



荣德基 总主编

特高级教师

点拨[®]

新课标

九年级数学

下

配湘教版



不要看着远方 就忽略了脚下的路 再猛烈的冲刺你也要踏好最后一步

内蒙古少年儿童出版社

特高级教师

点拨

九年级数学(下)

(配湘教版)

总主编:荣德基

本册主编:刘 凯

内蒙古少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

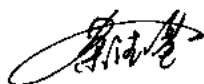
特高级教师点拨. 九年级数学. 下: 湘教版/荣德基主编. —通辽: 内蒙古少年儿童出版社, 2006. 9

ISBN 7-5312-2132-2

I. 特... II. 荣... III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 107831 号

你的差距牵动着我的心



责任编辑/黑 虎

装帧设计/典点瑞泰

出版发行/内蒙古少年儿童出版社

地址邮编/内蒙古通辽市霍林河大街西 312 号(028000)

经 销/新华书店

印 刷/北京市科星印刷有限公司

总 字 数/2096 千字

规 格/880×1230 毫米 1/32

总 印 张/67.25

版 次/2006 年 9 月第 1 版

印 次/2006 年 9 月第 1 次印刷

总 定 价/91.00 元(全 7 册)

版权声明/版权所有 翻印必究



目 录

CONTENTS



第一章 反比例函数

知识链接	1
第一节 建立反比例函数模型	1
第二节 反比例函数的图象与性质	10
第三节 实际生活中的反比例函数	24
本章复习	35
第一章达标检测题	39

第二章 二次函数

知识链接	42
第一节 建立二次函数模型	42
第二节 二次函数的图象与性质	52
第三节 二次函数的应用	71
(一)把握变量之间的依赖关系	71
(二)二次函数与一元二次方程的联系	86
(三)优化问题	101
本章复习	115
第二章达标检测题	118
第二学期期中测验题	121

第三章 圆

知识链接	125
第一节 圆	125
(一)圆的对称性	125
(二)圆周角	142
(三)过不在同一直线上的三点作圆	156

第二节 点、直线与圆的位置关系,圆的切线	167
(一)点、直线与圆的位置关系	167
(二)圆的切线的判定、性质和画法	176
(三)三角形的内切圆	188
第三节 圆与圆的位置关系	197
第四节 弧长和扇形的面积,圆锥的侧面展开图	210
(一)弧长和扇形的面积	210
(二)圆锥的侧面积和全面积	223
第五节 平行投影和中心投影	233
本章复习	243
第三章达标检测题	247

第四章 统计估计

知识链接	250
第一节 总体与样本	251
第二节 用样本估计总体	256
本章复习	265
第四章达标检测题	266
第二学期期末测验题	270
参考答案及点拨拓展	274



第一章 反比例函数

知识链接

1. **经验链接**:育英中学科技小组进行野外考察,途中遇到一片十几米宽的烂泥湿地,为了安全、迅速地通过这片湿地,他们沿着前进路线铺垫了很多块木板,构筑了一条临时通道,从而顺利完成了任务,如图 1-0-1 所示,你能解释这样做的道理吗?当人和木板对湿地的压力一定时,随着木板面积 $S(\text{m}^2)$ 的变化,人和木板对地面的压强 $p(\text{Pa})$ 将如何变化?(随着木板面积 S 的逐渐增大,人和木板对地面的压强将逐渐减小)



图 1-0-1

2. **趣味链接**:同学们看过舞台剧吗?你注意观察过吗?舞台灯光可以在很短的时间内将阳光灿烂的晴天变成浓云密布的阴天,或由黑夜变为白昼,你知道这是怎样完成的吗?事实上,这种效果是通过改变电阻改变电流来实现的,因为当电流 I 较大时,灯光较亮;当电流 I 较小时,灯光就较暗,学习了本章知识后,你会对此有更深刻的了解.

3. **问题链接**:如果 $y = \frac{b}{x}$,那么变量 y 是变量 x 的一次函数吗?它的图象是什么样的?有哪些性质?同学们可讨论一下.



第一节 建立反比例函数模型



I 课前准备

关键概念提示

关键概念:反比例函数.



II 基础知识必备

一、必记知识背牢

项目	必记知识	必记内容	巧记方法
基本概念	反比例函数	一般地,如果两个变量 y 与 x 的关系可以表示成 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的形式,那么称 y 是 x 的反比例函数	$y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$)

二、精彩点拨教材知识

知识点 1: 反比例函数的概念 (这是重点)

详解:反比例函数是一种重要的函数,在生活中有着广泛的应用,对此同学们首先要把握好它的概念.一般地,如果两个变量 y 与 x 的关系可以表示成 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的形式,那么称 y 是 x 的反比例函数.反比例函数也可以写成 $y = kx^{-1}$ (k 为常数,

$k \neq 0$) 的形式,这时要注意与正比例函数区别开来.该概念是判断一个函数是否是反比例函数的主要依据,同学们要牢固把握.

