



国家教委中等专业学校规划教材

财经类专业通用

数 学

(第三版) 第二册

财经类中专数学教材编写组 编



高等教育出版社

国家教委中等专业学校规划教材

财经类专业通用

数 学

(第三版)

第二册

财经类中专数学教材编写组 编

高等教育出版社

(京)112号

本书是根据国家教育委员会1987年审定的财经类专业通用《中等专业学校数学教学大纲》编写的。本书内容为立体几何、直线、二次曲线、排列、组合和数列。书末附学习指导,按教材章节对应编写,每章包括内容提要、学习辅导、自我检测题三部分。

本书可供招收初中毕业生的中等专业学校财经类专业使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学:财经类 第二册/财经类中专数学教材编写组编. 3
版. —北京:高等教育出版社,1997

ISBN 7-04-005914-2

I. 数… II. 财… III. 数学-专业学校-教材 IV. 01

中国版本图书馆CIP数据核字(96)第25405号

*

高等教育出版社出版

北京沙滩后街55号

邮政编码:100009 传真:64014048 电话:64054588

新华书店上海发行所发行

商务印书馆上海印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 8 字数 206 000

1987年10月第1版

1997年7月第3版 1998年7月第3次印刷

印数 244 143—387 153

定价 8.00 元

凡购买高等教育出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页等
质量问题者,请与当地图书销售部门联系调换。

版权所有,不得翻印

责任编辑	杨芝馨
封面设计	刘晓翔
责任绘图	吴文信
版式设计	王艳红
责任校对	朱莹
责任印制	蔡敏燕

序 言

本教材是根据 1987 年国家教育委员会审定的财经类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲》编写的。

本教材共分四册：

第一册 集合、函数、三角函数、反三角函数简介；

第二册 * 立体几何、解析几何、排列组合与二项式定理、数列；

第三册 微积分；

第四册 行列式与矩阵、* 投入产出简介、* 线性规划、概率初步、* 数理统计。

本教材可供招收初中毕业生的财经类各专业使用，第三、四册可供招收高中毕业生的财经类各专业选用，有 * 的内容供选学。

本教材是由国家教育委员会组织的财经类中专数学教材编写组编写的。编写组由南京铁路运输学校沈清任主编，参加编写的有上海银行学校姚叠叁、北京供销学校贝虹、其中第一、二册由贝虹编写，第三册由姚叠叁编写，第四册由沈清编写。

第二版教材附有学习指导，其中包括内容提要、学习辅导及自我检查题，供学生学习时参考。

第三版教材修订时，执行了量和单位及出版方面的国家标准。在第一册各有关段落，穿插了使用计算器求值的方法介绍。在第四册中增加了“一般线性方程组”一节。

本教材修订后仍难免有错误和不当之处，恳切希望广大读者批评指正。

财经类中专数学教材编写组

1996 年 8 月

目 录

* 第七章 立体几何简介	1
§ 7-1 平面及其基本性质	1
§ 7-2 直线与直线的位置关系 异面直线所成的角	6
§ 7-3 直线与平面的位置关系	11
§ 7-4 平面与平面的位置关系	21
§ 7-5 多面体	31
§ 7-6 旋转体	43
第八章 直线	59
§ 8-1 有向线段 线段的中点坐标	59
§ 8-2 直线方程	64
§ 8-3 两直线的位置关系	74
第九章 二次曲线	86
§ 9-1 曲线与方程	86
§ 9-2 圆	89
§ 9-3 椭圆	95
§ 9-4 双曲线	101
§ 9-5 抛物线	109
§ 9-6 坐标轴平移	116
第十章 排列 组合 二项式定理	122
§ 10-1 加法原理和乘法原理	122
§ 10-2 排列	125
§ 10-3 组合	134
§ 10-4 二项式定理	140
第十一章 数列	145
§ 11-1 和式	145
§ 11-2 数列的概念	148

§ 11-3 等差数列	153
§ 11-4 等比数列	158
§ 11-5 数列在经济工作中的应用举例	163
学习指导	169
习题答案	236

* 第七章 立体几何简介

在现实生活中,我们见到的各种物体的形状都是**空间图形**.空间图形由点、直线、平面这些基本元素组成,它的所有点不全在同一平面内.**立体几何**主要研究空间图形的概念、性质及其应用.

