



全国教育科学“十五”规划教育部重点课题
“利用学生假日闲暇时段开展健康教育实践研究”综合活动系列丛书

七年级（下）

新潜能数学

丛书主编：许芬英
丛书策划：施利东
分册主编：陈福春

潜能远远超过已经实现的一切



浙江人民出版社

基础
深入
夯实
程度
一反
常态

《新潜能数学》编委会

丛书主编:许芬英

丛书策划:施利东

分册主编:陈福春

分册副主编:王永坚

编委:王永坚 杨妙进 王小艳 鲍旭黎
余爱娟 周建萍

编者的话



《新潜能数学》是国家教育科学“十五”规划教育部重点课题“利用学生假日闲暇时段开展健康教育实践研究”的综合活动成果之一，它在中国少年科学院提倡的“走进美妙数学花园”创新发展的精神指导下，在金华市学生假日活动中心连续多年的实践经验的基础上，由浙江省多位资深的数学骨干教师编写而成。该书每个专题分为以下几个板块：知识导航、生活中的数学、数学建模、知识学习园、基础夯实、课后扩展、创新提高和数学小论文（数学故事），是中学生利用闲暇时段开展数学拓展教育活动的好教材。

该书的编写宗旨和特点是：

一、趣味性。在数学讲解中，由华老师、春春和小山作为向导，引领学生进入学习专题，充满无限的互动性，生动的讲解和细心的点拨有利于激发学生学习的主动性和能动性。





二、发展性。一题多解，一题多变；举一反三，触类旁通；层层递进，稳固扎实。从“知识学习园”到“创新提高”这几个板块尤其注重学生思维的训练，重在培养学生思维的灵活性、多样性和深刻性。

三、实践性。最后一个板块附有学生的数学建模论文，这是学生将数学知识和技能应用于实际生产、生活的个例，是数学为社会创造价值的体现，也是学生素质全面发展的需要；或附上有趣的数学历史故事，让学生了解到从古至今数学对于人们生产生活发挥着的极其深远的影响。

下册中1~6年级各册每周有少数加*号的题目，被编者视为较有难度，学生可自由选择进行练习。

我们衷心地希望该书能给你带来新的启迪和帮助。

编者

2006年9月





目 录

第 1 周	三角形及其重要线段	(1)
第 2 周	全等三角形	(11)
第 3 周	图形和变换	(21)
第 4 周	事件的可能性	(30)
第 5 周	二元一次方程组	(40)
第 6 周	列方程(组)解应用题(1)	(48)
第 7 周	列方程(组)解应用题(2)	(57)
第 8 周	整式的乘法与除法	(66)
第 9 周	乘法公式	(74)
第 10 周	因式分解及其应用	(83)
第 11 周	分式的运算	(92)
第 12 周	恒等变形与求值	(102)
第 13 周	简单的面积问题	(109)
第 14 周	质数合数与分解因数	(117)
第 15 周	二元一次不定方程及方程组	(123)
第 16 周	数学建模原型(二)	(131)





第1周 三角形及其重要线段



知识导航

1. 由不在同一直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形，“三角形”用“ \triangle ”表示。

2. 三角形分类：

按边分：等腰三角形

等边三角形

按角分：锐角三角形

直角三角形

钝角三角形

3. 主要性质：

(1) 三角形任何两边之和大于第三边；

(2) 三角形三个内角的和等于 180° ，三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和。

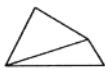
4. 三角形中的主要线段：角平分线、中线、高。



生活中的数学

多边形边上或内部的一点与多边形各个顶点的连线，将多边形分割成若干个三角形，图 1-1 给出四边形的具体分割方法，分别将四边形分割成 2 个、3 个、4 个小三角形。(04 年广东中考卷)

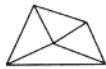




(1)



(2)



(3)

图 1-1

(1) 请按照上述方法, 将图 1-2 中的六边形进行分割, 并写出得到的小三角形个数.



(1)



(2)



(3)

图 1-2

(2) 试把这一结论推广到 n 边形.



