教育部职业教育与成人教育司推荐教材
五年制高等职业教育公共课教学用书

应用数学基础

（基础版）

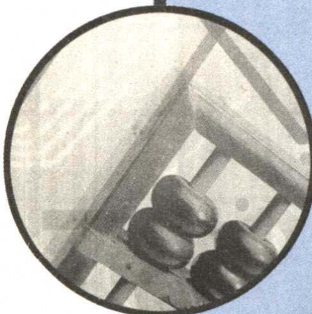
第一册

秦明达
王　黎　　主审
邓俊谦　　主编

全国五年制高等职业教育
公共课开发指导委员会　组编

華夏出版社

教育部职业教育与成人教育司推荐教材
五年制高等职业教育公共课教学用书



应用数学基础

（基础版）

第一册

全国五年制高等职业教育
公共课开发指导委员会 组编

秦明达
王　黎 主审

邓俊谦 主编

華夏出版社

图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础．第1册/邓俊谦主编．－北京:华夏出版社,2005.6
ISBN 7－5080－3727－8

Ⅰ.应...　Ⅱ.邓...　Ⅲ.应用数学－高等学校:技术学校－教材
Ⅳ.029

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第060364号

应用数学基础．第1册
邓俊谦　主编

责任编辑:焦　玉
封面设计:刘　颖
出版发行:华夏出版社
(北京市东直门外香河园北里4号　邮编:100028)
经　　销:新华书店
印　　刷:北京人卫印刷厂印刷
版　　次:2005年6月北京第1版
2005年6月北京第1次印刷
开　　本:787×1092　1/16开
印　　张:20
字　　数:288千字
定　　价:28.00元

序

2004年4~8月,教育部职成司对五年制高职教材重新进行了整体规划,在全面总结吸收“面向21世纪职业教育课程改革和教材建设规划”经验成果的基础上,动员全国各地申报职业教育教材两千余种,经组织专家评审后,制定了《2004—2007年职业教育教材开发编写计划》,这套五年制高职公共课教材,就是按照这个计划编写的。

在编写之前,我们对目前五年制高职公共课的教学情况进行了大量的调查研究,对现行的教材做了深入的分析比较,提出了严缜细密的编写题纲,并上报教育部职成司。在得到职成司有关领导和专家充分肯定后,开始着手这套教材的编写工作。

今年秋季率先推出的是供五年制高职院校秋季入学新生使用的《实用语文》第一册(全4册)、《应用数学基础》第一册(全3册)、《实用英语》第一册(全4册)、《技术物理基础》第一册(全2册)、《计算机应用基础》(全1册)和《应用化学基础》(全1册)。

本套教材的作者一部分是来自五年制高职院校教学一线的教师,一部分是各学科领域的专家学者,他们既具有丰富的教学经验,又都参加过教材的编写工作,具有丰富的教材编写经验。担任各门课程第一主审人的均是该学科领域里的专家,第二主审人则是来自五年制高职教学一线的优秀教师。

针对五年制高职学生目前的生源水平现状,本套教材适当降低了起点和难度,本着“少而精”的原则,使教材的难度深浅适中,既符合学生的实际水平,又加强了教学的针对性,并注意吸收新知识、新观念,强调基础性,突出实用性,体系设计合理,循序渐进,符合学生学习特征和认知规律,结构体例新颖,便于教师和学生使用。

本套教材是根据全国五年制高职教育公共课开发指导委员会《关于编写五年制高职教育公共课规划教材的指导意见》编写的,设计课程容量、课时安排,均考虑了教与学双方面的现实可操作性,让教与学成为一种互动过程,让学生

尽可能地在轻松愉悦中掌握知识。同时,为减轻学生的课业压力,我们把以往教材多配带的《练习册》的内容放到了教材的练习中,让练习成为以点代面、以精带泛的真正切实有效的思训活动。

虽然我们尽了很大努力,但教材中仍难免存在各种缺点、错误和疏漏,敬请广大教学第一线的教师和专家学者们批评指正。同时,随着我国高职教育的发展,教材也要不断发展,不断更新完善。我们将在教材使用过程中不断跟踪反馈意见,不断修订完善,以期把最好的教材奉献给广大师生。

全国五年制高等职业教育公共课开发指导委员会

2005 年 6 月

编写说明

《应用数学基础》教材编写组由全国五年制高职公共课开发指导委员会组织成立并直接领导,成员来自全国的部分高职院校.

