



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

结构力学 II

——专题教程

第2版

龙驭球 包世华 主编

龙驭球 包世华 匡文起 袁 驷 编著



高等教育出版社
Higher Education Press

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

结构力学 II

——专题教程

第 2 版

龙驭球 包世华 主编
龙驭球 包世华 匡文起 袁 驹 编著



高等教育出版社

Higher Education Press

图书在版编目(CIP)数据

结构力学. II, 专题教程/龙驭球, 包世华主编; 龙驭球等编著. —2 版. —北京: 高等教育出版社, 2006. 12
ISBN 7-04-020215-8

I. 结... II. ①龙... ②包... ③龙... III. 结构力学-高等学校-教材 IV. O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 120811 号

策划编辑 黄毅 责任编辑 葛心 封面设计 张楠 责任绘图 尹文军
版式设计 马静如 责任校对 姜国萍 责任印制 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
印 刷	山东鸿杰印务有限公司		http://www.landaco.com.cn
		畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787×960 1/16	版 次	2001 年 1 月第 1 版
印 张	23.25		2006 年 12 月第 2 版
字 数	430 000	印 次	2006 年 12 月第 1 次印刷
		定 价	26.70 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 20215-00

第 1 版 序

教材建设是一项需要长期积累而又不断翻新的工作,既要锲而不舍、精益求精,又要善于探索、有所创新。本书是在清华大学四十多年结构力学教材建设和近几年教学改革实践的基础上编写的,主要想在以下几个方面作些新的尝试和安排:

一、由一本书扩充为三书鼎立。由于结构力学计算机化的进程日新月异,以及在计算机化的形势下结构定性分析的能力培养日益显得更为重要,因此除编写一本《结构力学教程》侧重于经典结构力学的基本理论和基本方法外,还拟编写两本配套教材,即《程序结构力学》及“定性结构力学”,分别侧重于计算机方法和定性分析方法。三书鼎立,相互呼应,以期适应新世纪、新形势的新要求。

二、为计算机化提供新的基础知识和新工具。在为矩阵位移法配置的计算机程序方面,有 FORTRAN 77 程序, Fortran 90 程序。此外,还引入作者教学和科研成果《结构力学求解器》作为新工具,提高解算大型结构、复杂结构的例题、习题的能力,开拓教学内容的广度和深度,利用动画显示,提高对结构性能的感性认识。

三、将虚功-能量方法贯通全书,提高理论水平。以前的结构力学教材也讲一点虚功-能量方法,但讲得太晚,太集中,学与用离得太远。针对这种情况,本书改为“提前讲、分段讲、就近用”的作法,以便收到“由浅入深、分散难点、学了就用、便于生根”的效果,从而进一步提高理论水平。计算机化不仅不排斥力学理论,而是更加需要力学理论的指导,呼唤力学理论的深化。

四、注意培养思维能力和科学素质。为了把力学方法上升到方法论的高度,在书中专门写了四节:

- 方法论(1)——学习方法(第 1 章)。
- 方法论(2)——静定结构部分(第 6 章)。
- 方法论(3)——超静定结构部分(第 12 章)。
- 方法论(4)——结构力学之道(最后一章)。

为了指导学习和启发思考,专门写了两章“总论”,分别对静定结构和超静定结构两大部分内容进行融会贯通的梳理和开阔视野的指点;几乎每一章都专门写了“小结”和“思考与讨论”两节,引导读者跨进更广的思考空间。

五、适当更新内容。除了删去和压缩比较陈旧的内容外,还注意扩大专业

覆盖面,新加悬索、空间结构等内容,适当介绍一些科研成果,包括作者新近的部分学术成果。

总的来说,“守本翻新”是本书的编写方针。守本,是指继续保持“打好基础,脉络清晰,理论联系实际,符合认识规律”的编写风格。翻新,是指进行一些经过初步实践的新尝试,包括上面提到的五点。

本书内容各校可根据具体教学要求选用,带*号者为选学、提高内容。

本书稿请西安建筑科技大学刘铮教授和东南大学单建教授审阅,在审阅中提了不少宝贵意见。清华大学雷钟和教授提供了本书部分思考题及习题,张玉良副教授提供了 FORTRAN 77 程序的初稿。作者谨向他们表示衷心的感谢。

