野兽越多，绳子的结越多，需要的数目也越大。

在距今大约五六千年以前，沿非洲的尼罗河出现了一个伟大的文明社会——埃及。埃及人较早地学会了农业生产。尼罗河每年7月定期泛滥，淹没大片农地，11月洪水逐渐退落。埃及人通过长期观察，注意到当天狼星和太阳同时出没的时候，正是洪水将至的预兆。还发现，这种现象大约365天重复一次。这样，埃及人就选择在洪水泛滥之后留下的肥沃淤泥土上种，待6月洪水来临之前收割，以获得好的收成。这是通过天文观测进行农业生产的结果，其中也包含了数学知识的应用。另一方面，古埃及的农业制度，是把同样大小的正方形土地分配给每一个人的，租用的人每年把他的收成提取一部分给土地所有者——国王。如果洪水冲毁了他们所分得的土地，他可以向国王报告，国王便派人前来调查并测量损失的那一部分，这样，他交的租就会相应减少。这种对于土地的测量，导致了几何学的诞生。实际上，几何学的原意就是“土地测量”。

数学正是从打结记数和土地测量开始的。

与埃及同时，世界上还有几个同样伟大的文明社会，如亚洲西部的巴比伦，南部的印度和东部的中国，它们分别创造了自己的文字，同时也产生了各自的记数法和最初的数学知识。在距今大约两千多年以前生活在欧洲东南部的希腊人，继承了

这些数学知识，并将数学发展成为一门系统的理论科学。古希腊文明被毁灭后，阿拉伯人保存和继承了他们的文化，后来又传回欧洲，使得数学重新繁荣起来，并最终导致了近代数学的创立。

数的来历

原始社会，人类在狩猎、种植、捕鱼、采集等活动中，要与野果、鱼、木棒、石头等打交道，久而久之，人们便有了多少、数量的意识。这种对数的认识往往与实物联系在一起，如用“月亮”代表“1”，用“眼睛”、“耳朵”、“鸟的翅膀”代表“2”。这是由于只有一个月亮，人有两只眼睛两只耳朵、鸟有两只翅膀的缘故。原始人还认识到一个苹果和一头羊各是一个个体，三棵树和三把石斧都是三个个体的一堆等，这就是最初的数的概念。

最早用来计数的是手指、脚趾，或小石子、小木棍等。表示1, 2, 3, 4个物体，就分别伸出1, 2, 3, 4个手指，遇到5个物体便伸出一只手，10个物体伸出两只手。当数目很多时，就用小石子来计数，10颗小石一堆就用大一些的一颗石子来代表。中国古代用的是木、竹或骨子制成的小棍，称为算筹。但是，大多数的原始人遇到大一些的数目，往往无法区分。

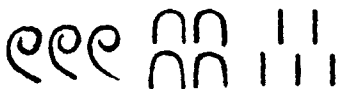
用手指、脚趾、石子、小木棍等来计数，难以长时间记录一个数字。因此，古人发明了打绳结来记数的方法，或者在兽皮、树木、石头上刻划记数。这些记号，慢慢就变成了最早的数字符号（数码）。

现在通用的数码是印度—阿拉伯数码，用十进位制来表示数。用 0, 1, 2, …9 十个数码可表示任数，低一位的数满 10



1 10 100 1000 10000 100000 1000000 10000000

后就进到高一位上去。这种十进制，现在看来简单而平常，可它却是人类经过长期努力才演变成的。如在古埃及，数码记号是这样的：



古埃及 3, 4, 5 的写法

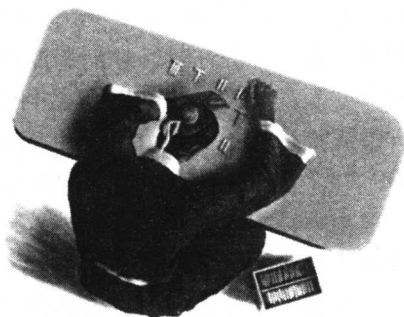
一个数中若某位数超过 1 时，就要将它的符号重复写若干次。如 345 就要写成如下图，写更大的数则是一大串符号了，这样运算当然十分困难。古希腊人也需要 27 个字母互相组合，才能表示 100 以内的数目，非常不便。

									纵式
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
									横式
1	2	3	4	5	6	7	8	9	

