高中生直通车 丛书
GAOZHONGSHENG ZHITONGCHE

高一、高二、高三均适用

- 紧扣新课标
- 公式、定理一本全
- 经典考题
- 高效、便捷、实用

GAOZHONGSHENG SHUXUE ZHITONGCHE

高中生 数学 直通车

主编 甘曜玮

接力出版社 Publishing House
全国优秀出版社 SPLENDID PUBLISHING HOUSE IN CHINA

高中生数学直通车

GAOZHONGSHENG SHUXUE ZHITONGCHE

主编　甘曜玮

接力出版社
Publishing House

编　者：甘曜玮　黄锡强
刘其毅　梁　锋
施梁显　李　生
梁　水　甘第通
陈家泰　党　炎

"高中生直通车"丛书
高中生数学直通车
主编　甘曜玮
☆
出版人　黄　俭
接力出版社出版发行
（地址：广西南宁市园湖南路9号　邮编：530022）
广西新力印务有限公司印刷
开本：787毫米×1092毫米　1/64
印张：1　字数：30千
2007年1月第1版　2007年1月第1次印刷
ISBN 978-7-80732-693-9/G·480　定价：2.40元

如有印装质量问题，可直接向本社调换。如发现画面模糊，字迹不清，断笔缺画，严重重影等疑似盗版图书，请拨打有奖举报电话。

电话：0771－5849336　5849378

温馨直通车

这是一本充满智慧的书，能使你轻松过关斩将。这是一本充满谋略的书，能使你脱颖而出，圆名校梦想。

公式和经典考题的完美结合，让直通车这一盏明亮的灯，永远在前方指引着你，温暖着你。

在考场上，有你自信的身影；在金榜上，有你闪光的名字。

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

一、集合与简易逻辑

集合

集合的特性	①确定性;②互异性;③无序性
常用数集	N 表示非负整数集或自然数集;②$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ 表示正整数集;③Z 表示整数集;④Q 表示有理数集;⑤R 表示实数集
集合的表示方法	①列举法;②描述法;③图示法
集合的分类	①有限集;②无限集;③空集

集合的运算律

交集的运算性质	$A\cap B=B\cap A$,$A\cap B\subseteq A$, $A\cap B\subseteq B$,$A\cap U=A$, $A\cap A=A$,$A\cap\varnothing=\varnothing$

（续表）

并集的运算性质	$A\cup B=B\cup A$, $A\cup B\supseteq A$, $A\cup B\supseteq B$, $A\cup U=U$, $A\cup A=A$, $A\cup\varnothing=A$
补集的运算性质	$\complement_U(\complement_U A)=A$, $\complement_U\varnothing=U$, $\complement_U U=\varnothing$, $A\cap\complement_U A=\varnothing$, $A\cup\complement_U A=U$
结合律	$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$, $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$
分配律	$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$, $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$
德·摩根定律	$\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$, $\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B$

【经典考题 1】

已知集合 $M=\{x\mid x<3\}$，$N=\{x\mid \log_2 x>1\}$，则 $M\cap N$ 等于(　　).

A. $\varnothing$　　　　B. $\{x\mid 0<x<3\}$

C. $\{x\mid 1<x<3\}$　　D. $\{x\mid 2<x<3\}$

解析

$N = \log_2 x > \log_2 2$，$\therefore x > 2$. 则 $M \cap N$：

$\begin{cases} x<3 \\ x>2 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x<3$. ∴选 D.

【经典考题 2】

设集合 $A=\{x \mid |x|<4\}$，$B=\{x \mid x^2-4x+3>0\}$，则集合 $\{x \mid x\in A$，且 $x\notin A\cap B\}=$________.

解析

$A\cap B=\{x \mid 3<x<4$ 或 $-4<x<1\}$，所求集合是 $\complement_A(A\cap B)=\{x \mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$. 应填$[1,3]$.

不等式解法

含绝对值的不等式	① $\lvert x\rvert<a \quad (a>0)$的解集为：$\{x \mid -a<x<a\}$
	② $\lvert x\rvert>a \quad (a>0)$的解集为：$\{x \mid x<-a$，或 $x>a\}$