欢迎批评,恳请指正。

作 者

1999 年冬于清华园

第 2 版 序

本书第 2 版是第 1 版的传承和发展。具有以下特点：

一、传承原有编写风格

继续保持“打好基础，脉络清晰，理论联系实际，符合认识规律”的编写方针。继续发扬纸质教材与电子教材的互补作用，以《结构力学求解器》为工具，提高学生利用计算机分析结构的能力。继续加强能量原理与方法论等方面的教学内容，提高学生的理论水平和科学素质。

二、采用新的编排方针

第 2 版采用新的编排方针：首先把全书内容明确地分为基本内容与增选、专题内容两部分，然后将基本内容编成结构力学 I——基本教程；将增选、专题内容编成结构力学 II——专题教程。

在第 2 版里，卷 I 与卷 II 的分工是非常明确的。卷 I 只包括课程教学的基本要求。对全国各校来说，课程教学的基本要求应当是统一的，是“死”的。其目的是保证课程的基本教学质量，或者说是“保底”。卷 II 包含一些各具特色的增选、专题内容，在“保底”的基础上，各校可根据各自情况自行选用。对全国高校来说，这些增选、专题内容应当是不拘一格的，是“活”的。这种在“保底”基础上不拘一格的增选和提升，可以比喻为“开花”。概括地说，“卷 I 保底，卷 II 开花”，这就是新版采用的新的编排方针。

要“开花”，必先“保底”。“保底”是硬任务，“开花”是活功夫。一硬一活，才会形成既有扎实功底而又充满活力的学习景象。我们希望，体现“保底—开花”精神的第 2 版教材将会更好地适应我国技术基础课程教学发展的需求，适应不同高校对教材类型的多样性需求。

继第 1 版之后，第 2 版书稿又得到西安建筑科技大学刘铮教授的审阅和指点，谨致谢意。

欣逢青藏铁路全线通车，特以拉萨河特大铁路桥的情影作为封面，以誌喜庆。

本书封面照片由拉萨指挥部宣传部干章林先生提供，在此表示感谢。

恳请批评和指正。

作者

2006 年夏于清华园

主要符号表说明

在实施国家标准(GB 3100~3102—93)《量和单位》的过程中,为保证国家标准和现有惯例的衔接,本书作如下说明,请读者注意。

1. 国家标准规范的物理量、名称和符号,按国家标准使用,注重量的物理属性。如,以前称剪应变(剪切角) γ ,现改称切应变;又如,各种力(包括荷载、反力和内力)都用 F 作为主符号,而将其特性以下标(上标)表示;等等。

2. 对于在结构力学中广泛使用的广义力(包括力与力偶矩、力矩)和广义位移(包括线位移与角位移),为了体现其广义性(有时还有未知性),考虑到全书叙述的统一和表达的简洁、完整,本书仍沿用 X (多余力未知力)、 Δ 和 δ (位移)、 c (支座位移)等广义物理量。至于它们在具体问题中对应的量和相应单位,则视具体问题而定。

3. 在结构力学中经常应用“单位量”的概念,如单位力 $X=1$,单位荷载 $F_p=1$,单位位移 $\Delta=1$ 等。现以单位力 $X=1$ 为例加以说明。单位力 $X=1$ 是一种简称,详细地说,是指数值为 1 而其量纲指数都为零(量纲并不为零,量纲为一)的特定广义力 $\bar{X}=1$ (这里, \bar{X} 与 X 在数值上相等,但量纲不同。 \bar{X} 是一个量纲一的量,以前称为无量纲量)。单位量的概念主要用于求比例系数(或称影响系数)。仍以力 X 引起某量 M 的情况为例,二者的比例系数为 $\bar{M}=\frac{M}{X}$ 。在线性问题中,比例系数是一个重要的概念。