本章将介绍立体几何的基本知识,包括平面和它的基本性质;直线与直线、直线与平面、平面与平面的位置关系,它们之间所成角的定义;以及柱、锥、台、球的表面积及体积的计算方法.

§ 7-1 平面及其基本性质

一、平面及平面图形的表示

平面是广阔无涯无厚度的,也就是说,平面是可以无限延展的.我们日常见到的一些简单的平面图形,如黑板面、窗玻璃面、课桌面等等,都可看作平面的一部分,它们大都具有矩形的形状.当我们在适当的距离和角度观察这些矩形时,会感觉它们都像平行四边形.因此,在立体



图 7-1

几何中,通常可把平面的示意图画成平行四边形,如图 7-1 所示.由于平面是广阔无涯的,所以平行四边形的周界线仅仅是为了便于表示,并不真实存在,或者说平行四边形只是所表示的平面的一部分.

在立体几何中,通常用希腊字母 α, β, γ 等表示平面,把它们写在平行四边形的某一角的内部;有时也用平行四边形顶点的字母表示平面,如图 7-2(1),可记作平面 $ABCD$ 或平面 α 等等.还规定,显露的部分画实线;被遮的部分画虚线或省略不画,如图 7-2

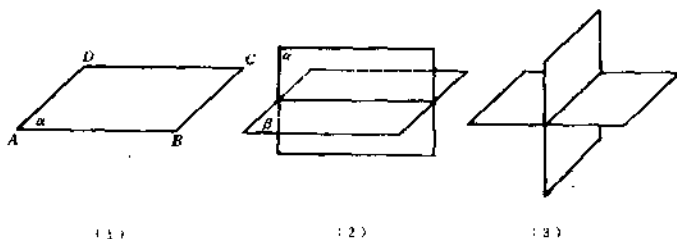


图 7-2

(2), (3)所示.

在水平平面内画平面图形,按画法几何的规定,一般不画它的真实形状.例如,矩形往往画成一个锐角为 45° 的平行四边形,其中水平的一边方向不变并保持原长度,竖直的边则偏转 45° 并缩为原长的一半;其他的平面图形也可类似地画出,这就得到了平面图形在水平平面内的示意图,如图 7-3 所示.

二、平面的基本性质

通过长期的实践,人们总结出关于平面的三条基本性质,把它们作为公理,这些公理是研究立体几何的理论基础.

公理 1 如果一条直线上的两个点在一个平面内,那么这条直线上所有的点也都在这个平面内.

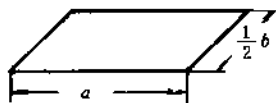
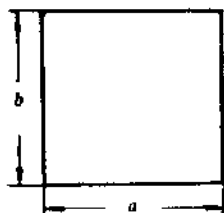
如图 7-4 所示,已知直线 l 上有两个点 A 和 B 在平面 α 内,则直线 l 上所有的点都在平面 α 内.

这时我们说直线 l 在平面 α 内(也可以说直线 l 在平面 α 上),或者说平面 α 经过直线 l .

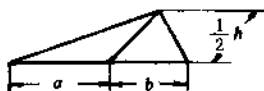
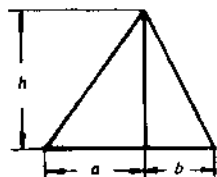
例如,把一根直尺边缘上的任意两点放在平的桌面上,可以看到直尺的边缘全部落到桌面上.

为了叙述的方便,在研究点、直线、平面位置关系时,可以使用集合的符号和术语.通常可以认为点是元素,而直线和平面都可以看成点的集合,因此有以下写法:

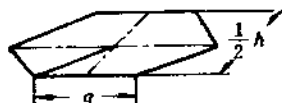
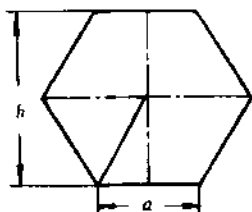
点 A 在直线 l 上,即直线 l 通过点 A ,记作 $A \in l$;



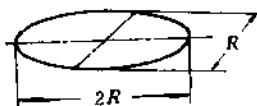
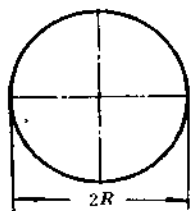
(1)



(2)



(3)



(4)

图 7-3

点 A 不在直线 l 上, 即直线 l 不通过点 A , 记作 $A \notin l$;

点 A 在平面 α 内, 即平面 α 通过点 A , 记作 $A \in \alpha$;

点 A 不在平面 α 内, 即平面 α 不通过点 A , 记作 $A \notin \alpha$.