（续表）

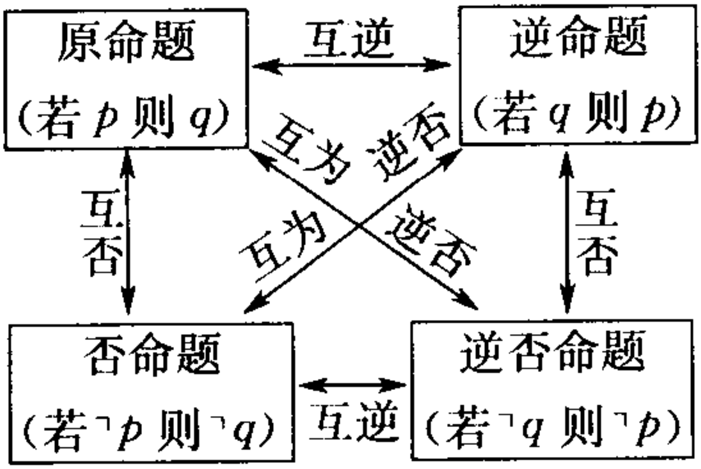
<table>
<tr><td rowspan="9">一元二次不等式</td><td rowspan="3">①$ax^2+bx+c=0$
$(a>0)$
$\Delta=b^2-4ac$</td><td>$\Delta>0$</td><td>$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$
$(x_1<x_2)$</td></tr>
<tr><td>$\Delta=0$</td><td>$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$</td></tr>
<tr><td>$\Delta<0$</td><td>没有实根</td></tr>
<tr><td rowspan="3">②$ax^2+bx+c>0$
$(a>0)$
$\Delta=b^2-4ac$</td><td>$\Delta>0$</td><td>$\{x\mid x<x_1$，或 $x>x_2\}$</td></tr>
<tr><td>$\Delta=0$</td><td>$\{x\mid x\neq-\frac{b}{2a}\}$</td></tr>
<tr><td>$\Delta<0$</td><td>$\mathbf{R}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">③$ax^2+bx+c<0$
$(a>0)$
$\Delta=b^2-4ac$</td><td>$\Delta>0$</td><td>$\{x\mid x_1<x<x_2\}$</td></tr>
<tr><td>$\Delta=0$</td><td>$\varnothing$</td></tr>
<tr><td>$\Delta<0$</td><td>$\varnothing$</td></tr>
</table>

【经典考题】

不等式$|x+2|\geqslant|x|$的解集是________.

$|x+2|\geqslant|x|\Leftrightarrow(x+2)^2\geqslant x^2\Leftrightarrow 4x+4\geqslant0\Leftrightarrow x\geqslant-1$. 所以应填$\{x\mid x\geqslant-1\}$.

简易逻辑

<table>
<tr><td>逻辑联结词</td><td>“或”、“且”、“非”</td></tr>
<tr><td>复合命题</td><td>p 或 q、p 且 q、非 p 都是复合命题</td></tr>
<tr><td rowspan="2">四种命题之间的相互关系</td><td>
</td></tr>
<tr><td>如果 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件. 如果 $p\Leftrightarrow q$，则 p 是 q 的充要条件</td></tr>
</table>

谜语

出操号响了。
（打一数学名词）

集合与充要条件

A 是 B 的充分条件	$A\subseteq B$
A 是 B 的必要条件	$B\subseteq A$
A 是 B 的充要条件	$A=B$
A 是 B 的既不充分也不必要条件	$A\not\subseteq B$

☞【经典考题】

已知 p:$|2x-3|<1$,q:$x(x-3)<0$,则 p 是 q 的(　　).

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

[redacted]

由 $|2x-3|<1$,得 $p=\{x|1<x<2\}$.

由 $x(x-3)<0$,得 $q=\{x|0<x<3\}$.

显然 $p\subseteq q$,由数轴分析易知 $p\Rightarrow q$,而 $q\not\Rightarrow p$,所以 A 正确.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

二、函数

函数

函数	设 A,B 是非空的数集，如果按某个确定的对应关系 f，使对于集合 A 中的任意一个数 x，在集合 B 中都有唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应，那么就称 $f:A\to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数，记作：$y=f(x),x\in A$
映射	设 A,B 是两个集合，如果按照某种对应关系 f，对于集合 A 中的任何一个元素，在集合 B 中都有唯一的元素和它对应，那么，这样的对应叫做集合 A 到集合 B 的映射，记作：$f:A\to B$
象和原象	给定一个集合 A 到集合 B 的映射，且 $a\in A,b\in B$，如果元素 a 和元素 b 对应，那么，我们把元素 b 叫做元素 a 的象，元素 a 叫做元素 b 的原象

（续表）

函数的表示法	①解析法；②列表法；③图象法
函数的单调性	如果对于属于定义域 I 内某个区间上的任意两个自变量的值 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$［$f(x_1)>f(x_2)$］，那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是增函数（减函数）
函数的奇偶性	如果对于函数 $f(x)$ 的函数定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x)$［或 $f(-x)=f(x)$］，那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数（或偶函数）

【经典考题】

已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}-\log_2\frac{1+x}{1-x}$，求函数 $f(x)$ 的定义域，并讨论它的奇偶性和单调性.

要使 $f(x)$ 有意义，则 $\begin{cases} x\neq 0 \\ \frac{1+x}{1-x}>0 \end{cases}$，$\Rightarrow -1<x<0$，或 $0<x<1$，$\therefore f(x)$ 的定义域是 $(-1,0)\cup(0,1)$.