"应用数学基础"是五年制高等职业教育各专业必修的一门公共课程,是学生提高文化素质和学习有关专业知识的重要基础.本教材的编写以高等职业教育的培养目标为根本依据,遵循"拓宽基础、强化能力、立足应用"的原则.本教材的内容与九年义务教育三年制初中数学相衔接.作者认真总结了近些年五年制高职数学教学的经验、体会,并达成共识.在内容的编写中十分重视学生的年龄特点、基础状况、生活经历等,努力做到生动有趣、通俗直观、由具体到抽象,由易到难、循序渐近、易懂宜读.

这套《应用数学基础》教材共分3册.本书是第1册,内容包括:集合、不等式、逻辑用语,函数,三角函数,平面向量,复数共5章.标有*号的部分为选学内容.本册内容的授课时数为80左右(供参考,不含习题课).

书中每一节后的习题和每一章后的复习题都分A、B两组,A组题是面对全体同学的,反映了教学的基本要求,B组题供教师需要时选用或有能力的同学独立完成.每一章后都安排了本章小结,包括"基本内容"、"几点提示"、"学习要求"三部分,供复习这一章时参考.

每一章中都有一个"活动园地",包括"阅读"与"尝试"两个栏目,供学生课后阅读和进行数学活动时使用,以调动学习兴趣、增进对数学及有关知识的了解、拓宽视野、渗透数学应用意识、强化能力等.

参加本册书的编写人员有:济源职业技术学院的姬小龙(第1章、第4章)、北京工业职业技术学院的李月清(第3章)、郑州铁路职业技术学院的邓俊谦(第2章、第5章).由邓俊谦任主编,并承担规划、统稿等工作.

由于水平所限,编写时间短促,书中必存在一些不当之处,甚至错误,真诚欢迎使用本教材的教师、同学以及其他读者提出批评和指正.

编　者

2005年6月

目录

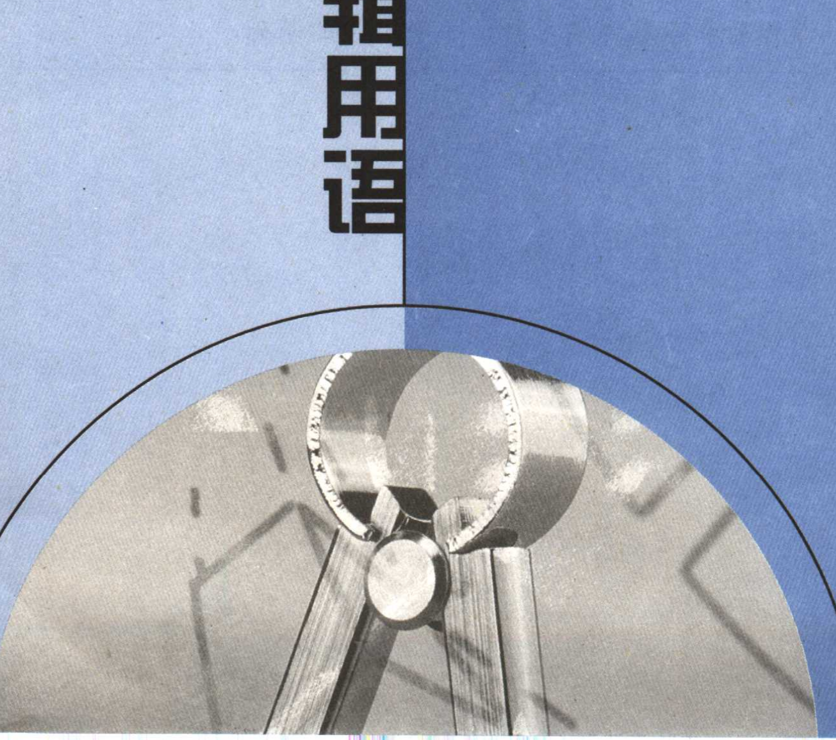
第 4 章 平面向量

第 5 章 复数

第1章 集合 不等式 逻辑用语

集合像空气一样无所不在，像空气一样无比重要，像空气一样极为平凡.

—— 张景中院士



某职业技术学院春季选派了8名学生参加全国大学生数学建模竞赛,冬季又选派了22名学生参加全国大学生奥林匹克技能竞赛,这两次竞赛该职业技术学院共有多少名学生参加?如果有人回答有30名学生参加了竞赛,对吗?当然不一定对.因为可能有些学生既参加了数学建模竞赛,又参加了奥林匹克技能竞赛,只有在所有参赛学生都只参加了一次竞赛的情况下,回答有30名学生参加竞赛才是正确的.如果要用数学方法解决这一问题,你能正确描述两次竞赛学生的范围及其相互关系,并正确计算吗?