图 1-1(1)中当从四边形一个顶点向另外的几个顶点引连线, 把四边形分成 2 个三角形;

图 1-1(2)中当从四边形一边上的一点向各顶点引连线, 把四边形分成 3 个三角形;

图 1-1(3)中当从四边形内部一点向各顶点引连线, 把四边形分成 4 个三角形;

图 1-2(1)中当从六边形一个顶点向另外的几个顶点引连线, 把六边形分成 4 个三角形;

图 1-2(2)中当从六边形一边上的一点向各顶点引连线, 把六边形分成 5 个三角形;

图 1-2(3)中当从六边形内部一点向各顶点引连线, 把六边形分成 6 个三角形;





由此推广到 n 边形：

当从 n 边形的一个顶点向另外的几个顶点引连线，把 n 边形分成 $(n-2)$ 个三角形；

当从 n 边形一边上的顶点向各顶点引连线，把 n 边形分成 $(n-1)$ 个三角形；

当从 n 边形内部一点向各顶点引连线，把 n 边形分成 n 个三角形。



例 1 (03 年桂林) $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 则 $\angle C =$ _____.

例 2 (03 年广西) 一个三角形的三边长分别是 3, x , 5, 那么 x 的取值范围是 _____.

例 3 (04 年江西) 如图 1-3, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AC 延长线上的一点, 则 $\angle BCD =$ _____ 度.

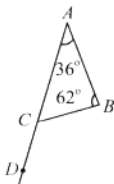


图 1-3

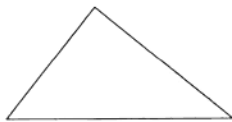


图 1-4

例 4 (04 年青海) 有一块三角形的地, 现要平均分给四农户种植. (即四等分三角形面积, 请你在图 1-4 上作出分法, 不写作法, 保留作图痕迹)



例 5 (04年西宁) A, B 是平面上两个定点, 在平面上找一点 C , 使 $\triangle ABC$ 构成等腰直角三角形, 且 C 为直角顶点, 请问这样的点有几个? 并在图中作出所有符合条件的点. (要求用尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法)

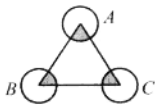


链接延伸: 在例 5 中, 把“且 C 为直角顶点”这个条件略去, 请你找出点 C 的个数. (画出简图)

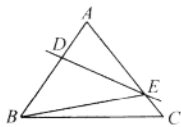


一、选择题

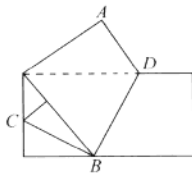
1. (05年漳州) 三个半径都为 2 的圆两两外离, 则图中阴影部分的面积为: ()
- A. π B. 2π C. 3π D. 4π



(第 1 题)



(第 3 题)



(第 4 题)





2. (04年杭州) 以下不能构成三角形三边长的数组是 ()

A. $(1, \sqrt{3}, 2)$ B. $(\sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5})$
 C. $(3, 4, 5)$ D. $(3^2, 4^2, 5^2)$

3. (05年江苏南通) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=8\text{cm}$, AB 的垂直平分线交 AB 于点 D , 交 AC 于点 E , $\triangle BCE$ 的周长等于 18cm , 则 AC 的长等于 ()

A. 6cm B. 8cm C. 10cm D. 12cm

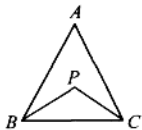
4. (05年漳州) 如图, 将一张纸按如图的方式折叠, BC 、 BD 为折痕, 则 $\angle CBD$ 的度数为 ()

A. 80° B. 90° C. 100° D. 120°

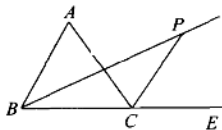
5. (05年山东临沂) 如图(1), 若 P 点是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角平分线的交点, 则 $\angle P=90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$;

如图(2), 若 P 点是 $\angle ABC$ 和外角 $\angle ACE$ 的角平分线的交点, 则 $\angle P=90^\circ - \angle A$;

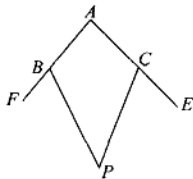
如图(3), 若 P 点是外角 $\angle CBF$ 和 $\angle BCE$ 的角平分线的交点, 则 $\angle P=90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$.



(1)



(2)



(3)

(第5题)

上述三个结论, 正确的有()个

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 0个

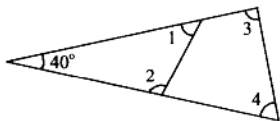
二、填空题

1. (03年广西) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=120^\circ$, $\angle B=2\angle C$, 则 $\angle B$

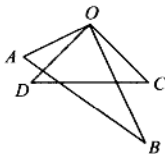


= _____.

2. (03年青海) 一个三角形的两边长分别是 2cm 和 9cm, 第三边长是一个奇数, 则第三边长为 _____.
3. (03年桂林) 如图, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$ _____.

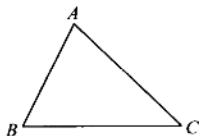


(第3题)



(第4题)

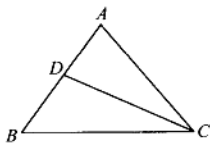
4. (04年黑龙江) 如图, 将一副三角板叠在一起, 使直角的顶点重合于点 O , 则 $\angle AOC + \angle DOB$ 的度数为 _____.
5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BC 边不动, 点 A 竖直向上运动, $\angle A$ 越来越小, $\angle B, \angle C$ 越来越大, 若 $\angle A$ 减少 α 度, $\angle B$ 增加 β 度, $\angle C$ 增加 γ 度, 则 α, β, γ 三者之间的等量关系是 _____.



(第5题)

三、解答题

1. (05年福建泉州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 70^\circ, \angle B = 50^\circ, CD$ 平分 $\angle ACB$, 求 $\angle ACD$ 的度数.



(第1题)

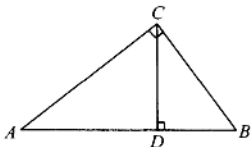
2. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边长, 已知 $\triangle ABC$ 的周长为 24cm, $a + c = 14\text{cm}, b - c = 2\text{cm}$, 求 a, b, c .





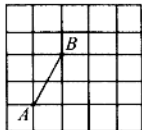
3. $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, BD 是 AC 边上的中线, BD 把 $\triangle ABC$ 周长分为 36 和 63 两部分, 求 BC 的长.

4. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$, $\angle BCD=31^\circ$, 求 $\angle B$ 的度数, 探索 $\angle BCD$ 与 $\angle A$, $\angle ACD$ 与 $\angle B$ 的关系, 并说明理由.



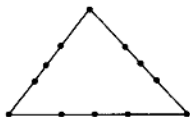
(第4题)

5. (04年重庆) 如图的方格纸中, 每个小方格都是边长为 1 的正方形, 点 A 、 B 是方格纸中的两个格点(即正方形的顶点), 在这个 5×5 的方格纸中, 找出格点 C , 使 $\triangle ABC$ 的面积为 2 个平方单位, 请画出 C 点的位置.



(第5题)

6. (04年山东潍坊) 现有 12 棵树, 把它栽成三排, 要求每一排恰好为 5 棵, 如下图所示就是一种符合条件的栽法: 请你再给出三种不同的栽法。(画出图形即可)



(第6题)

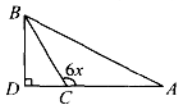


1. (05年江苏南通)用3根火柴棒最多能拼出 ()

- A. 4个直角 B. 8个直角
C. 12个直角 D. 16个直角

2. (05年吉林省)如图 $Rt\triangle ABD$ 中, $\angle D=90^\circ$, C 为 AD 上一点, 则 x 可能是 ()

- A. 10° B. 20°
C. 30° D. 40°



(第2题)

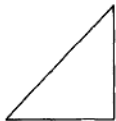
3. (04年安徽)正方形通过剪切可以拼成三角形, 方法如下:



(第3题)

仿上图所示方法, 解答下列问题:

- (1) 如图(1), 对直角三角形设计一种方案, 将它分成若干块, 再拼成一个与原三角形等面积的矩形.
(2) 如图(2), 对任意三角形设计一种方案, 把它分成若干块, 再拼成一个与原三角形等面积的矩形.



(1)



(2)

(第3题)



东 馆

美国华盛顿国家美术馆的东馆，是建筑史上一个杰出的范例，其设计者是著名的建筑师贝聿铭。

东馆是华盛顿国家美术馆的扩建工程（原美术馆简称西馆），设计难度很大。

首先，它只能建在一块直角梯形空地上，不方不圆，外形受到限制。

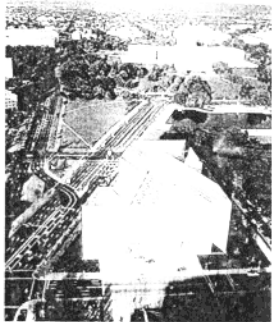
其次，空地周围已经布满古典风格的重要建筑，包括美术馆西馆、美国国会大厦、总统办公地白宫等，而东馆必须与周围环境融洽。

第三，严格的美术馆馆长还有一些特殊要求，例如：美术馆不能过于庄严、类似殿堂，令人望而生畏；也不能过于灵活、大而无当，使人厌倦疲惫；如此等等。

贝聿铭接受东馆工程以后不久，在返回纽约的飞机上，拔出一支红色圆珠笔，画欧几里得几何图形。他说：“我在信封后面画了一个梯形，在梯形里面画了一条对角线，这样就形成了两个三角形：一个给美术馆，另一个给研究中心。一切就这么开始了。”

在数学里，解答几何难题时，四边形的问题比较难办，可以尝试连接一条对角线，把它分成两个三角形，化难为易。

贝聿铭把类似的想法应用于建筑，通过连接一条辅助线，解决了梯形空地难题。



关键突破之后,以下各步都显得势在必行,顺理成章了。

在图中,可以清楚地看到东馆的梯形轮廓,以及这个梯形怎样被一条对角线分成了两个三角形。

东馆开放后,美国的许多报纸、刊物纷纷发表文章,齐声称好,贝聿铭因此而名扬世界,并且获得了美国建筑师协会金质奖章。





第2周 全等三角形



知识导航

判定全等三角形一般的方法有 SSS(边边边)、SAS(边角边)、ASA(角边角)、AAS(角角边).

值得注意的是三角形全等的条件往往会隐含在图形当中,所以识图是说明三角形全等的关键一步,而有些图形还需要一定的辅助线才能完成对三角形全等的理由说明.而从三角形全等中,也可以得到线相等和角相等的结论.



生活中的数学

基本性质:全等三角形,对应边相等,对应角相等.

(05年山东临沂)如图,将两根钢条 AA' 、 BB' 的中点 O 连在一起,使 AA' 、 BB' 可以绕着点 O 自由转动,就做成了一个测量工具,则 $A'B'$ 的长等于内槽宽 AB ,那么这个工具应用的原理是_____.

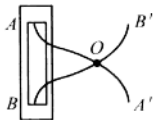


图 2-1



上题中的问题可以转化成数学问题,如下图:

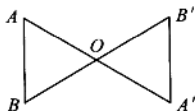


图 2-2

由题意可知:在 $\triangle AOB$ 与 $\triangle A'OB'$ 中,线段 AA' , BB' 交于点 O ,且 $AO=A'O$, $BO=B'O$,请说明 $AB=A'B'$ 的理由.

\because 在 $\triangle AOB$ 与 $\triangle A'OB'$ 中

$$\begin{cases} AO=A'O(\text{已知}) \\ \angle AOB=\angle A'OB'(\text{对顶角相等}) \\ BO=B'O(\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle A'OB' (SAS)$

$\therefore AB=A'B'$

即 $A'B'$ 的长等于内槽宽度.

这个工具应用的原理是“三角形全等,对应边相等”的性质.

知识学习

例 1 (04 年山东潍坊)如图 2-3,已知 $\triangle ABC$ 的六要素,则下面甲、乙、丙三个三角形中和 $\triangle ABC$ 全等的图形是 ()

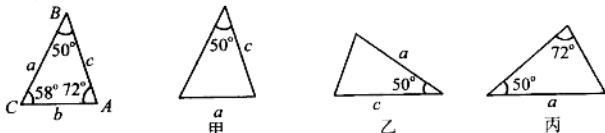


图 2-3