$\because f(x)$的定义域关于原点对称，且对定义域内的任意 x 有

$$f(-x)=-\frac{1}{x}-\log_2\frac{1-x}{1+x}$$

$$=-\left(\frac{1}{x}-\log_2\frac{1+x}{1-x}\right)$$

$$=-f(x)$$，$\therefore f(x)$是奇函数.

先讨论在$(0,1)$内的单调性，设 $0<x_1<x_2<1$，

则$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{x_1}-\log_2\frac{1+x_1}{1-x_1}-\frac{1}{x_2}+\log_2\frac{1+x_2}{1-x_2}$

$=\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right)+\left[\log_2\left(\frac{2}{1-x_2}-1\right)-\log_2\left(\frac{2}{1-x_1}-1\right)\right]$.

由$\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}>0$，

$\log_2\left(\frac{2}{1-x_2}-1\right)-\log_2\left(\frac{2}{1-x_1}-1\right)>0$，得

$f(x_1)-f(x_2)>0$，即 $f(x)$在$(0,1)$内单调递减.

由于 $f(x)$是奇函数，故 $f(x)$在$(-1,0)$内单调递减.

谜语

清点信件。

（打一数学名词）

指数和对数

<table>
<tr><td rowspan="2">指数</td><td>分数指数</td><td>①$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$ $(a>0,m,n\in\mathbf{N}^*$,且 $n>1)$
②$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$ $(a>0,m,n\in\mathbf{N}^*$,且 $n>1)$</td></tr>
<tr><td>运算性质</td><td>①$a^ra^s=a^{r+s}$ ②$(a^r)^s=a^{rs}$
③$(ab)^r=a^rb^r$ $(a>0,b>0,r,s\in\mathbf{Z})$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">对数</td><td>性质</td><td>①零和负数没有对数 ②$\log_a a=1$
③$\log_a 1=0$ $(a>0,a\neq1)$</td></tr>
<tr><td>运算性质</td><td>①$\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$
②$\log_a\left(\frac{M}{N}\right)=\log_a M-\log_a N$
③$\log_a M^n=n\log_a M$
$(M>0,N>0,a>0,a\neq1)$
④$\log_a\sqrt[n]{M}=\frac{1}{n}\log_a M$ $(n\in\mathbf{R})$</td></tr>
<tr><td>公式</td><td>①常用对数:$\log_{10}N=\lg N$
②自然对数:$\log_e N=\ln N$
③对数恒等式:$a^{\log_a N}=N$
④换底公式:$\log_b N=\frac{\log_a N}{\log_a b}$</td></tr>
</table>

（续表）

对数	公式	推论：$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$，$\log_{a^n} b^m=\frac{m}{n}\log_a b$ （$N>0,a>0,b>0,a\neq1,b\neq1,m\neq0,n\neq0$）

【经典考题 1】

计算：$\frac{a^2}{\sqrt{a}\sqrt[3]{a^2}}(a>0)$.

[redacted]

$$原式=\frac{a^2}{a^{\frac{1}{2}}a^{\frac{2}{3}}}=a^{2-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}=a^{\frac{5}{6}}=\sqrt[6]{a^5}$$

【经典考题 2】

计算：$\log_a\frac{x^2\sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}}$.

[redacted]

$\log_a\frac{x^2\sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}}=\log_a(x^2\sqrt{y})-\log_a\sqrt[3]{z}=\log_a x^2+\log_a\sqrt{y}-\log_a\sqrt[3]{z}=2\log_a x+\frac{1}{2}\log_a y-\frac{1}{3}\log_a z$.

指数函数和对数函数

名称	指数函数 $y=a^x$ $(a>0,a\neq1)$	对数函数 $y=\log_a x$ $(a>0,a\neq1)$
定义域	$\mathbf{R}$	$(0,+\infty)$
值域	$(0,+\infty)$	$\mathbf{R}$
特征点	$(0,1)$ 即 $x=0$ 时，$y=1$	$(1,0)$ 即 $x=1$ 时，$y=0$
奇偶性	非奇非偶	非奇非偶
单调性	当 $a>1$ 时，在 $\mathbf{R}$ 上是增函数	当 $a>1$ 时，在 $(0,+\infty)$ 上是增函数
	当 $0<a<1$ 时，在 $\mathbf{R}$ 上是减函数	当 $0<a<1$ 时，在 $(0,+\infty)$ 上是减函数

【经典考题 1】

比较 $0.8^{-0.1}$，$0.8^{-0.2}$ 的大小.

[redacted]

$\because 0<0.8<1$，$\therefore y=0.8^x$ 是 $\mathbf{R}$ 上的减函数.

$\because -0.1>-0.2$ $\therefore 0.8^{0.1}<0.8^{0.2}$.

【经典考题 2】

比较 $\log_3\pi$ 和 $\log_2 0.8$ 的大小.

[redacted]

$\because \log_3\pi>\log_3 1=0$，$\log_2 0.8<\log_2 1=0$，

$\therefore \log_3\pi>\log_2 0.8$.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com