算筹计数

245 × 3	2 × 3 = 6	4 × 3 = 12	4 × 3 = 12
			735

算筹



算筹最初是用树枝做成的，后来用竹棍做，也有用象牙制成的。

除了十进制以外，还有五进制、二进制、三进制、七进制、八进制、十二进制、十六进制、二十进制、六十进制等。经过长期实际生活的应用，十进制终于占了上风。

数的概念和数码、进位制的出现和发展，都是人类长期实践活动的结果。

我国数的概念起源

数的概念是人们长期在数目观念的基础上所产生的认识上的飞跃，因此数的概念的起源是相当早的。

(1) 最早的数目观念

数的概念在我国的起源，可以追溯到原始社会。当时人们对数目的认识，最初是从“一”和“多”开始的，后来才逐渐有“二”、“三”等数目观念。

在出土的原始社会文物中，我们可以看到一些与数目有关

的内容，例如河姆渡的骨耜有两个孔，半坡的尖底提水器有两个耳。在其他陶器上有两耳或三足，在河姆渡的陶钵底上刻着四叶，这是形成“二”、“三”、“四”等数目的观念的依据。半坡的陶器上有整齐排列的点点，由一个到八个或到九个，可以说是“八”和“九”的反映。还有一些陶器上有近似等份圆周形的刻纹，很规则，有的正好为八十等份，如河北磁县下潘汪村出土的四五千年前的陶器上就有这种例子。至于是否有意识地进行等份和有较大的数目观念，不好确定。

(2) 原始记数法

《易·系辞传》上说：“上古结绳而治，后世圣人易之以书契”，说明结绳记数和刻划记数是当时带有普遍性的记数方法。至于中国的结绳起源于何时，很难回答，有些古籍上说轩辕（黄帝）、伏羲、神农等很长一段历史传说时代都是“结绳而用之”，或说伏羲“结绳而治”。如果说结绳是我国新石器时代广泛使用的记数方法的话，恐怕是不会错的。三国时吴人虞翻在所著《易家九义》中引汉郑玄的话说：“事大，大结其绳；事小，小结其绳，结之多少，随物众寡。”这里把结绳的用法说得很清楚。现已找不到早期结绳的实物资料。

刻划记数在我国也起源于原始社会。根据现有考古发掘资料，最早可以追溯到一万多年前的“山顶洞人”。在“山顶洞人”的遗址中出土了四个带有磨刻符号的骨管，可能是一种刻划记数的实物。

这四个骨管上的符号为横向磨制，形状多数是圆点形，有两个长圆形。其中有一个围着骨管形成半圆，展开成平面，则为一长条形。骨管 A，相对的两个侧面分别有一各圆点和两个圆点，共三个；骨管 B，相对的两个侧面，一面三个圆点，一

面两个，共五个；骨管 C，相对的两个侧面，一面两个，一面一个，在另外一侧又加一个长圆点，共四个；骨管 D，只有一个长条形的符号。从这些符号的排列方式，我们可以推测出“山顶洞人”对于数目的一些观念。“山顶洞人”最基本的数目是一，用一个圆点表示，两个圆点并列的是二，三个圆点并列的是三。同时可以看到，骨管对应两侧的符号带有累计的意义。一个加两个是三个，两个加三个是五个。长圆形可能是代表：“十”。

刻划记数的方法沿用了较长时期。到了原始社会末期，甚至到了奴隶社会和封建社会，都可以找到这方面的资料。例如在青海省乐都县柳湾原始社会末期的遗物中有带刻口的骨片四十件。在骨片的中部一侧或两侧刻有三角形小口，其中的三十五件上各有一个，三件上各有三个，两件上各有五个，被认为“大约是用作记事、记数或通讯联络用的”。这样解释有道理。刻口的排列方式和山顶洞人的骨管刻划非常相似：三个口的是在骨片的一侧有一个口，另一侧有两个口；五个口的是一侧有两个，另一侧有三个，这么多带刻口的骨片，说明它们不但用于记数，而且有可能用于简单的计算，由一到五十四之间的任何一个数都可以用这些骨片迅速地摆出，比如“四”用一个带三个口的和一个带一个口的骨片代表，“十五”用两个带五个口的、一个带三个口的和两个带一个口的代表等等。把这种骨片看作是一种原始的计算工具是并不过分的。

(3) 数目字的出现

在结绳和刻划的基础上，进而形成数目字。在半坡出土的陶器上刻划的符号中就包含了数目字，计有“×”（五）、“∧”（六）、“+”（七）、“）”（八）、“|”（十）、“|