4. 本教材中某些符号及有关公式运算中的单位表示,考虑以往教材的习惯和结合工程实际运算的方便,作了必要的处理。具体情况在本教材的相应处已有说明。

主要符号表

A	面积
a	振幅
c	支座广义位移、粘滞阻尼系数
C	弯矩传递系数
c_{cr}	临界阻尼系数
d	结间距离
E	弹性模量
E_P	势能
E_C	余能
f	拱高、矢高、工程频率
F_P	集中荷载
$\bullet F_P$	荷载向量
F_H	水平推力
F_x, F_y	水平(x)、竖向(y)的分力
F_N	轴力
F_{Nx}, F_{Ny}	轴力在水平(x)、竖向(y)的分力
F_Q	剪力
F_Q^L, F_Q^R	截面左、右的剪力
F_Q^F	固端剪力
F_{Pe}	欧拉临界荷载
F_{Pcr}	临界荷载
F_{Pu}	极限荷载
F_P^+	可破坏荷载
F_P^-	可接受荷载
F_e	弹性力
F_I	惯性力
F_c	阻尼力

F_R	广义反力、反力合力
\bar{F}^e	局部坐标系下单元杆端力向量
F^e	整体坐标系下单元杆端力向量
\bar{F}^{Fe}	局部坐标系下单元固端力向量
F^{Fe}	整体坐标系下单元固端力向量
G	切变模量
i	线刚度
I	惯性矩
\mathbf{I}	单位矩阵
k	刚度系数、切应力分布不均匀系数
\bar{k}^e	局部坐标系下单元刚度矩阵
k^e	整体坐标系下单元刚度矩阵
\mathbf{K}	结构刚度矩阵
m	质量
\bar{m}	线分布质量
\mathbf{M}	质量矩阵
M	力矩、力偶矩、弯矩
M^F	固端弯矩
M_u	极限弯矩
M_e	弹性极限弯矩
N	形函数矩阵
p	均布荷载集度
P	广义荷载、广义力
P^e	单元结点荷载向量
\mathbf{P}	结构结点荷载向量
q	均布荷载集度
R	半径
r	半径、反力影响系数
S	转动刚度
t	时间
T	周期、动能
\mathbf{T}	坐标转换矩阵
V_e	应变能
V_p	荷载势能

u	水平位移
v	竖向位移、挠度、速度
v_e	应变能密度
v_c	应变余能密度
V_c	应变余能
W	功、计算自由度、弯曲截面系数
X	广义未知力、广义多余未知力
Y	位移幅值向量、主振型向量、主振型矩阵
y	位移
$\dot{y} = \frac{dy}{dt}$	速度
$\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$	加速度
Z	影响线量值
α	线膨胀系数、初相角
β	动力系数
Δ	广义未知位移
Δ	位移向量
Δ^e	单元杆端位移向量
δ	柔度系数、位移影响系数
ϵ	线应变
μ	力矩分配系数
κ	曲率
φ	弦转角
γ_0	平均切应变
θ	截面的转角、干扰力频率
ξ	阻尼比
σ_b	强度极限
σ_s	屈服应力
σ_u	极限应力
ω	圆频率

目 录

第 11 章 静定结构总论	1
§ 11-1 几何构造分析与受力分析之间的对偶关系	1
§ 11-2 零载法	4
§ 11-3 空间杆件体系的几何构造分析	7
§ 11-4 静定空间刚架	11
§ 11-5 静定空间桁架	16
§ 11-6 悬索结构	22
§ 11-7 静定结构的一般性质	27
§ 11-8 各种结构形式的受力特点	30
§ 11-9 简支梁的包络图和绝对最大弯矩	33
§ 11-10 位移影响线	37
§ 11-11 小结	38
§ 11-12 思考与讨论	39
习题	40
第 12 章 超静定结构总论	44
§ 12-1 广义基本结构、广义单元和子结构的应用	44
§ 12-2 分区混合法	50
§ 12-3 超静定结构的特性	56
§ 12-4 结构计算简图续论	60
§ 12-5 支座简图与弹性支承概念	76
§ 12-6 结点简图与次内力概念	78
§ 12-7 剪切变形对超静定结构的影响	81
§ 12-8 连续梁的最不利荷载分布及内力包络图	85
§ 12-9 小结	89
§ 12-10 思考与讨论	92
习题	93
第 13 章 能量原理	102
§ 13-1 可能内力与可能位移	102