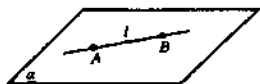


图 7-4

直线 l 在平面 α 内, 即平面 α 通过直线 l , 记作 $l \subset \alpha$ 或 $\alpha \supset l$.

于是公理 1 可表示为: 如果 α 为平面, 点 $A \in \alpha$, 点 $B \in \alpha$, 那么直线 $AB \subset \alpha$.

公理 2 如果两个平面有一个公共点, 那么它们相交于过这一点的一条直线.

如图 7-5 所示, 如果点 A 是平面 α 与平面 β 的一个公共点, 那么平面 α 与平面 β 就相交于过点 A 的一条直线 a . 这时我们说平面 α 与平面 β 相交于直线 a .

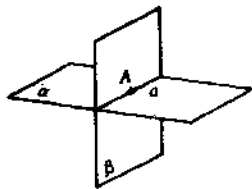


图 7-5

例如, 天花板与墙壁的交线是一条直线; 折纸的折痕是两个平面的交线, 也是一条直线.

平面 α 与平面 β 相交于直线 l , 可记作

$$\alpha \cap \beta = l.$$

于是公理 2 可表示为: 如果点 $A \in \alpha$, 点 $A \in \beta$, 那么 $\alpha \cap \beta = l$, 其中 $A \in l$.

公理 3 经过不在同一直线上的任意三点, 有且仅有一个平面.

如图 7-6 所示, 如果 A, B, C 是不在同一直线上的三点, 那么经过这三点, 存在且仅存在一个平面 α .

公理 3 可以简单地说成“不在同一直线上的三点确定一个平面”. 其中, “确定一个平面”是指“有且仅



图 7-6

有一个平面”的意思。

例如,把一扇门上的两个合页和一把锁看作是不在同一直线上的三点,那么锁上门后,门所在的平面就被确定,于是门就固定不动了。

根据公理 1 和公理 3,还可以得到确定一个平面的三个推论。

推论 1 一条直线和这条直线外的一点可确定一个平面。

如图 7-7(1)所示,设 A 是直线 l 外的一点,在 l 上取 B, C 两点,则点 A, B, C 不在同一直线上,它们可以确定平面 α ;而直线上有两个点 B, C 在平面 α 内,则直线 l 也在平面 α 内。所以这样的平面 α 仅有一个。

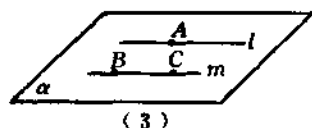
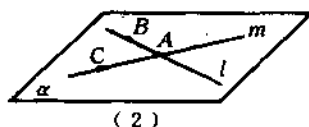
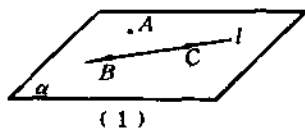


图 7-7

推论 2 两条相交直线可以确定一个平面。

如图 7-7(2)所示,设直线 l 与 m 相交于点 A ,除点 A 外在直线 l 与 m 上分别取点 B 和 C ,则点 A, B, C 不在同一直线上,所以它们确定一个平面。

推论 3 两条平行直线可以确定一个平面。

如图 7-7(3)所示,根据不在同一直线上的三点及平行直线的意义,它们可以确定一个平面。

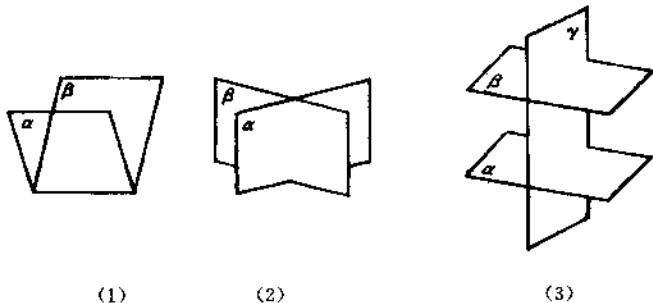
习 题 7-1

1. 仿照图 7-3 在水平平面上画出三角形、正方形、梯形、正六边形及圆的示意图。

2. 试判断下面所画的平面与平面相交的图形是否正确,如不正确予以改正。

3. 回答下列问题:

(1) 四点中有三点在同一直线上, 则这四点的位置如何? 过这四点可以



(第2题图)

确定几个平面?