警示:反比例函数的表达式有以下主要特征:(1)等式的左边是函数 y ,右边是一个分式,分子是不为零的常数 k ,也叫做比例系数 k ,分母含有自变量 x ,且 x 的指数是 1;如果写成 $y = kx^{-1}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的形式,则 x 的指数为 -1 .(2)比例系数“ $k \neq 0$ ”是反比例函数定义的一个必要的组成部分.(3)自变量 x 的取值范围是一切非零实数.(4)函数 y 的取值范围也是一切非零实数.

【例 1】 在下列函数解析式中, x 表示自变量,那么哪些是反比例函数? 每一个反比例函数相应的 k 的值是多少?

$$(1)y = \frac{7}{4x}; (2)y = -\frac{0.5}{x}; (3)xy = -6; (4)y = -\frac{x}{12}.$$

解: (1) $y = \frac{7}{4x}$ 是反比例函数, $k = \frac{7}{4}$; (2) $y = -\frac{0.5}{x}$ 是反比例函数, $k = -0.5$;

(3) $xy = -6$ 可化为 $y = -\frac{6}{x}$, 故其是反比例函数, $k = -6$. (4) $y = -\frac{x}{12}$ 不是反比例函数. **点拨:** 根据反比例函数的概念进行判断即可.

知识点 1 针对性练习:

1. 当 k 为何值时, $y = 4x^{k^2 - 1}$ 是反比例函数?

知识点 2: 反比例函数解析式的确定(重难点)

详解: 利用反比例函数解决相关问题时,首先要确定反比例函数的函数解析式,这样问题的解决才能有据可依,故这是本节的又一个重点;同时,由于部分同学对确定函数解析式的方法理解不够,故也常对此感到有一定的难度.确定反比例函数的解析式的方法仍是待定系数法(在一次函数解析式的确定中已介绍过).由反比例函数的概念可知,在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 中,只有一个待定系数 k ,所以同学们只需要两个变量 y 、 x 的一组对应值,便可得出一个关于 k 的方程,求出 k 的值,从而确定出该反比例函数的解析式.

警示:在用待定系数法确定某反比例函数的解析式时,代入 x 、 y 的一组对应值时,要注意不要代错.

【例 2】 已知 y 与 x 成反比例,并且点 $A(3, -6)$ 在函数的图象上,求 y 与 x 之间的函数解析式.

解: 因为 y 与 x 成反比例,所以可设 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$). 又因为点 $A(3, -6)$ 在函数的图象上,所以 $-6 = \frac{k}{3}$, 所以 $k = -18$. 所以 y 与 x 之间的函数解析式为 $y = -\frac{18}{x}$.

点拨: 确定函数解析式的关键是确定 k 的值,利用点 $A(3, -6)$ 在函数的图象上这一已知条件,把 $x=3$, $y=-6$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 便可得到关于 k 的方程,解析式得求.

【例 3】 一定质量的氧气,它的密度 $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$ 是它的体积 $V(\text{m}^3)$ 的反比例函数,且当 $V=10\text{m}^3$ 时, $\rho=1.43\text{kg}/\text{m}^3$.

- (1)求 ρ 与 V 的函数解析式;
 (2)当 $V=2\text{m}^3$ 时,氧气的密度是多少?
 (3)当氧气的密度为 $2.86\text{kg}/\text{m}^3$ 时,它的体积是多少?

解:(1)根据物理知识可知,质量 m 、体积 V 、密度 ρ 之间的表达式为 $\rho = \frac{m}{V}$. 由 $V=10\text{m}^3$ 时, $\rho=1.43\text{kg}/\text{m}^3$, 得 $m=\rho V=1.43 \times 10=14.3(\text{kg})$. 所以 ρ 与 V 的函数解析式为 $\rho = \frac{14.3}{V}$. (2)当 $V=2\text{m}^3$ 时, $\rho = \frac{14.3}{2}=7.15(\text{kg}/\text{m}^3)$. (3)当 $\rho=2.86\text{kg}/\text{m}^3$ 时, $2.86 = \frac{14.3}{V}$, 解得 $V=5(\text{m}^3)$. 答:(1) ρ 与 V 的函数解析式为 $\rho = \frac{14.3}{V}$; (2)当 $V=2\text{m}^3$ 时,氧气的密度为 $7.15\text{kg}/\text{m}^3$; (3)当氧气的密度为 $2.86\text{kg}/\text{m}^3$ 时,它的体积是 5m^3 .

点拨:本题是一道关于反比例函数的实际应用题,其与物理知识形成了很好的结合,且 V 的取值是可变化的.在本题中,由物理、数学知识可以得到两个变量 ρ 、 V 之间的函数关系是反比例函数关系,反比例函数的系数 k 即是题目中的 m ,而 m 可由 $V=10\text{m}^3$ 时, $\rho=1.43\text{kg}/\text{m}^3$ 求出.函数的表达式确定后,取某个特定值时,将数值代入函数表达式中即可.可见,解决这类跨学科问题,大家要注意结合其他学科知识,然后利用数学知识来加以解决.