§ 13-2	应变能与应变余能	109
§ 13-3	势能驻值原理	116
§ 13-4	势能原理与位移法	119
§ 13-5	势能原理与矩阵位移法	126
§ 13-6	余能驻值原理	132
§ 13-7	余能原理与力法	135
§ 13-8	分区混合能量驻值原理	141
§ 13-9	卡氏定理和克罗蒂-恩格塞定理	145
§ 13-10	势能和余能偏导数定理	150
§ 13-11	分区混合能量偏导数定理	155
§ 13-12	小结	158
§ 13-13	思考与讨论	163
	习题	164
第 14 章	结构动力计算续论	169
§ 14-1	多自由度体系的自由振动	169
§ 14-2	多自由度体系主振型的正交性和主振型矩阵	177
§ 14-3	多自由度体系的强迫振动	182
§ 14-4	无限自由度体系的自由振动	188
§ 14-5	无限自由度体系自由振动的常微分方程求解器解法	191
§ 14-6	近似法求自振频率	197
§ 14-7	矩阵位移法求刚架的自振频率	204
§ 14-8	用求解器求解自振频率与振型	209
§ 14-9	小结	209
§ 14-10	思考与讨论	209
	习题	214
第 15 章	结构的稳定计算	218
§ 15-1	两类稳定问题概述	218
§ 15-2	两类稳定问题计算简例	222
§ 15-3	有限自由度体系的稳定——静力法和能量法	227
§ 15-4	无限自由度体系的稳定——静力法	233
§ 15-5	无限自由度体系的稳定——能量法	238
§ 15-6	无限自由度体系稳定的常微分方程求解器法	245
§ 15-7	刚架的稳定——矩阵位移法	247
§ 15-8	组合杆的稳定	254
§ 15-9	拱的稳定	260
§ 15-10	考虑纵向力对横向荷载影响的二阶分析	270

§ 15-11	用求解器求临界荷载和失稳形态	277
§ 15-12	小结	277
§ 15-13	思考与讨论	278
	习题	281
第 16 章	结构的极限荷载	288
§ 16-1	概述	288
§ 16-2	极限弯矩、塑性铰和极限状态	289
§ 16-3	超静定梁的极限荷载	292
§ 16-4	比例加载时判定极限荷载的一般定理	298
§ 16-5	刚架的极限荷载	301
§ 16-6	用求解器求极限荷载	313
§ 16-7	小结	313
§ 16-8	思考与讨论	314
	习题	314
第 17 章	结构力学与方法论	317
§ 17-1	静定结构算法中蕴含的方法论	317
§ 17-2	超静定结构算法中蕴含的方法论	319
§ 17-3	力学方法论的常用三法	323
§ 17-4	分合法	324
§ 17-5	对比法	328
§ 17-6	过渡法	331
§ 17-7	结构力学之道	333
附录	习题答案	335
	索引	342
	参考文献	346
	Synopsis	347
	Contents	348
	主编简介	351
	编著者简介	353

第11章

静定结构总论

本书卷 I 是基本教程,着眼于为课程打好基础,落实课程的基本要求。卷 II 是专题教程,包含一些专题和提高内容,以供各校增选。提高是在已有基础上的延伸和开拓。学习专题内容时,既要充分联系已有的基础知识,又要注意其中的新问题和新概念。

在基本教程中曾经对静定结构问题作过系统的讨论。在此基础上,本章再作一些补充和延伸,从广度和深度上提升认识水平。

§ 11-1 几何构造分析与受力分析之间的对偶关系

几何构造分析与受力分析之间存在对偶关系。本书卷 I § 3-7 中把二者的关系比喻为“搭”和“拆”的关系,这就是一种对偶关系。

对偶关系还表现在其他方面,现作进一步的讨论。

1. 从计算自由度 W 的力学含义和几何含义看对偶关系

在第 2 章中指出,计算自由度 W 等于“各部件的自由度总数”与“全部约束数”的差值。这就是 W 的几何含义。

在受力分析中,取各部件作为隔离体,把各部件的约束切断,用其约束力来代替,然后利用隔离体的平衡方程来求未知的约束力。由于对部件的每一个自由度可写出一个相应的平衡方程,又每一个约束对应于一个未知的约束力。因此,从静力分析的角度看,参数 W 又具有如下的力学含义: W 等于“各部件的平衡方程总数”与“未知力总数”的差值。

由此可见,参数 W 不仅具有几何含义,而且也具有对应的力学含义。根据 W 的数值,可对体系的静力特性得出如下结论:

(1) 若 $W > 0$, 则平衡方程个数大于未知力个数。

由这组平衡方程求解未知力时,在一般情况下,方程组是矛盾的,没有解答。也就是说,在任意荷载作用下,体系不是都能维持平衡的。(从几何构造分析来看,这种情况对应于体系为几何可变。)

(2) 若 $W < 0$, 则平衡方程个数小于未知力个数。

如果此方程组有解,则解答必定有无穷多种。也就是说,体系如能维持平

衡,则必定是超静定的。(从几何构造分析来看,这种情况对应于体系有多余约束。)

(3) 若 $W=0$,则平衡方程个数等于未知力个数。

此平衡方程组解答的性质要根据方程组的系数行列式 D 是否为零而定:

① 如果 $D \neq 0$,则平衡方程组有解,且必是唯一解。(从几何构造分析来看,如果 $D \neq 0$,则体系是几何不变的,且无多余约束。)

② 如果 $D = 0$,则平衡方程在一般荷载作用下无解,在特殊荷载作用下有无穷多组解。(从几何构造分析来看,如果 $D = 0$,则体系是几何可变,且有多余约束。)

可以看出,由 W 引出的静力特性与 § 2-3 中由 W 引出的几何特性之间具有对偶关系:在一般荷载作用下平衡方程组有解对应于体系几何不变,无解则对应于几何可变。平衡方程组只有唯一解对应于体系无多余约束,有无穷多种解答则对应于有多余约束。

2. 从 $W=0$ 的一个简例看对偶关系

图 11-1a 所示为一个 $W=0$ 的简单对称体系,其中 α 角在 0 与 $\frac{\pi}{2}$ 之间取值。对此体系分别进行几何构造分析和受力分析,并从中看出二者之间的对偶关系。

首先,从几何构造分析(图 11-1a)中得出两点结论:

- (1) 当 $\alpha \neq 0$ (链杆 1 和 2 不共线)时,体系为几何不变,且无多余约束。
- (2) 当 $\alpha = 0$ (链杆 1 和 2 为共线)时,体系为几何可变(瞬变),且有多余约束。

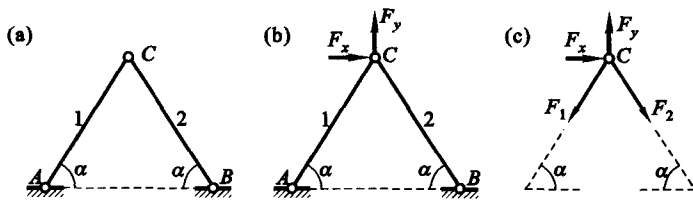


图 11-1

其次,进行受力分析(图 11-1b)。为了求链杆 1 和 2 中的未知轴力 F_1 和 F_2 ,取结点 C 为隔离体(图 11-1c),可写出两个投影平衡方程:

$$\begin{aligned} F_1 \cos \alpha - F_2 \cos \alpha &= F_x \\ F_1 \sin \alpha + F_2 \sin \alpha &= F_y \end{aligned} \quad (11-1)$$

这时,平衡方程个数与未知力个数正好相等,但方程组是否可解,或者是否有唯

一解,还需根据方程组的系数行列式 D 是否为零才能得出结论。由式(11-1)得

$$D = \begin{vmatrix} \cos \alpha & -\cos \alpha \\ \sin \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix} = 2\cos \alpha \sin \alpha = \sin 2\alpha \quad (11-2)$$

下面分为两种情况讨论:

(1) 当 $\alpha \neq 0$ 时(两根链杆 1 和 2 不共线)

此时,由式(11-2)得知

$$D \neq 0$$

因此,方程组(11-1)有解,且为唯一解。解的一般形式可写成

$$F_1 = \frac{D_1}{D}, \quad F_2 = \frac{D_2}{D} \quad (11-3)$$

其中

$$D_1 = \begin{vmatrix} F_x & -\cos \alpha \\ F_y & \sin \alpha \end{vmatrix} = F_x \sin \alpha + F_y \cos \alpha$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} \cos \alpha & F_x \\ \sin \alpha & F_y \end{vmatrix} = -F_x \sin \alpha + F_y \cos \alpha$$

故得

$$F_1 = \frac{F_x}{2\cos \alpha} + \frac{F_y}{2\sin \alpha}, \quad F_2 = -\frac{F_x}{2\cos \alpha} + \frac{F_y}{2\sin \alpha}$$

由此得出受力分析的结论:当两链杆不共线时,平衡方程组有解,且为唯一解。

(2) 当 $\alpha = 0$ 时(两根链杆共线)

此时,由式(11-2)得知

$$D = 0$$

解的一般表示式(11-3)由于分母为无穷大而不再成立。

实际上,当 $\alpha = 0$ 时,方程组(11-1)退化为

$$F_1 - F_2 = F_x \quad (11-4a)$$

$$F_1 \times 0 + F_2 \times 0 = F_y \quad (11-4b)$$

当荷载 $F_y \neq 0$ 时,方程组(11-4)无解。

如果考虑 $F_y = 0$ 而只有水平荷载 F_x 作用的特殊情况,则方程组(11-4)退化为

$$F_1 - F_2 = F_x \quad (11-5a)$$

$$F_1 \times 0 + F_2 \times 0 = 0 \quad (11-5b)$$

这时,方程组(11-5)的解为

$$F_1 = F_2 + F_x = \text{任意值}$$

由此得出受力分析的结论:当两链杆共线时,平衡方程组在一般荷载作用下无解,在特殊荷载作用下有解,但解是不唯一的。

最后指出,上面从几何构造分析和受力分析分别得出的结论是殊途同归的。

由于静力特性和几何构造特性的交互关系,一方面,在进行静力分析时可以充分利用结构的几何特性,例如根据结构的组成顺序来选择静力分析的方法和顺序,应用机动法作静定内力和反力的影响线(第 4 章),等等。另一方面,在讨论几何构造问题时,也可借用静力解法,例如通过静力计算,根据平衡方程的解答是否唯一来判断体系中是否有多余约束。下节讨论的零载法就是这方面的应用。

§ 11-2 零 载 法

1. 零载法及其应用举例

上节已经指出:对于 $W=0$ 的体系,其静力特征可归结为两点:

- (1) 如体系为几何不变,则其平衡方程组不仅有解,且是唯一解。
- (2) 如体系为几何可变和瞬变,则只有在特殊荷载作用下,其平衡方程组才有解,而其解必定不是唯一解。

概括起来,对于 $W=0$ 的体系,平衡方程的解是否具有唯一性,是该体系是否几何不变的标志。

零载法是针对 $W=0$ 的体系,用静力法来研究几何构造问题,用平衡方程的解的唯一性来检验其几何不变性的方法。

检查平衡方程解答的唯一性时,可以任取一种适当的特殊荷载来进行。最简单而又普遍适用的特殊荷载是零荷载。因此,零载法的作法可表述如下:对于 $W=0$ 的体系,如果是几何不变的,则在荷载为零的情况下,它的全部内力都为零;反之,如果是几何可变的,则在荷载为零的情况下,它的某些内力可不为零。

图 11-2 中的两个体系,计算自由度 W 都为零,荷载也都为零。其中,图 11-2a 的体系是几何不变的,与此相应,它的全部支座反力都为零。图 11-2b 的体系是几何可变的,与此相应,它的水平支座反力 F_x 可以不为零。

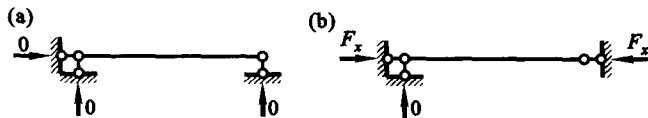


图 11-2