(2) 一条直线分别与两条平行直线平行, 这三条直线必在同一平面内吗?

(3) 过一点任作三条直线, 它们是否在同一平面内?

(4) 一条直线与两条平行直线分别相交, 这三条直线是否在同一平面内? 若与两条相交直线分别相交, 这三条直线是否在同一平面内?

§ 7-2 直线与直线的位置关系 异面直线所成的角

一、直线与直线的位置关系

本章所说的两条直线, 通常指不重合的两条直线. 我们知道, 在同一平面内的两条直线的位置关系只有两种: 平行或相交. 但在空间, 两条直线还存在着另外一种位置关系. 例如, 教室中黑板的下沿与窗框的上沿所在的两条直线; 电车的输电线与路旁的电线杆所表示的两条直线, 它们不在同一平面内, 既不平行也不相交, 对于具有这种位置关系的直线, 给出以下定义:

定义 不在同一平面内的两条直线叫做**异面直线**。

于是,空间两条直线的位置关系有以下三种:

- (1) 平行直线——没有公共点,
 (2) 相交直线——有且仅有一个公共点,
 (3) 异面直线——没有公共点,不在同一平面内。
- } 在同一平面内;

画异面直线时,要把两条直线画在不同的平面内,如图 7-8 (1)、(2)、(3) 的画法就比较直观,而图 7-8(4)、(5) 的画法不能显示出异面直线的特点,应该避免。

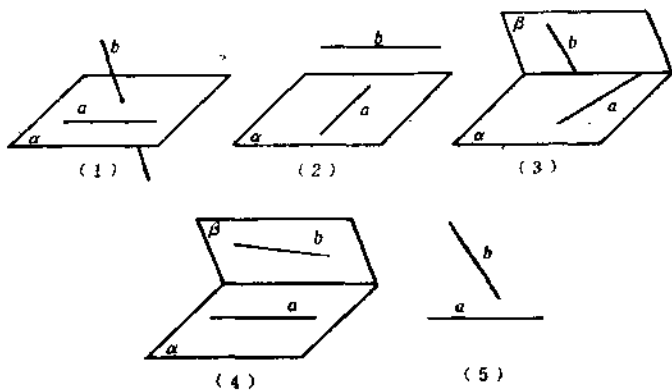


图 7-8

我们知道,在同一平面内,平行于同一条直线的两条直线一定平行,在空间也有类似的结论。

定理 1(三线平行定理) 空间三条直线,如果其中两条直线都平行于第三条直线,那么这两条直线也相互平行。(证明从略。)

如图 7-9 所示,若直线 $a \parallel b, c \parallel b$, 则 $a \parallel c$ 。

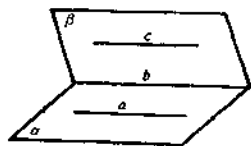


图 7-9

例如挂在墙上的矩形镜框,已知镜框的上沿线平行于下沿线,所以悬挂时只要使下沿线与地面与墙的交线平行,就可知上沿线一定也与此交线平行。

例 1 四个顶点不在同一平面内的四边形叫做空间四边形。
如图 7-10 所示, 已知空间四边形 $ABCD$,
 E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的
中点。

求证 $EFGH$ 是平行四边形。

证 连结线段 BD (它是空间四边
形 $ABCD$ 的一条对角线), 则线段 AB 、
 BD 、 DA 组成 $\triangle ABD$, EH 是它的中位
线, 所以

$$EH \parallel \frac{1}{2}BD.$$

图 7-10

同理, 可证

$$FG \parallel \frac{1}{2}BD.$$

由三线平行定理可知

$$EH \parallel FG,$$

因此 $EFGH$ 是一个平行四边形。

利用定理 1 可以推出空间许多直线彼此相互平行。如图
7-11 所示, 把一张长方形的纸对折两次, 所得到的折痕都是相互
平行的。

大家记得平面几何中, 对应边平行且方向相同的两个角相等,
在空间也有类似的定理。

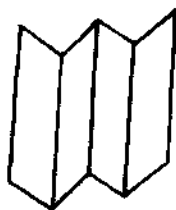


图 7-11

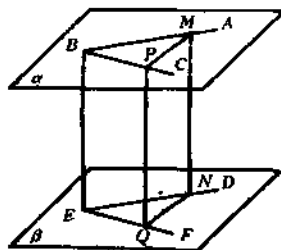


图 7-12

定理 2 不在同一平面内的两个角,如果其中一个角的两边与另一个角的两边分别平行且方向相同,那么这两个角相等.