知识点2 针对性练习:

2. 已知 y 与 $x+1$ 成反比例,且当 $x=2$ 时, $y=1$,试求当 $y=-1$ 时, x 的值为多少?

三、易错点和易忽略点导析

易错点:设比例系数时出错.

易错点导析:在有些题目中,有时会在同一题目中出现两个或两个以上的函数关系,这时在设函数解析式时,要注意将比例系数区分开,不要设成同一个值.有些同学由于粗心,易出现将两个或两个以上的比例系数设成同一个值这种错误.

【例1】 已知 $y=y_1+y_2$, y_1 是 x 的正比例函数, y_2 是 x 的反比例函数,且当 $x=2$ 时, $y=\frac{7}{2}$; 当 $x=1$ 时, $y=1$. 请你求出 y 与 x 的函数解析式.

错解一:设 $y_1=kx$, $y_2=\frac{k}{x}$, 则 $y=kx+\frac{k}{x}$. 将 $x=2$, $y=\frac{7}{2}$ 代入, 得 $\frac{7}{2}=2k+\frac{k}{2}$. 解得 $k=\frac{7}{5}$. 故 $y=\frac{7}{5}x+\frac{7}{5x}$. 错解二:设 $y_1=kx$, $y_2=\frac{k}{x}$, 则 $y=kx+\frac{k}{x}$. 将 $x=2$, $y=\frac{7}{2}$ 代入, 得 $\frac{7}{2}=2k+\frac{k}{2}$. 解得 $k=\frac{7}{5}$; 将 $x=1$, $y=1$ 代入, 得 $1=k+k$. 解得 $k=\frac{1}{2}$. 所以 $y=\frac{7}{5}x+\frac{7}{5x}$ 或 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2x}$.

错解分析:由 y_1 是 x 的正比例函数, y_2 是 x 的反比例函数, 可得出 y_1 、 y_2 与 x 并不是相同的函数关系, 在设比例系数时, 应将其区分开. 上面的解法就错在将两个比例系数设成了同一个值.

正确解法:设 $y_1=k_1x$, $y_2=\frac{k_2}{x}$, 则 $y=k_1x+\frac{k_2}{x}$. 将 $x=2$, $y=\frac{7}{2}$ 和 $x=1$, $y=1$ 分别

代入上式, 可得 $\begin{cases} \frac{7}{2} = 2k_1 + \frac{k_2}{2}, \\ 1 = k_1 + k_2. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k_1 = 2, \\ k_2 = -1. \end{cases}$ 所以 y 与 x 的函数解析式为 $y =$

$$2x - \frac{1}{x}.$$

针对性练习:

3. 已知 y_1 与 x 成正比例, y_2 与 x 成反比例, 且当 $x=4$ 时, $y_1=12$, $y_2=10$, 那么当 $x=6$ 时, y_1 与 y_2 的值谁更大?

易忽略点: 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (或 $y = kx^{-1}$) (k 为常数, $k \neq 0$) 中忽略了隐含条件 $k \neq 0$.

易忽略点解析: 对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (或 $y = kx^{-1}$) (k 为常数, $k \neq 0$), 要注意其中的 k 为常数, 且 $k \neq 0$, 有些同学在初学时, 由于对知识掌握不熟练, 易忽略这一点, 从而导致解题错误. 为此, 同学们要牢记该特殊点.

【例2】 若函数 $y = (m+1)x^{m^2+3m-1}$ 是反比例函数, 那么 m 的值为多少?

错解: 因为 $y = (m+1)x^{m^2+3m+1}$ 是反比例函数, 所以 $m^2+3m+1 = -1$. 解得 $m_1 = -1$, $m_2 = -2$. 所以 m 的值为 -1 或 -2 .

错解分析: 错解忽略了 $y = kx^{-1}$ 中的 $k \neq 0$ 是反比例函数定义中的重要组成部分. 本题中的 m 不但要满足 $m^2+3m+1 = -1$, 还要满足 $m+1 \neq 0$.

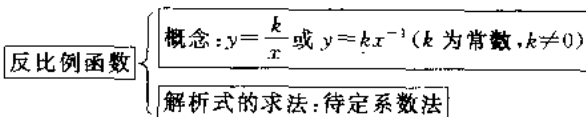
正确解法: 根据题意, 有 $\begin{cases} m+1 \neq 0, & \text{①} \\ m^2+3m+1 = -1. & \text{②} \end{cases}$

由①, 得 $m \neq -1$; 由②, 得 $m_1 = -1$, $m_2 = -2$. 所以 $m = -2$. 故 m 的值为 -2 .

针对性练习:

4. 当 a 取何值时, 函数 $y = \frac{a-4}{x^{a^2-a-11}}$ 是反比例函数.

四、构建知识网络



五、针对性练习答案及点拨

1. 解: 由 $k^2 - 10 = -1$, 得 $k = \pm 3$. 所以当 $k = \pm 3$ 时, $y = 4x^{k^2-10}$ 是反比例函数.

点拨: 对于函数 $y = kx^m$ ($k \neq 0$), 当 $m = -1$ 时, y 是 x 的反比例函数.

2. 解: 设 $y = \frac{k}{x+1}$. 把 $x=2$, $y=1$ 代入上式, 得 $1 = \frac{k}{2+1}$, 解得 $k=3$. 所以 $y = \frac{3}{x+1}$.

所以当 $y=-1$ 时, $-1 = \frac{3}{x+1}$, 解得 $x=-4$. **点拨:** 解本题要注意的是“ y 与 $x+1$ 成反比例”, 不要错误地看成是 y 与 x 成反比例.

3. 解: 设 $y_1 = k_1 x$, $y_2 = \frac{k_2}{x}$. 因为当 $x=4$ 时, $y_1=12$, $y_2=10$, 所以 $12 = 4k_1$, $10 = \frac{k_2}{4}$.

所以 $k_1=3, k_2=40$. 所以 $y_1=3x, y_2=\frac{40}{x}$. 当 $x=6$ 时, $y_1=3 \times 6=18, y_2=\frac{40}{6}=\frac{20}{3}$. 因为 $18 > \frac{20}{3}$, 所以 $y_1 > y_2$. 点拨: 先根据 y_1, y_2 与 x 的关系, 及所提供的 x 的值和其对应的 y_1, y_2 的值, 确定出 y_1 与 x, y_2 与 x 的函数解析式, 再将 $x=6$ 代入各解析式, 求出此时 y_1, y_2 的值, 其大小关系便可以确定.

4. 解: 根据题意, 当 a 满足下列条件时, $y=\frac{a-4}{x^{a^2-a-11}}$ 是反比例函数.

$$\begin{cases} a-4 \neq 0, & \textcircled{1} \\ a^2-a-11=1. & \textcircled{2} \end{cases}$$

由①得 $a \neq 4$; 由②得 $a_1=4, a_2=-3$. 所以 $a=-3$. 所以当 $a=-3$ 时, 函数 $y=\frac{a-4}{x^{a^2-a-11}}$ 是反比例函数. 点拨: 解本题要注意其中的 $a^2-a-11=1$ 而不是 $a^2-a-11=-1$.



综合应用创新能力培养

一、学科综合思维专题点拨

学科综合思维导析: 本节知识经常与前面已学过的知识综合出现, 如正比例函数, 一元二次方程, 三角形或四边形知识等, 都可与本节中的反比例函数相结合, 以综合题的形式出现. 解决这类题目时, 大家不仅要牢固掌握好反比例函数的概念, 还要注意加强与已学知识的结合, 提高自身的综合能力.

【例1】 已知函数 $y=(k-\frac{1}{3})x$ 为正比例函数, 且 y 的值随着 x 的值的增大而减小, 函数 $y=x^{6k^2+|k|-2}$ 为反比例函数, 请你求出符合上述条件的所有 k 的值.

解: 因为函数 $y=(k-\frac{1}{3})x$ 为正比例函数, 且 y 的值随着 x 的值的增大而减小, 所以 $k-\frac{1}{3} < 0$. 所以 $k < \frac{1}{3}$. 又因为函数 $y=x^{6k^2+|k|-2}$ 为反比例函数, 所以 $6k^2+|k|-2=-1$. 当 $0 \leq k < \frac{1}{3}$ 时, $6k^2+k-2=-1$. 解得 $k=-\frac{1}{2}$ 或 $k=\frac{1}{3}$. 很明显, 它们都不符合题意, 都应舍去. 当 $k < 0$ 时, $6k^2-k-2=-1$. 解得 $k=-\frac{1}{3}$ 或 $k=\frac{1}{2}$. 因为 $k < 0$, 所以 $k=\frac{1}{2}$ 不符合题意, 应舍去, 只能取 $k=-\frac{1}{3}$. 综上所述, 符合条件的 k 的值只有 $k=-\frac{1}{3}$. 点拨: 本题综合性较强, 所涉及的知识有正比例函数、不等式、反比例函数、绝对值、一元二次方程等, 其中还渗透了分类讨论的思想. 解决时, 大家要保证每一个环节都不能出错, 否则会前功尽弃.

二、实际应用思维专题点拨

实际应用思维导析: 反比例函数在生产和生活中都有着重要的应用价值, 如利用其解决用料多少的问题, 行程问题, 工程问题等等. 在解决中, 同学们要注意理清各相关量

之间的内在关系,熟练利用反比例函数来加以解决.

【例2】京沪高速公路全长约为1262km,小明的爸爸驾驶汽车沿京沪高速公路从上海驶往北京,汽车行完全程所需的时间 t (h)与行驶的平均速度 v (km/h)之间有怎样的关系?变量 t 是 v 的反比例函数吗?

解:路程一定,汽车行驶完全程所需的时间 t 和行驶的平均速度 v 成反比例,其解析式为 $t = \frac{1262}{v}$,变量 t 是 v 的反比例函数. 点拨:关于行程问题有三个基本量:路程、速度、时间,它们存在的关系为:路程=速度 $\times$ 时间.当路程一定时,我们就可以利用反比例关系来解决相关问题.

三、创新思维专题点拨

创新思维导析:创新题在本节中多与反比例函数的概念或确定函数解析式有关,需要创造性地利用本节知识来加以解决,题目的创新点多集中在问题的多变和解题的巧妙上.抓住关键点是解决这类问题的关键.

【例3】(多变题)已知函数 $y = (m-1)x^{m^2-m-1}$ 是反比例函数,求 m 的值.

解:因为函数 $y = (m-1)x^{m^2-m-1}$ 是反比例函数,所以有 $\begin{cases} m-1 \neq 0, & \text{①} \\ m^2-m-1 = -1. & \text{②} \end{cases}$

由①,得 $m \neq 1$;由②,得 $m_1 = 0, m_2 = 1$.所以 $m = 0$.

一变:已知函数 $y = (m-1)x^{m^2-m-1}$ 是正比例函数,求 m 的值.

解:因为函数 $y = (m-1)x^{m^2-m-1}$ 是正比例函数,所以 $\begin{cases} m-1 \neq 0, & \text{①} \\ m^2-m-1 = 1. & \text{②} \end{cases}$

由①,得 $m \neq 1$;由②,得 $m_1 = 2, m_2 = -1$.所以 m 的值为2或-1.

二变:如果函数 $y = (m-1)x^{m^2-m-1}$ 是反比例函数,那么正比例函数 $y = -(m-2)x$ 中, y 的值随 x 的值的怎样变化?

解:因为函数 $y = (m-1)x^{m^2-m-1}$ 是反比例函数,所以 $\begin{cases} m-1 \neq 0, & \text{①} \\ m^2-m-1 = -1. & \text{②} \end{cases}$

由①,得 $m \neq 1$;由②,得 $m_1 = 0, m_2 = 1$.所以 $m = 0$.

故 $y = -(m-2)x = -(0-2)x = 2x$.即正比例函数为 $y = 2x$.因为 $k = 2 > 0$,所以 y 的值随 x 的值的增大而增大,减小而减小. 点拨:题目虽然变化多端,但其本质是考查正、反比例函数的概念,要注意其中的隐含条件 $k \neq 0$,不要将其忽略.

四、研究性学习思维专题点拨

(一)科学探究思维专题点拨

科学探究思维导析:本节所涉及的探究题多与反比例函数概念有关,问题多是让大家由题中所提供的条件来探究出符合要求的函数解析式.解决这类问题时,同学们要多观察、多分析,要善于捕捉题目中的有用信息,准确列出相应的函数解析式,并借助反比例函数的知识加以解决.

【例4】水池中有水若干吨,若单开一个出水口,水流速度 v 与全池水放光所用时间 t 之间的关系如下表:

用时 t (小时)	10	5	$\frac{10}{3}$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{5}{4}$	1
	逐渐减少						
出水速度 v (吨/小时)	1	2	3	4	5	8	10
	逐渐增大						

请你探索一下放水池中水所用时间 t (小时) 与出水速度 v (吨/小时) 之间是正比例关系还是反比例关系, 并求出当出水速度为 7 吨/小时, 所用时间 t 为多少小时?

解: 假设 t 是 v 的正比例函数, 不妨设 $t = k_1 v$. 由表中数据, 可知当 $v = 1$ 时, $t = 10$, 所以有 $10 = k_1$, 所以 $k_1 = 10$. 所以解析式为 $t = 10v$. 当 $v = 2$ 时, $t = 10 \times 2 = 20$, 而由表中数据可知此时 $t = 5$, 所以不可能是正比例函数. 假设 t 是 v 的反比例函数, 不妨设 $t = \frac{k_2}{v}$. 由表中数据, 可知当 $v = 1$ 时, $t = 10$, 所以有 $10 = \frac{k_2}{1}$, 所以 $k_2 = 10$. 所以解析式为 $t = \frac{10}{v}$. 当 $v = 2$ 时, $t = \frac{10}{2} = 5$, 与表中所提供的数据相同, 再换几个 v 的值, 可发现都与表中相对应的 t 的值相同, 可见, t 是 v 的反比例函数, 其解析式为 $t = \frac{10}{v}$. 当 $v = 7$ 时, $t = \frac{10}{7}$, 所以放水池中水所用时间 t (小时) 是出水速度 v (吨/小时) 的反比例函数, 当出水速度为 7 吨/小时, 所用时间 t 为 $\frac{10}{7}$ 小时. 点拨: 因为结论具有不确定性, 故应分两种情况 (t 是 v 的正比例函数; t 是 v 的反比例函数) 来分别讨论、探究和验证.

(二) 开放性思维专题点拨

开放性思维导析: 开放性问题在本节中多是一些列举类问题, 大多是让同学们列举出几个具有反比例函数关系的实例或列举出几个满足特定要求的反比例函数的解析式等. 解决这类问题, 同学们要放宽思维, 大胆想象, 平时要多观察, 做生活的有心人.

【例 5】 我们学习过反比例函数. 例如, 当矩形面积 S 一定时, 长 a 是宽 b 的反比例函数, 其函数解析式可以写为 $a = \frac{S}{b}$ (S 为常数, 且 $S \neq 0$). 请你仿照上例另举一个在日常生活、生产或学习中具有反比例函数关系的实例, 并写出它的函数解析式.

实例: _____ 函数解析式: _____.

解: 甲、乙两地相距 s km, 一辆车从甲地到乙地, 平均速度为 v km/h, 所用时间为 t h, 当 s 一定时, v 是 t 的反比例函数, $v = \frac{s}{t}$ (s 为常数, 且 $s \neq 0$). 点拨: 两个量互为反比例函数关系, 则两个量的乘积为常数, 把握住该点, 联系生活中的实际例子大胆举例即可.

五、中考思维专题点拨

中考思维导析: 反比例函数解析式的确定在中考中时常见到, 它们常以填空或选择的形式出现在低档题中, 问题多是让同学们求出某问题中的函数解析式或其中的比例系数 k 的值, 一般情况下, 只要同学们掌握好待定系数法的技巧就可顺利解决.

【例 6】 (2005, 北京, 4 分) 如果反比例函数的图象经过点 $(1, -2)$, 那么这个反比例函数的解析式为 _____.

解: $y = -\frac{2}{x}$ 点拨: 设 $y = \frac{k}{x}$, 将 $x = 1, y = -2$ 代入求值即可.

【例7】 (2005,江西,3分)收音机刻度盘的波长 l 和频率 f 分别是用米(m)和千赫兹(kHz)为单位标刻的,波长 l 和频率 f 满足解析式 $f = \frac{300000}{l}$,这说明波长 l 越大,频率 f 就越_____.

解:小 点拨:对于 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$,当 k 的值确定时, x 的值越大, y 的值越小.



强化练习

卷:教材跟跟练习 (80分 40分钟) (274)

一、选择题(每题5分,共20分)

- (测试知识点1)平行四边形的面积不变,那么它的底与高的函数关系是()
A. 正比例函数 B. 反比例函数 C. 一次函数 D. 不能确定
- (测试知识点1,易忽略点)下列函数解析式中,是反比例函数的是()
A. $y = x - 7$ B. $y = \frac{k}{x}$ C. $y = -\frac{x}{8}$ D. $y = -\frac{16}{x}$
- (测试知识点2)如果 a 与 $b+3$ 成反比例,且当 $b=3$ 时, $a=1$,那么当 $b=0$ 时, a 的值为()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- (测试知识点1)关于 $y = \frac{k}{x} (k \text{ 为常数})$,下列说法中正确的是()
A. 一定是反比例函数 B. $k \neq 0$ 时,是反比例函数
C. $k \neq 0$ 时,自变量 x 可为一切实数 D. $k \neq 0$ 时, y 的取值范围是一切实数

二、填空题(每题5分,共20分)

- (测试知识点1)函数 $y = -x$, $y = x^{-1}$, $y = -x^2$, $y = -\frac{1}{2x^2}$, $y = x$, $xy + 1 = 0$ 中,表示 y 是 x 的反比例函数的是_____.
- (测试知识点1)如果 $y = \frac{m+3}{x^{1-m^2-3m}}$ 是反比例函数,则 $m+5 =$ _____.
- (测试知识点1) $\triangle ABC$ 的面积为12,高 h 和底边 x 成反比例关系,这个反比例函数的解析式是_____.
- (测试知识点1,2)已知压力 F ,压强 p 与受力面积 S 之间的关系是 $p = \frac{F}{S}$.对于同一个物体,当 F 值保持不变时, p 是 S 的_____函数;当 $S=3$ 时, p 的值为180.那么当 $S=9$ 时, p 的值为_____.

三、解答题(9题10分,10题12分,共22分)

- (测试知识点1,易忽略点)已知函数 $y = (k^2 + k - 2)x^{k^2 - k - 7}$ 是反比例函数,试求 k 的值.
- (测试知识点2)一个菱形的面积为 24cm^2 ,两条对角线长分别是 $x\text{cm}$ 和 $y\text{cm}$. (1)求出 y 与 x 之间的函数解析式; (2)当其中一条对角线 $x=8\text{cm}$ 时,求 y 的值.

四、一题多解题(12分)

11. (测试知识点1、2)一矩形的长与宽分别为8cm和5cm,若将长减少1cm,面积保持不变,则这时的宽为多少?你有几种方法来解决它?

五、中考题(6分)

12. (2006, 宁德, 3分)某闭合电路中,电源的电压为定值,电流 I (A)与电阻 R (Ω)成反比例,其图象如图 1-1-1 所示,电流 I 与电阻 R 的函数解析式为_____.

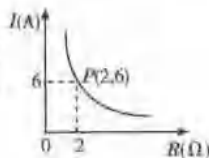


图 1-1-1

13. (2006, 包头(课改), 3分)已知函数 $y_1 = x + 1$ 和 $y_2 = \frac{2}{x}$,

若 $x > 0$ 时, $y_1 \geq y_2$, 则 x 的取值范围是_____.

[3] 卷: 综合应用创新练习题 (100分 70分钟) (275)

一、学科内综合题(每题12分,共24分)

1. 已知 z 与 y 成正比例, y 与 x 成反比例, 当 $x=10$ 时, $z=30$, 求 z 与 x 之间的函数解析式.
2. 一个圆柱的侧面展开图是一个面积为 18cm^2 的矩形, 那么这个圆柱的母线长 l 和底面半径 r 之间的函数解析式怎样表达? 请你试着写出来.

二、实际应用题(3题8分,4题12分,共20分)

3. 现代中学餐厅里储备了2000kg大米,你能表示出这些大米所能用的天数 y (天)与每天平均用大米的质量 x (kg)之间的函数解析式吗? 它是什么函数?
4. 青云花苑打算挖一条长1000米的渠道来埋自来水管,若工人挖掘的平均速度为 v 米/时,时间为 t 小时. (1) t 与 v 之间是什么函数关系? (2) 已知每名工人平均每小时挖5米,4名工人一起工作,每小时需支付每名工人12元,那么最后单位一共需支付工人费用是多少元?

三、创新题(12分)

5. (新情境题)如图 1-1-2 所示,喷灌是一种先进的田间灌水技术,雾化指标 P 是它的技术要素之一. 当喷嘴的直径为 d (mm),喷头的工作压强为 h (kPa)时,雾化指标 $P = \frac{100h}{d}$.



图 1-1-2

对果树喷灌时要求 $3000 \leq P \leq 4000$, 若 $d=4\text{mm}$, 求 h 的范围.

四、研究性学习练习题(6题8分,7题12分,共20分)

6. (探究题)反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 在 $x=1$ 处自变量减少 $\frac{1}{2}$, 函数值就相应地增加1, 试探究一下 k 的值.
7. (观察推理题)如图 1-1-3 所示, 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形, 点 E 、 F 分别在 CB 和 BC 的延长线上, 且 $\angle EAF = 120^\circ$, 设 $BE = x$, $CF = y$. (1) 求 y 与 x 的函数解析式, 并求出自变量 x 的取值范围; (2) 当 x 取何值时, $\triangle ABE \cong \triangle FCA$?

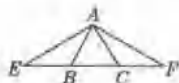


图 1-1-3

五、图表信息题(15分)

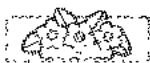
8. y 是 x 的反比例函数, 下表给出了 x 与 y 的一些值:

x		-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1		3
y	$\frac{2}{3}$		2				-1	

(1)写出这个反比例函数的解析式;(2)根据函数解析式完成上表.

六、调查研究题(9分)

9. 调查一下你周围的某个企业的资产评估,并写出该企业人均拥有资产 y (元)与企业人数 x (人)之间的函数解析式.



第二节 反比例函数的图象与性质



I 课前准备

一、关键概念和原理提示

关键概念:象限.

关键原理:反比例函数的图象与性质.

二、教材中的“?”解答

问题:说一说:1. 什么是函数的图象? 2. 一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象是什么样子?

解答:1. 建立平面直角坐标系,以自变量取的每一个值为横坐标,相应的函数值为纵坐标,描出相应的点,由所有这些点组成的图形称为这个函数的图象.

2. 一次函数的图象是一条直线.



II 基础知识必备

一、必记知识背牢

序号	项目	必记知识	必记内容	巧记方法
1	基本概念	象限	在平面直角坐标系中,两坐标轴把平面分成四部分,其中右上角部分称为第一象限,逆时针依次为第二象限、第三象限、第四象限	
2	基本性质	反比例函数的图象与性质	$k > 0$ $k < 0$ 	$k > 0$ 时,一、三; $k < 0$ 时,二、四
			双曲线的两个分支位于一、三象限内,在每个象限,y随x的增大而减小 双曲线的两个分支位于二、四象限内,在每个象限,y随x的增大而增大	(1) $k > 0$ 时,大变小; $k < 0$ 时,大变大.
			双曲线的两个分支都与 x 轴、 y 轴无限接近,但永远不能达到 x 轴、 y 轴.	(2) 图象不与两轴相交

二、精彩点拨教材知识

知识点 1: 反比例函数图象的画法(这是重点)

详解:通过前面的学习,同学们已学会了画正比例函数和一次函数的图象,已经初步熟悉了画图象的方法,了解了其一般步骤是:列表、描点、连线,那么如何来画反比例函数的图象呢?实际上,画反比例函数的图象也只要“列表、描点、连线”三个步骤就可以了.具体如下:(1)列表:以 O 为中心,让自变量 x 在 O 的两边对称的取一些负数和一些正数值,并且计算出相应的函数值,列成表格.一般自变量的值应选取绝对值相等而符号相反的一对一对的数值,这样既可以简化计算,又便于描点.(2)描点:在平面直角坐标系中,以 x 取的值为横坐标,相应的函数值为纵坐标,描出相应的点.(3)连线:按照从左到右的顺序,把 y 轴右边各点和左边各点分别用一条光滑曲线顺次连接起来并延伸.

警示:1. 列表时,自变量 x 的取值要注意:(1)在取值范围内取值($x \neq 0$);(2)一定要有代表性(兼顾正、负数);(3)大小要适度(描点时好操作). 2. 列表、描点时,要尽量多取一些数值,多描一些点,这样方便连线. 3. 连线必须是光滑的曲线. 4. 双曲线的两个分支是断开的,延伸部分有逐渐靠近坐标轴的趋势,但永远不可能与坐标轴相交.

【例 1】画反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象.

解:列表:

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	6
$y = -\frac{6}{x}$	1	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{2}$	2	3	6	-6	-3	-2	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{6}{5}$	-1

描点:在平面直角坐标系内,以 x 取的值为横坐标,相应的函数值为纵坐标,描出相应的点. **连线:**把 y 轴左边各点和右边各点分别用一条光滑曲线顺次连接起来,就得到函数 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象,如图 1-2-1 所示. **点拨:**这类作图题考查同学们的动手能力,只要大家按作函数图象的步骤进行,描点准确,连线光滑,就能较准确地画出函数的图象.

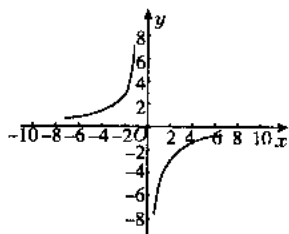


图 1-2-1

知识点 1 针对性练习:

1. 画反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象.

知识点 2:反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 与 $y = -\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象的区别与联系

详解:对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 与 $y = -\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$), 它们的图象既有区别, 又有联系. 我们可以以 $y = \frac{6}{x}$ 和 $y = -\frac{6}{x}$ 为例来分析一下, 函数 $y = \frac{6}{x}$ 与 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象在坐标系中所处的位置不同, 在 $y = \frac{6}{x}$ 的图象的每支曲线中, y 的值都随

着 x 值的增大而减小; 而 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象的每支曲线中, y 的值都随着 x 值的增大而增大. 可见函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 与 $y = -\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象在平面直角坐标系中所处的位置不同, 其增减性也各不相同. 但它们之间也有相同之处, 它们的图象都是由双曲线组成的; 它们都无限接近坐标轴但都与坐标轴不相交; 两个函数图象自身都是轴对称图形, 各自都有两条对称轴, 又都是中心对称图形, 对称中心是坐标原点. 而且函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 与 $y = -\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象关于 x 轴对称, 所以若已画出函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象, 只要将图象沿着 x 轴翻折, 并将图象“复印”下来, 就可得到函数 $y = -\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象.

拓展: 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 与 $y = -\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象不仅关于 x 轴成轴对称, 也关于 y 轴成轴对称.

【例 2】 在反比例函数 $y = mx^{-1}$ 的图象的每支曲线上, y 的值都随着 x 的值的增大而减小, 那么在反比例函数 $y = -mx^{-1}$ 的图象的每支曲线上, y 的值都随着 x 的值的增大_____.

解: 而增大 **点拨:** 函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 与 $y = -\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的增减性相反.

知识点 2 针对性练习:

2. 下列函数中, 其图象与 $y = -7x^{-1}$ 的图象关于 x 轴对称的是 ()

- A. $y = -7x$ B. $y = 7x$ C. $y = \frac{x}{-7}$ D. $y = \frac{7}{x}$

知识点 3: 象限 (这是重点)

详解: 象限是研究函数图象及性质的重要基础, 与函数图象有关的中考题, 大多都与此有关. 在平面直角坐标系中, 两坐标轴把平面分成了四部分, 如图 1-2-2 所示, 其中右上角部分称为第一象限, 左上角部分称为第二象限, 左下角部分称为第三象限, 右下角部分称为第四象限.

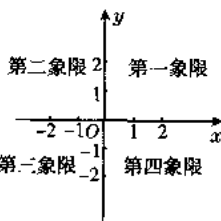


图 1-2-2

警示: 坐标轴不属于任何一个象限, 它们是各象限的分界线.

【例 3】 下面各点分别在哪个象限或坐标轴上?

$A(-8, 6)$, $B(4, 0)$, $C(-1, -2)$, $D(3, 1)$, $E(0, -2)$, $F(5, -4)$.

解: $A(-8, 6)$ 在第二象限内; $B(4, 0)$ 在 x 轴上; $C(-1, -2)$ 在第三象限内; $D(3, 1)$ 在第一象限内; $E(0, -2)$ 在 y 轴上; $F(5, -4)$ 在第四象限内. **点拨:** 第一象限内的点的横坐标为正, 纵坐标为正; 第二象限内的点的横坐标为负, 纵坐标为正; 第三象限内的点横坐标为负, 纵坐标为负; 第四象限内的点的横坐标为正, 纵坐标为负; x 轴上的点的纵坐标为 0; y 轴上的点的横坐标为 0, 这些规律在函数问题中经常用到, 望大家熟记.