

daxue wuli shiyan



高等学校“十五”规划教材

大学物理实验

主 编 张晓春 刘 迈 刘开绪

中国矿业大学出版社

内 容 提 要

本书是“高等学校‘十五’规划教材”之一,是根据高等学校工科本科《物理实验课程教学基本要求》,结合作者多年物理实验课程的教学实践经验编写而成。全书包括绪论、测量误差和数据处理方法、物理实验的基本测量方法与技术、物理实验的基本仪器以及 10 个基础性实验和 21 个综合设计性实验,在实验选题上力求题目典型、内容丰富,注重培养学生的动手能力、思维能力和创新能力。

本书是高等工科院校各专业物理实验课程的规划教材,也可作为其他相关院校有关专业物理实验课程的选用教材。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 张晓春, 刘迈, 刘开绪主编. — 徐州:
中国矿业大学出版社, 2005.2
ISBN 7-81107-039-1/O·3
I. 大... II. ①张... ②刘... ③刘... III. 物理学
— 实验 — 高等学校 — 教材 IV. 04-33
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 008235 号

书 名 大学物理实验
主 编 张晓春 刘迈 刘开绪
责任编辑 刘社育 瓮立平
出版发行 中国矿业大学出版社
(江苏省徐州市中国矿业大学内 邮编 221008)
网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail: cumtpvip@cumtp.com
印 刷 北京京科印刷有限公司
经 销 新华书店
开 本 787×960 1/16 印张 13.25 字数 243 千字
版次印次 2005 年 2 月第 1 版 2005 年 2 月第 1 次印刷
印 数 0~4100 册
定 价 22.00 元
(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

前 言

随着科学技术的不断发展,人们越来越认识到物理实验技术的重要性,以及在高等工科院校的教学中加强学生物理实验训练的必要性。20世纪70年代末,物理实验从原来的物理课程中分离出来,形成了一门独立的课程。

本书是根据高等学校工科本科《物理实验课程教学基本要求》,结合作者多年的教学实践经验和物理实验室的实际情况编写而成。

全书共分六章,第一章介绍了物理学对社会的重要性,物理实验课的目的及任务,物理实验课的学习方法。第二章比较系统地介绍了误差理论和不确定度的概念及计算方法,以及有效数字的取舍规则和实验数据的处理方法。第二章内容在物理实验课中占有重要地位,它是学生进行实验和处理数据的基础。第三章介绍了物理实验的基本测量方法和测量技术。第四章介绍了物理实验中基本物理量的测量仪器。第五章、第六章分别选编了力学、热学、电磁学、光学、近代物理方面的10个基础性实验和21个综合设计性实验。这些实验在选题上力求题目典型、内容丰富,以便学生在有限的学时内较快地提高科学实验能力和科学实验素养,从而培养学生的动手能力、思维能力和创新能力。

为便于教师课堂讲授和学生自学,作者在编写时努力做到:实验目的明确,实验原理叙述清楚,实验内容安排得当,实验步骤简洁明了。在各实验中对数据处理提出了明确的要求。实验后面附有思考题,以便学生进行预习和实验分析。

本书由张晓春、刘迈、刘开绪主编。各章节的具体分工为:张晓春编写第一章、第二章、第三章、第四章及第六章的实验一、实验二、实验三、实验六、实验七;刘迈编写第五章的实验二、实验三、实验四、实验五、实验六、实验七、实验八、实验九和第六章的实验九、实验十、实验十一、实验十二、实验十三;刘开绪编写第五章的实验一、实验十和第六章的实验四、实验五;李海军、李晶、张琳、华玲玲编写第六章的实验

八、实验十四、实验十五、实验十六、实验十七、实验十八、实验十九、实验二十和实验二十一。全书由张晓春、刘迈、刘开绪统稿并定稿。

实验教学是一项集体事业,无论是实验教材的编写,还是具体实验课的开设,都凝聚着全体实验教师和技术人员的智慧和劳动成果。在本书的编写过程中,还参阅了兄弟院校的有关教材,吸收了其中富有启发性的观点和优秀内容。在本书即将出版之际,一并向有关单位和个人表示诚挚的感谢!

由于作者水平有限,书中难免有缺点和错误,恳请读者批评指正。

作 者
2005 年 2 月

目 录

第一章 绪 论	(1)
第二章 测量误差和数据处理方法	(6)
第一节 测量与误差	(6)
第二节 随机误差的高斯分布与标准误差	(8)
第三节 间接测量误差的估算	(11)
第四节 测量结果的误差表示	(13)
第五节 物理测量中不确定度的评定	(17)
第六节 测量结果的有效数字及位数取舍规则	(22)
第七节 实验数据的处理方法	(25)
第三章 物理实验的基本测量方法与技术	(31)
第一节 物理实验的基本测量方法	(31)
第二节 物理实验的基本测量技术	(34)
第三节 物理实验中的基本调整与操作技术	(40)
第四章 物理实验的基本仪器	(43)
第一节 长度、质量和时间的测量仪器	(43)
第二节 温度、气压和湿度的测量仪器	(50)
第三节 电磁测量仪器	(53)
第四节 常用的光源、光学元件和仪器	(56)
第五章 基础性实验	(61)
实验一 基本测量	(61)
实验二 气垫导轨上牛顿第二定律的验证	(66)
实验三 气垫导轨上守恒定律的研究	(72)
实验四 简谐振动的研究	(76)
实验五 扭摆法测量物体的转动惯量	(80)
实验六 液体黏滞系数的测定	(86)
实验七 金属线膨胀系数的测定	(91)
实验八 电表的改装与校准	(94)
实验九 电子示波器的使用	(98)

实验十 等厚干涉——牛顿环和劈尖·····	(106)
第六章 综合设计性实验 ·····	(114)
实验一 气体比热容比的测定·····	(114)
实验二 霍尔效应的研究·····	(117)
实验三 通电螺线管磁场的测量·····	(125)
实验四 铁磁材料的磁化曲线和磁滞回线的研究·····	(129)
实验五 RLC 电路暂态过程的研究 ·····	(137)
实验六 分光计测量三棱镜玻璃的折射率·····	(145)
实验七 分光计测量光栅的常数·····	(153)
实验八 迈克尔逊干涉仪·····	(156)
实验九 光电效应和普朗克常数的测定·····	(163)
实验十 密立根油滴法测定电子电荷·····	(170)
实验十一 声速的测定·····	(177)
实验十二 PN 结正向压降与温度关系的研究 ·····	(183)
实验十三 夫兰克-赫兹实验·····	(189)
实验十四 单摆法测量重力加速度·····	(194)
实验十五 伏安法测量电阻·····	(195)
实验十六 欧姆表的设计和组装·····	(196)
实验十七 电位差计测定电阻和校准电表·····	(197)
实验十八 二极管伏安特性曲线的测绘·····	(198)
实验十九 折射极限法测量固体和液体的折射率·····	(200)
实验二十 自组迈克尔逊干涉仪测量空气的折射率·····	(201)
实验二十一 光源相干性的研究·····	(202)
主要参考文献 ·····	(204)

第一章 绪 论

一、物理学对社会的重要性

1999年3月,在美国亚特兰大市召开的第23届国际纯粹物理和应用物理联合会(IUPAP)上,通过了物理学对社会的重要性的决议,其内容如下:

物理学是研究物质、能量和它们的相互作用的学科,是一项国际事业,它对人类未来的进步起着关键的作用。对物理教育的支持和研究,在所有国家都是重要的,这是因为:

(1) 物理学是一项激动人心的智力探险活动,它鼓舞着年轻人,并扩展着人类认识、掌握大自然知识的疆界。

(2) 物理学发展着未来技术进步所需的基本知识,而技术进步将持续驱动着世界经济发动机的运转。

(3) 物理学有助于技术的基本建设,它为科学进步和发明的利用,提供所需的训练有素的人才。

(4) 物理学在培养化学家、工程师、计算机科学家,以及其他物理科学和生物医学科学工作者的教育中,是一个重要的组成部分。

(5) 物理学扩展和提高我们对其他科学理解,诸如地球科学、农业科学、化学、生物学、环境科学,以及天文学和宇宙学,这些学科对世界上所有民族都是至关重要的。

(6) 物理学提供了应用于医学的新设备和新技术所需的基本知识,如计算机层析术(CT)、核磁共振成像、正电子发射层析术、超声波成像和激光技术等,改善了我们生活的质量。

综上所述,物理学是教育体制和每个进步社会的一个重要的组成部分。

回顾20世纪物理学与科学技术的发展,在物理学方面出现的核反应堆、晶体管、激光器、各种分析用的“谱仪”,以及医学上用的超声、核磁共振和正电子湮没技术等等,对科学技术的发展起到了重要的推动作用。

正是1900年普朗克提出的能量子假说、后来爱因斯坦提出的光量子假说及受激辐射理论以及1958年肖洛和汤斯提出的制造光波受激发射放大器的具体设想和建议,为研制激光器奠定了基础。1960年,梅曼研制成功了世界上第一台激光器,这项发明是光学发展史上也是整个科学史上的一个伟大里程碑。激

光器让许多原子、分子同时在同一方向发光,光束在颜色上的纯度比以往产生的光高 100 万倍,在月球上可以看到地球上仅为几瓦的激光。激光一出现,便得到广泛应用,如激光通讯、激光熔炼、激光切割、激光全息术、激光光盘、激光武器等。激光的光脉冲宽度窄,持续时间短到几个飞秒(10^{-15} s)。飞秒激光可用来拍摄瞬间的照片。新的计算机技术与产生飞秒光脉冲技术相结合,有可能实现接近每秒 1 拍次(10^{15} 次)的逻辑运算。未来新型的高速计算机可能采用短的光脉冲来传递信息,以代替现在使用的较为缓慢的电子来传递信息。这些,都为光学计算机的出现奠定了理论基础。

如果没有天然放射性的发现、狭义相对论和量子力学的建立,就不会有氢弹、原子弹、核电站。大量事实说明,高新技术的出现和发展与基本粒子物理学、原子核物理学、分子物理学和光学、等离子体、凝聚态物理学以及引力、宇宙学等物理学领域及其交叉学科有着密切的关系。可见,物理学是高新技术发展的源泉,对科学和社会的发展具有极大的影响力。

二、物理实验课的目的及任务

物理学是一门实验科学,物理实验在物理学的发展中占有极其重要的地位。有许多物理学的理论和规律是从大量实验事实中总结概括出来的,如万有引力定律、库仑定律、欧姆定律等。物理学中的争论要靠实验做出的判断来解决,如对光的本质的认识,微粒说与波动说的争论持续了很长一段时间,最后通过实验事实说明光具有波粒二象性。物理实验也是修正错误的依据,并常常成为发展理论的新起点。所有理论的确立都依赖于实验的验证。

大学物理实验是以一些基本物理量、基本仪器的基本测量方法与基本操作技能为主要内容进行教学训练的课程,是理工科院校各专业的一门必修的、独立设置的基础实验课程。它是学生进入大学后,接受系统实验方法和实验技能训练的开端。通过本课程的学习,不仅可以加深对理论的理解,更重要的是可以使学生获得基本的实验知识,掌握一定的实验方法和技能,是素质教育的重要环节。大学物理实验的主要任务是:

(1) 通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量,学习物理实验知识,加深对物理学原理的理解。在学习物理实验的一些典型方法时,尤其要注重思想方法,以培养学生的思维能力与创新能力。

(2) 培养与提高学生的科学实验能力,包括:通过阅读实验教材或资料,做好实验前的准备;借助教材或仪器说明书正确使用常用仪器;运用物理学理论对实验现象进行初步的分析判断;正确记录和处理实验数据,绘制曲线,说明实验结果,撰写合格的实验报告;完成简单的具有设计性内容的实验。

(3) 培养与提高学生的科学实验素养。要求学生具有理论联系实际和实事

求是的科学作风,严肃认真的工作态度,主动研究的探索创新精神,自主学习的方法,遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

三、物理实验课的学习方法

1. 怎样学好物理实验课

物理实验课的特点是学生在教师的指导下自己动手,独立完成实验任务。

(1) 要注意掌握实验中所采用的实验方法,特别是基本量的测量方法。基本量的测量方法在日后工作中经常用到,又是复杂测量的基础,学习时不仅要掌握它的原理,而且要知道它的适用条件及优缺点,这些知识只有通过亲身实践才能真正体会到。

(2) 要有意识地培养良好的实验习惯。例如:应正确地记录原始数据和处理数据,注意记录实验的客观条件,如温度、湿度、气压和日期等。这些良好的习惯是通过大量的、长期的实验养成的,它是保证实验安全、避免差错的基础。

(3) 要逐步学会分析、排除实验中出现的某些故障。实验结束时一般会获得测量数据的结果,对这些结果的评估,应从多方面入手。即分析实验方法是否正确;分析实验仪器可能带来多大误差;分析实验环境等因素对实验的影响。必要时请教师当场检查指导。实验中切忌拼凑数据、弄虚作假。

(4) 每次实验要掌握好重点。每一个实验往往涉及较多的理论和实验技能,不可能通过一次实验全部掌握,要注意掌握重点。每个实验的实验目的都是该实验的学习重点,应把主要精力放在这些地方,以提高学习效率。

2. 物理实验课的学习方法

大学物理实验课一般可分为以下三个阶段进行:

(1) 实验前的预习。实验前必须认真阅读教材和相应参考资料,做好必要的预习,才能按质量、按时完成实验。预习时要写好预习报告,其内容为:实验名称、实验目的、实验仪器、实验简要原理、实验内容(简要写出实验步骤)、列出实验数据记录表格。以上预习报告的内容作为实验报告的前半部分,要求学生理解。预习时还应完成思考题和实验注意事项等,不清楚的问题在实验准备课和实验中解决。

实验准备课是为了进一步做好实验准备工作而安排的。其主要内容为教师重点讲解有关实验理论,使学生更好地理解实验原理,体会实验方法的思路 and 适用条件,以及教学具体要求等。同时,教师通过对仪器设备进行介绍及操作示范,让学生在正式实验之前,有机会了解实验装置,学会仪器的使用。

(2) 课堂实验。进入实验室,要注意遵守实验守则。实验前应记录实验条件(如日期、实验人及同组人姓名、气压、湿度、温度等),然后按实验内容及步骤进行实验。实验内容及步骤主要包括:仪器的安装与调整、观察实验现象与选择

测试条件、读数与数据记录、计算与分析实验结果以及误差估算等。在实验过程中,对观察到的现象和测得的数据要及时进行判断,判断它们是否正常、合理;如实、正确地记录实验数据,不允许随意涂改数据,更不允许抄袭他人的数据;实验过程中可能会出现故障,在教师的指导下,分析故障原因,学会排除故障。实验完毕,要做好仪器设备的整理工作。

(3) 完成实验报告。实验报告是实验工作的总结,是积累知识和进行学术交流的依据,是实验不可缺少的重要环节,同时也是为了训练学生具有用书面形式汇报实验工作成果的能力。

四、怎样写实验报告

通常,完整的实验报告包括以下几个部分:

- (1) 实验名称:说明所做实验的名称。
- (2) 实验目的:说明本实验的目的和任务。
- (3) 实验仪器:记录实验所用的仪器名称、编号和规格,以利于必要时对实验进行复查。
- (4) 实验原理:在理解的基础上,简明扼要地介绍实验原理,切忌整篇照抄。力求做到图文并茂,画出必要的原理图、电路图或光路图,写出实验所用的主要公式,说明式中各物理量的意义和单位及公式的适用条件。
- (5) 实验内容:写出简要的实验步骤。
- (6) 数据记录与处理:数据记录应整洁、清晰、有条理,尽量采用列表法。在标题栏内注明单位,并注意有效数字。数据不得任意涂改,确实测量错误而无用的数据,可在旁边注明“作废”字样,不要随意划去。

数据处理是根据原始数据进行计算或做图,误差计算要预先写出误差公式,按标准形式写出实验结果及其误差。同时完成教师指定的作业题,对实验中出现的问题进行说明和讨论。

其中(1)~(5)部分和数据记录表格在预习报告中完成。编写实验报告,要求学生努力做到书写清晰、字迹端正、数据记录整洁、图表合格、文理通顺、内容简明扼要。实验报告一律采用统一的专用物理实验报告纸。

五、物理实验守则

为了保证物理实验的正常进行,培养学生严肃认真的工作作风和良好的实验工作习惯,特制定以下规则:

- (1) 学生在每次实验前对要做的实验应进行预习,并在预习的基础上按要求写出预习报告。无预习报告不得做实验且该次实验无成绩。
- (2) 学生在课表规定时间内进行实验,不得无故缺席或迟到。如有变动,须

经实验室同意。

(3) 学生进入实验室后要保持安静,服从教师和工作人员的指导。将预习报告放在桌上由教师检查,并回答教师的提问,经教师检查,认为合格后,才可以进行实验。

(4) 进入实验室后,根据仪器清单核对自己使用的仪器是否缺少或损坏。若发现有问題,应向教师提出。要按指定组别做实验,不得擅自调换仪器。

(5) 实验前应专心听取教师的讲解,仔细观察仪器构造,操作时动作应谨慎小心,严格遵守各种仪器仪表的操作规则及注意事项,尤其是电学实验,线路接好后,先经教师检查,经许可后方可接通电源,以免发生意外。

(6) 实验中应正确读数和记录,不得草率敷衍、拼凑数据。实验完毕后应将实验数据交给教师检查,合格者,教师予以签字通过,然后才能拆除线路与装置。数据记录不能用铅笔书写。实验完毕,应将仪器、桌椅恢复原状,放置整齐,并经教师检查。

(7) 实验课后按要求写出实验报告,于下次实验前由课代表收齐交给教师。迟交报告按不及格处理,不交报告该次实验无成绩。一学期累计三次不及格或无实验报告者不得参加期末考试,本学期实验成绩不及格。交报告时应附教师签字的原始数据记录单。

(8) 实验中如有损坏仪器,应及时报告教师或实验室工作人员,并填写损坏单,说明损坏原因,根据情况按学院规定赔偿。

(9) 实验中,应保持实验室的整洁。实验结束,学生应将实验室打扫干净后方可离开实验室。

第二章 测量误差和数据处理方法

第一节 测量与误差

一、测量

物理实验是用实验的方法研究各种物理现象及其规律,因此,通过物理实验,既要定性地观察物理现象的过程,又要定量地测出有关物理量的大小。测量的意义就是将待测的物理量与一个作为标准的同类量进行比较,得出它们之间的倍数关系。作为标准的同类量称为单位,倍数称为测量数值。可见,一个物理量的测量值等于测量数值与单位的乘积。例如:在国际单位制中,选定质量的单位为千克(kg),长度的单位为米(m),时间的单位为秒(s),电流强度的单位为安培(A)等等。一个物理量的大小是客观存在的,选择不同的单位,相应的测量数值就有所不同。单位愈小,测量数值愈大,反之亦然。

测量可以分为两类:一类是直接测量,就是把待测量直接与标准量(量具或仪表)进行比较,直接读数得到数据。例如:用天平称质量,安培表测电流等。另一类是间接测量,是根据直接测量所得到的数据,按照一定的公式,通过计算,得出所需要的结果。例如:直接测出单摆的长度 l 和单摆的周期 T ,应用公式 $g = 4\pi^2 l / T^2$ 可以求出重力加速度 g 。在物理量的测量中,绝大部分是间接测量,但直接测量是一切测量的基础。无论直接测量还是间接测量,都需满足一定的实验条件,按照严格的方法正确地使用仪器,才能得出准确的结果。

二、误差

每个物理量客观上有着确定的数值,称为真值。然而在实际测量时,由于实验条件、实验方法和仪器精度等的限制,实验人员的素质及环境的不稳定性等因素的影响,使得测量结果和待测量的真值之间存在或多或少的偏差,测量值与真值的差值称为测量误差 δ ,简称误差。即

$$\delta = \Delta x = x - a$$

任何测量都不可避免地存在误差,一个完整的测量结果应该包括测量值和误差两部分。测量不能得到真值,只能最大限度地减小测量误差并估算出误差

的范围。如何做到这一点呢?首先要了解误差产生的原因及其性质。测量误差按其产生的原因及性质可分为系统误差、随机误差和过失误差三类。

1. 系统误差

系统误差的特点是有规律性的,测量结果的符号和大小按一定规律变化,都大于真值或者都小于真值。在测量条件改变时,误差也按一定规律变化。其来源有以下几个方面:

(1) 由于测量仪器的不完善,仪器不够精密或安装调整不妥,如刻度不准、零点不对、砝码未经校准、应该水平放置的仪器没有放水平等。

(2) 由于实验理论和实验方法的不完善,所引用的理论与实验条件不符。例如:测电压时未考虑电压表内阻对电路的影响;用公式 $g = 4\pi^2 l / T^2$ 测量重力加速度时,若单摆的摆角大于 5° 时,会产生系统误差等。

(3) 由于实验者生理或心理特点、缺乏经验以及环境的改变而引起的误差等。

系统误差的消除或减小是实验技能问题,应尽可能采取各种措施将误差降低到最小程度。

2. 随机误差(偶然误差)

在相同条件下,对同一物理量进行重复多次测量,即使系统误差减小到最小程度之后,测量值仍然会出现一些难以预料和无法控制的起伏,而且测量值误差的绝对值和符号在随机地变化着,这种误差称为随机误差。其可能来源是人们听觉、视觉、触觉等感官能力不尽相同以及实验环境偶然因素的干扰。这种误差难以控制,从个别测量值来看带有随机性。如果测量次数足够多的话,就会发现随机误差遵循一定的统计规律,可以用概率理论来估算。

3. 过失误差

由于实验者使用仪器的方法不正确,实验方法不合理,读错、记错数据等引起的误差称为过失误差。这种误差是人为的,只要实验者端正工作态度,严格工作方法,过失误差是可以避免的。也可以运用异常数据剔除准则来判别因过失而引入的异常数据,并加以剔除。

三、误差的表示形式

误差的表示形式有绝对误差和相对误差。绝对误差 $\pm \Delta x$ 表示测量结果 x 与真值 a 之间的差值以一定的可能性(概率)出现的范围,即真值以一定可能性(概率)出现在 $x - \Delta x$ 至 $x + \Delta x$ 区间内。仅仅根据绝对误差的大小还难以评价一个测量结果的可靠程度,还需要看测定值本身的大小,因此,引入相对误差的概念。相对误差为绝对误差与测量值之比,一般用百分比表示。

第二节 随机误差的高斯分布与标准误差

随机性是随机误差的特点。对同一物理量进行多次重复测量,每次测量值误差的大小和正负都无法预先知道,是偶然的。但多次测量时随机误差又遵循一定的统计规律,这里只介绍高斯分布。

一、随机误差的高斯分布

服从高斯分布规律的随机误差具有以下四个特征:

(1) 单峰性。绝对值小的误差出现的概率大,绝对值大的误差出现的概率小。

(2) 对称性。绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相同,且对称分布于真值的两侧。

(3) 有界性。绝对值很大的误差出现的概率为零,即误差的绝对值不会超过一定的界限。

(4) 抵偿性。当测量次数非常多时,正误差和负误差相互抵消,误差的代数和趋向于零。

随机误差的高斯分布规律可以用高斯分布曲线形象地表述出来,如图 2-1(a)所示。横坐标为误差 δ ,纵坐标为误差的概率密度分布函数 $f(\delta)$ 。其数学表达式为

$$f(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (2-1)$$

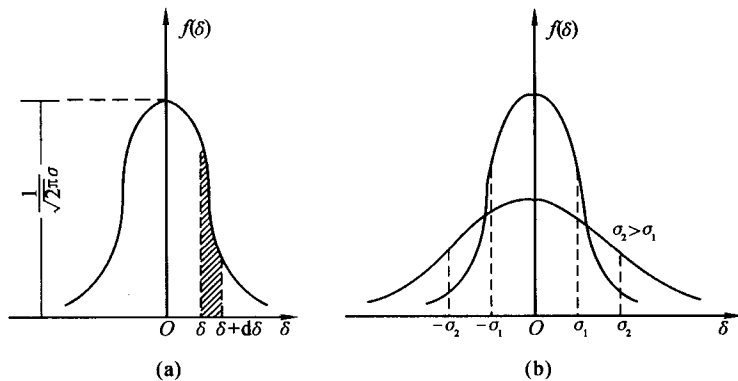


图 2-1 随机误差的正态分布曲线

测量值的随机误差出现在 δ 到 $\delta + d\delta$ 区间内的可能性(概率)为 $f(\delta)d\delta$,

如图 2-1(a) 中阴影的面积。 σ 是一个与实验条件有关的常数,称之为标准误差。其值为

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2}{n}} \quad (2-2)$$

式中, n 为测量次数; a 为真值; x_i 为第 i 次测量值; δ_i 为各次测量值的随机误差。

由此可见,标准误差是将各个误差的平方取平均值,再开方得到的。所以,标准误差又称为均方根误差。

二、标准误差的物理意义

随机误差正态分布曲线的形状取决于 σ 值的大小,如图 2-1(b) 所示。 σ 值愈小,分布曲线愈陡峭,峰值 $f(\delta)$ 愈高,说明绝对值小的误差占多数,且测量值的重复性好,分散性小;反之, σ 值愈大,曲线愈平坦,峰值 $f(\delta)$ 愈低,说明测量值的重复性差,分散性大。标准误差反映了测量值的离散程度。

因为 $f(\delta)d\delta$ 表示测量值随机误差出现在小区间 $(\delta, \delta + d\delta)$ 的概率,则测量值随机误差出现在区间 $(-\delta, +\delta)$ 内的概率为

$$P(-\sigma, \sigma) = \int_{-\sigma}^{\sigma} f(\delta) d\delta \approx 68.3\%$$

由此可见,对任意一次测量,其测量值误差出现在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 区间内的概率为 68.3%。或者说对某一物理量在相同条件下进行了 1 000 次测量,测量值误差可能有 683 次落在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 之间。要注意的是标准误差是一个具有统计性质的特征量,它并不表示任意一次测量值的误差就是 $\pm\sigma$,也不表示误差不会超出 $\pm\sigma$ 的界限。标准误差是用以表征测量值离散程度的一个特征量。

三、极限误差

同样道理,可以计算在相同条件下对某一物理量进行多次测量,其任意一次测量值的误差落在 -2σ 到 $+2\sigma$ 之间的概率为

$$P(-2\sigma, 2\sigma) = \int_{-2\sigma}^{2\sigma} f(\delta) d\delta = 95.4\%$$

落在 -3σ 到 $+3\sigma$ 之间的概率为

$$P(-3\sigma, 3\sigma) = \int_{-3\sigma}^{3\sigma} f(\delta) d\delta = 99.7\%$$

由此可见,在 1 000 次测量中,只可能有三次测量值的误差绝对值大于 3σ 。而在一般实验中测量次数有限的情况下,测量次数很少超过几十次,因此,测量值误差超出 $\pm 3\sigma$ 范围的情况几乎不会出现,所以,将 3σ 称为极限误差。在测量

次数较多的情况下,如果某一测量值误差绝对值大于 3σ ,可以认为该数据为异常数据而加以剔除。

四、算术平均值

对某一物理量来讲,其真值是客观存在的。即使对测量值已经进行了系统误差的修正,但是由于随机误差的存在,最终还是得不到真值。根据误差理论可以证明,对一个物理量进行了多次测量,其算术平均值就是接近真值的最佳值。

在相同条件下对某一物理量进行了多次测量,测量值分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 各次测量值的随机误差分别为 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$, 并用 a 表示该物理量的真值。根据误差的定义有 $\delta_1 = x_1 - a, \delta_2 = x_2 - a, \dots, \delta_n = x_n - a$, 将以上各式相加得

$$\sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n x_i - na \quad (2-3)$$

用 $\bar{x}$ 表示算术平均值, 即 $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

所以式(2-3)可以写为

$$\bar{x} - a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \quad (2-4)$$

根据随机误差的抵偿性特征, 当测量次数 n 相当多时, 各个误差的代数和趋近于零, 即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0$$

于是有

$$\bar{x} \rightarrow a$$

由此可见, 测量次数愈多, 算术平均值接近真值的可能性愈大。当测量次数相当多时, 算术平均值是真值的最佳值, 即近真值。

五、标准误差的估算——标准偏差

1. 任意一次测量值的标准偏差

实际上真值是得不到的, 实际中测量次数 n 也是有限的, 误差 δ_i 计算不出来, 标准误差 δ 也无从估算。由于算术平均值是近真值, 实际估算时采用算术平均值 $\bar{x}$ 代替真值, 用各次测量值与算术平均值的差值 $\delta'_i = x_i - \bar{x}$ 来估算各次的误差。差值 δ'_i 称为残差。

一般情况下只知道残差 $\delta'_i = x_i - \bar{x}$, 而不知道 $\delta_i = x_i - a$, 所以用残差来估算标准误差时, 其计算公式为

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta'^2_i}{n-1}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2-5)$$

式中, σ_x 称为任意一次测量值的标准偏差, 它是测量次数有限多时, 标准误差 σ 的一个估计值。其物理意义为, 如果多次测量的随机误差遵从高斯分布, 那么任意一次测量, 测量值误差落在 $-\sigma_x$ 到 $+\sigma_x$ 区域之间的概率为 68.3%。或者说, 对某一测量列测量值的误差有 68.3% 的概率出现在 $-\sigma_x$ 到 $+\sigma_x$ 的区域内。

2. 平均值的标准偏差

由误差理论可以证明, 测量列 (n 次) 的算术平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2-6)$$

由此可见, 平均值的标准偏差为 n 次测量中任意一次测量值标准偏差的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍。 $\sigma_{\bar{x}}$ 小于 σ_x , 因为算术平均值是测量结果的最佳值, 它比任意一次测量值 x_i 更接近真值, 误差要小。 $\sigma_{\bar{x}}$ 的物理意义是, 在多次测量的随机误差遵从高斯分布的条件下, 真值处于 $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ 区间的概率为 68.3%。

应用式(2-5)、式(2-6)估算随机误差, 理论上要求测量次数相当多。而实际的实验中重复测量的次数不可能很多, 所以用上两式估算出来的随机误差带有相当程度的近似性。在测量次数较少时 ($n < 10$), $\sigma_{\bar{x}}$ 随着测量次数 n 的增加而明显减小, 随着 n 的继续增加, $\sigma_{\bar{x}}$ 的减小愈来愈不明显而逐渐趋近于恒定值。因此, 在一般的实验中测量次数取 5~10 次为宜。

第三节 间接测量误差的估算

直接测量值不可避免地存在着误差, 由直接测量值根据一定的函数关系, 经过运算而得到的间接测量值也一定有误差存在。间接测量的误差与各个直接测量误差有关, 其关系式称为误差传递公式。

一、误差的一般传递公式

设间接测量量与直接测量量的函数关系为

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (2-7)$$

且 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 为彼此独立的变量, 它的算术平均误差分别是 $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_n$, 间接测量的误差为 Δy 。

将式(2-7)求全微分, 得

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial f}{\partial x_3} dx_3 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n \quad (2-8)$$