已知 $\angle ABC$ 在平面 α 上, $\angle DEF$ 在平面 β 上, 其中 $AB \parallel DE$, $BC \parallel EF$, 并且方向相同, 如图 7-12 所示.

求证 $\angle ABC = \angle DEF$.

证 在两个角的对应边 BA 与 ED 上分别截取 $BM = EN$, 在 BC 与 EF 上分别截取 $BP = EQ$, 连结 BE , MN , PQ , MP 和 NQ .

因为 $BM \parallel EN$, 所以 $BMNE$ 是平行四边形, 于是它的另一组对边 $BE \parallel MN$.

同理可证 $BE \parallel PQ$,

因此 $MN \parallel PQ$,

即 $MPQN$ 也是平行四边形, 则有

$$MP \parallel NQ.$$

于是 $\triangle MBP \cong \triangle NEQ$, 从而 $\angle MBP = \angle NEQ$, 即

$$\angle ABC = \angle DEF.$$

二、异面直线所成的角

平面内两条相交直线的位置关系可以用它们的交角来表示. 而两条异面直线不在同一平面内, 它们既不平行又不相交, 为了表示它们的位置关系, 给出如下的定义:

定义 经过空间任意一点, 分别作与两条异面直线平行的直线, 这两条直线相交所成的锐角(或直角)叫做两条异面直线所成的角.

图 7-13 就是异面直线所成的角的两种常见的画法.

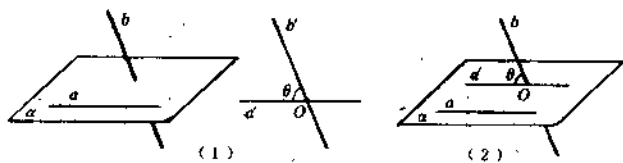


图 7-13

因为两个角的两条边对应平行且方向相同时,这两个角就相等,所以两条异面直线 a 与 b 所成角的大小,只决定于 a 与 b 的相对位置,而与任选的点 O 的位置无关.

成 90° 角的两条异面直线叫做是相互垂直的,异面直线 a 与 b 垂直也记作 $a \perp b$.

例2 如图7-14所示,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,试分析下列各对线段的位置关系,并指出所成角的度数.

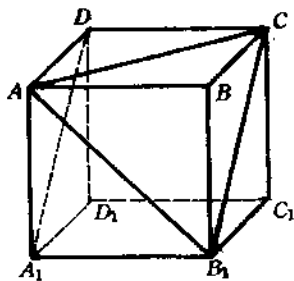


图 7-14

- (1) AB 与 CC_1 ;
- (2) AA_1 与 B_1C ;
- (3) A_1D 与 B_1C ;
- (4) A_1D 与 AC .

解 (1) AB 与 CC_1 是异面直线. 因为 $AB \parallel DC$, 所以 AB 与 CC_1 所成的角可用 $\angle DCC_1$ 度量. 而 $\angle DCC_1 = 90^\circ$, 故 AB 与 CC_1 成 90° 角, 即 $AB \perp CC_1$.

(2) AA_1 与 B_1C 是异面直线. 因为 $AA_1 \parallel BB_1$, 所以 AA_1 与 B_1C 所成的角可用 $\angle BB_1C$ 度量, 而 $\angle BB_1C = 45^\circ$, 故 AA_1 与 B_1C 成 45° 角.

(3) A_1D 与 B_1C 是四边形 A_1DCB_1 的一组对边, 因为 $A_1B_1 \parallel DC$, 所以 A_1DCB_1 是平行四边形, 它的另一组对边 $A_1D \parallel B_1C$, 即 A_1D 与 B_1C 成 0° 角.

(4) A_1D 与 AC 是异面直线. 因为 $A_1D \parallel B_1C$, 所以 A_1D 与 AC 所成的角可用 $\angle ACB_1$ 度量, 而 $\angle ACB_1$ 是 $\triangle ACB_1$ 的一个内角. 不难看出, $\triangle ACB_1$ 是等边三角形. 因此, $\angle ACB_1 = 60^\circ$, 故 A_1D 与 AC 成 60° 角.

习 题 7-2

1. 回答下列问题: