

华罗庚数学学校奥林匹克系列丛书

华罗庚数学学校

试题解析

高三年级

中学部

中国人民大学附中 编



$$\operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg}\alpha \operatorname{ctg}\beta + 1}{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

中国大百科全书出版社

华罗庚数学学校奥林匹克系列丛书

华罗庚数学 学校试题解析

中学部·高三年级

中国人民大学附中编

主编：刘彭芝

中国大百科全书出版社

北京·1994

(京)新登字 187 号

华罗庚数学学校试题解析
(中学部·高三年级)

编者：中国人民大学附中

主编：刘彭芝

责任编辑：简菊玲

封面设计：郭健

技术设计：翟铭

出版发行：中国大百科全书出版社

(北京阜成门北大街 17 号 100037)

印刷：河北三河市印刷厂

经销：新华书店总店北京发行所

版次：1993 年 8 月第 1 版

印次：1994 年 9 月第 2 次印刷

印张：10

开本：787×1092 1/32

字数：178 千字

印数：31001—35000

ISBN 7-5000-5223-5/G·45

定价：6.95 元

顾 主 编	问:	王 元	裘宗沪
		冯克勤	陈德泉
	编:	刘彭芝	
	委:	余红兵	尚 强
		熊 斌	周春荔
		莫颂清	王 人伟
		周沛耕	

作 者:	上篇	余红兵	尚 强
		熊文斌	
	中篇	周春荔	莫颂清
		王 人伟	周沛耕

苦戰猛攻埋頭干！
熟能生出自巧來。
勤能補拙是良訓，
一分辛勞一分材。

朱子家教授
請一首書贈

朱子家塾書學校
與梅丘先生刻以書

王元

华罗庚数学学校简介(代前言)

华罗庚数学学校(简称华校)是北京市重点中学人大附中的校中之校。为纪念我国已故著名数学家华罗庚教授而得名,是由中国科技大学、中国科学院华罗庚实验室和中国人民大学附中联合创办的。

华校由小学部、初中部、高中部三个部组成。

小学部属校外培训性质,从小学三年级开始,共四年,每周学习一次,寒暑假进行集中培训。华校每年于十月份招生(以北京市为主,面向全国),三至六年级同时考试。每个年级前50名,编为A班。几年来华校六年级A班学生几乎百分之百被保送进入人大附中学习。初、高中部每个年级一个华校班,又称实验班。初中部实验班学生毕业后直接升入人大附中高中。

华校采用科学的教学方法,开放式教学,努力开发学生的潜在能力,对学生实行超前教育。华校除由人大附中选派优秀教师任课外,还聘请科学家来校讲学。用最新的科技知识丰富学生的头脑,开阔他们的视野。

每年暑假,华校高中部都聘请中国科技大学、北京大学、清华大学、中国人民大学、北京师范大学等高校教授到校讲授奥林匹克数学、物理、化学等知识。华校以数学为带头学科,同时学习物理、化学、生物、外语、语文、计算机等科目,全面提高学生的科学文化素质。

华校成立几年来,成绩显著,人才辈出,向重点高等院校输送了一批又一批人才,华校三届高中实验班成绩如下:

第一届学生 40 人全部进入重点大学,其中 9 人被保送,15 人进入清华大学,15 人进入北京大学,2 人进入中国科技大学。

第二届学生 48 人全部进入重点大学,其中 12 人被保送,15 人进入清华大学,11 人进入北京大学,4 人进入中国科技大学。

第三届学生 48 人,其中 14 人被保送,12 人进入清华大学,15 人进入北京大学,4 人进入中国科技大学。以第三届为例,全班 34 人参加高考,有 13 人总分超过 600 分,全班高考平均分 590.81 分,数学成绩平均分 114.76 分。

同时,华校学生在北京市区、全国和国际大赛中多次获奖。几年来,使人大附中获奖牌数达一千多枚,位居北京市重点中学之首。

华校在努力办学的同时,还致力于全国中小学数学水平的提高,精心编选了这套《华罗庚数学学校试题解析》。本书提供了十套全国高中数学联赛的“模拟试题”(附解答),以期读者能够独立思考,不宜看过问题后马上去阅读其解答。我们的本意是希望读者通过“模拟试题”的演练,进一步巩固数学基础知识,提高解决问题的能力。

本书的材料主要取自作者在几届国家集训队上课的讲稿,以及在北京、上海、安徽等地作数学竞赛辅导讲座的讲稿。此外,单墀教授、叶中豪先生提供了若干问题。闻厚贵、裴世坤、何敏、孙泽军、余建国、尚贤达、熊能、余弦诸君也提供了部分试题。我们还参考了国内外的一些书刊,吸收了不少有益

的素材。本书是培养高三学生学习数学的兴趣，养成自学能力、开发智力的必备读物，是广大高三数学教师开展数学课内及课外活动的参考书，也是广大家长辅导孩子学习数学的得力助手。

序（一）

华罗庚数学学校是由中国人民大学附中、中国科技大学、中国科学院华罗庚实验室三单位联合创办的。我国著名学者王元教授、龚升教授、黄达教授、冯克勤教授、陈德泉教授都是该校的首届名誉校长。我本人是建立这所学校的积极倡议者。在我主持人大附中工作八年期间，我把华校纳入了人大附中校中之校的超常教育体系。

当今世界，自然科学、社会科学、数学已发展成为三足鼎立的独立的科学体系，而数学更是各门科学发展的基础。从小打好数学基础对于即将进入二十一世纪的新一代人是至关重要的。为中华之振兴而力克数学这道关口，也是当代青少年义不容辞的历史责任。

中国的青少年是聪明的，这一点世所公认，我国参加国际奥林匹克数学竞赛的中学生连获世界团体冠军已向全世界揭示了中国人的聪明和才华。但是任何才华都非从天而降，都是长期辛苦耕耘和努力的结果。所以我们华罗庚数学学校总结了以下4个办学特点。

① 从小抓起，从小学三、四年级抓起，要从积极培养少年儿童数学思维能力和兴趣入手。春华秋实，如果你希望看到硕果压枝头的金秋，那么切莫放过风和日丽的春光，勤施水肥，精心培育。华校正是这样做的。

② 高水平的启蒙教育。根深才能叶茂，础固而后楼高，

名师启蒙之重要至今尚不为人们所认识。华校积八年之办学经验证实，启蒙老师的水平是至关重要的。打开青少年思维之路非名师莫属。华校出了许多高层次人才，其诀窍就在这里。

③ 全面发展，业有专精。华校是以数学为其突破口，但是一天也不忽视全面发展这一育人规律。在素质培养上德、智、体全面发展；在学科学习上数学、语文、外语并行不悖。弃全就偏，对青少年成长是致命的。我们着眼于造就下一个世纪各门学科的先锋队、带头人，而不是要培养书呆子，因此全面的素质教育是华校的准则。全面发展并不排斥业有专精。没有特长和个性的学生将来是很难成才的。

④ 竞争育人。任何人才都是竞争的胜利者，只有通过竞争才能出人才。中华民族面临着严峻的挑战，青少年如果没有强烈的竞争意识，他们就无法把握未来，创造时代。所以华校的学生都必须勇于参加各种级别、各种类型的竞争，胜不骄，败不馁，不以取胜为目的，但以敢于取胜为培养品德的手段。

华校的这四大办学特色，在中学生的各种学科竞赛中造就了一千多名世界级、全国级、北京市级和海淀区级的获奖者，但更为重要的是造就了不少具有新思想、新观念的优秀教师和优秀教育专家。他们的教学经验和手头积累的材料是我们教育界一笔珍贵的财富。

欣闻这些中等教育专家有意出一套系列丛书，同广大中学生、教师、家长分享这笔财富，特为之序，以此就教于海内同仁。

中国人民大学附中 胡俊泽

1992年8月

序（二）

随着世界各国高科技的迅猛发展，随着我国开放、改革的不断深入，摆在我们教育工作者面前的重任是早出人才、快出人才。早在一九八三年邓小平同志就提出，教育要面向现代化、面向世界、面向未来。北京人大附中为落实邓小平同志的“三个面向”的指示，从一九八五年就试办了华罗庚数学学校。经过七年多的教育、教学实践，初步形成了一套体系，摸索出了一套从小学到高中的较超常的数学教材，并配有能力性很强的作业练习。

我们愿意把这套教材奉献给教育界，倾听广大专家和各教育同事的批评、指正。

中国人民大学附中 朱迪生

1992年8月

目 录

上 篇

模拟试题(一)第一试	1
提示与答案	3
模拟试题(一)第二试	11
提示与答案	11
模拟试题(二)第一试	17
提示与答案	19
模拟试题(二)第二试	26
提示与答案	27
模拟试题(三)第一试	32
提示与答案	34
模拟试题(三)第二试	42
提示与答案	42
模拟试题(四)第一试	49
提示与答案	51
模拟试题(四)第二试	57
提示与答案	57
模拟试题(五)第一试	62
提示与答案	64

模拟试题(五)第二试	74
提示与答案	74
模拟试题(六)第一试	78
提示与答案	80
模拟试题(六)第二试	88
提示与答案	88
模拟试题(七)第一试	93
提示与答案	95
模拟试题(七)第二试	103
提示与答案	104
模拟试题(八)第一试	109
提示与答案	111
模拟试题(八)第二试	118
提示与答案	118
模拟试题(九)第一试	123
提示与答案	125
模拟试题(九)第二试	131
提示与答案	132
模拟试题(十)第一试	136
提示与答案	139
模拟试题(十)第二试	145
提示与答案	146

中 篇

综合试题(一)	154
---------	-----

提示与答案	158
综合试题(二)	165
提示与答案	168
综合试题(三)	178
提示与答案	182
综合试题(四)	192
提示与答案	196
综合试题(五)	208
提示与答案	210

下 篇

全国高中数学联赛部分试题	220
1983 年第一试	220
提示与答案	222
1983 年第二试	224
提示与答案	225
1984 年第一试	230
提示与答案	232
1984 年第二试	233
提示与答案	234
1985 年第一试	236
提示与答案	238
1985 年第二试	239
提示与答案	240
1986 年第一试	243

提示与答案.....	245
1986 年第二试	246
提示与答案.....	246
1987 年第一试	248
提示与答案.....	250
1987 年第二试	251
提示与答案.....	251
1988 年第一试	253
提示与答案.....	255
1988 年第二试	257
提示与答案.....	258
1989 年第一试	260
提示与答案.....	262
1989 年第二试	264
提示与答案.....	264
1990 年第一试	267
提示与答案.....	270
1990 年第二试	271
提示与答案.....	272
1991 年第一试	274
提示与答案.....	277
1991 年第二试	278
提示与答案.....	278
1992 年第一试	282
提示与答案.....	285
1992 年第二试	287

提示与答案.....	288
------------	-----

附 录

华罗庚数学学校中学部各年级参赛获奖名单.....	291
--------------------------	-----

上篇

模拟试题(一)第一试

一、选择题 (本题满分 30 分, 每小题 5 分):

本题共有 6 个小题, 每小题给出了 (A)、(B)、(C)、(D) 四个结论, 其中只有一个是正确的. 请把正确结论的代表字母写在横线上.

1. 直线 $y = ax + b (ab \neq 0)$ 关于直线 $y = x$ 对称的直线方程是_____.

(A) $y = \frac{1}{a}x + b$ (B) $y = -\frac{1}{a}x + b$

(C) $y = -\frac{1}{a} - \frac{b}{a}$ (D) $y = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$

2. 设 $a_n = n^2 + n + 2$, 则数列 $\{a_n\} (n \geq 1)$ 中, _____ 正确.

- (A) 有但仅有有限多个素数
- (B) 有无穷多个素数
- (C) 有但仅有有限多个平方数
- (D) 有无穷多个平方数

3. 设 a, b, c 为实数, $4a - 4b + c > 0$, $a + 2b + c < 0$, 则_____ 正确.

(A) $b^2 \leq ac$ (B) $b^2 > ac$