运用本章将要学习的集合、不等式和逻辑知识,就可以正确地描述和解决这类问题.

集合是现代数学中最重要、最基本的概念之一,不等式是反映现实世界中各种各样复杂关系的最基本的形式之一,逻辑用语是从事一切数学活动必不可少的最基本的思维与表述工具.本章学习的主要内容是集合的概念、集合的运算、几种代数不等式的解法、命题、逻辑联结词、充分条件和必要条件,通过本章的学习为应用数学基础这门课程后继各章的学习打下一个坚实的基础.

1.1 集 合

1. 集合的概念

“集合”一词大家并不陌生,无论在过去的数学活动中,还是在日常生活中,曾不止一次地使用过它,例如,“自然数集合”、“整数集合”、“某一平面内的所有三角形的集合”等.然而,作为数学概念的“集合”,有必要对其加以限制,使其严格化,这一工作是由德国数学家康托尔在19世纪下半叶完成的.

一般地,把具有确定性质而相互间又有明确区别的一些对象的全体称为**集合**,简称为**集**.集合中的每个对象叫做这个集合的**元素**.

例如,太阳系的所有行星组成一个集合,每个行星都是这个集合的元素;某职业技术学院的全体学生组成一个集合,每个学生都是这个集合的元素;某企业生产的一批电视机(每个个体看作是不同的)组成一个集合,其中的任意一台电视机就是该集合的元素.

通常用大写字母$A,B,C\cdots$表示集合,而用小写字母$a,b,c\cdots$表示元素.例如自然数集合、整数集合、有理数集合、实数集合分别可用字母$\mathbf{N},\mathbf{Z},\mathbf{Q},\mathbf{R}$表示,并将它们分别简称为**自然数集**、**整数集**、**有理数集**、**实数集**.若a是集合A的元素,就说a属于A,记作$a\in A$;若a不是集合A的元素,就说a不属于A,记作$a\notin A$.例如,$0\in\mathbf{N}$,$-2\in\mathbf{Z}$,$\sqrt{2}\in\mathbf{R}$,$\sqrt{3}\notin\mathbf{Q}$,$\pi\in\mathbf{R}$等,可见数学符号$\in$与$\notin$是用来表示元素与集合之间的关系

的. 另外,正整数集用 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ 表示. 记忆这些常用数集的专用符号对以后的学习是有好处的!

含有有限个元素的集合叫做**有限集**,不是有限集的集合叫做**无限集**. 例如,小于 8 的自然数组成的集合、太阳系的九大行星组成的集合等都是有限集,自然数集、实数集等都是无限集.

把不含有任何元素的集合叫做**空集**,记作$\varnothing$,读作“欧”. 空集是惟一的. 空集是有限集.

2. 集合的表示法

常用的表示集合的方法有两种:列举法和描述法.

列举法就是把集合的元素一一列举出来写在花括号内表示集合的方法.

例如:

小于 5 的自然数组成的集合,可以表示为

$$\{4,3,2,1,0\}$$

中国的 4 个直辖市组成的集合,可以表示为

{重庆,天津,上海,北京}

自然数集 $\mathbf{N}$ 可以表示为

$$\{0,1,2,3,4,5\ \cdots\}$$

方程 $x^2-1=0$ 的实数解的集合,可以表示为

$$\{-1,1\}$$

用列举法表示集合时要注意下列几点:

(1)集合所含的元素个数不多或元素间有一定规律可循且不致误解时使用;

(2)要将集合的所有元素写在花括号内;

(3)元素与元素之间用逗号隔开;

(4)不必考虑元素的前后顺序.

描述法就是把集合中的元素所具有的共同性质描述出来，写在花括号内表示集合的方法.

一般地，设 $p(x)$ 表示元素 x 具有性质 p，则具有性质 p 的所有元素组成的集合，可书写为

$$\{x \mid p(x)\}$$

例如：

方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解的集合，可以表示为

$$\{x \mid ax^2+bx+c=0\}$$

所有偶数组成的集合，可以表示为

$$\{x \mid x=2k, k\in \mathbf{Z}\}$$

一次函数 $y=2x-1$ 的图像上的所有点组成的集合，可以表示为

$$\{(x,y) \mid y=2x-1\}$$

3. 集合之间的关系

子集

在讨论两个以上集合时，自然要关心这些集合之间有什么样的关系. 比如，先来看看自然数集 $\mathbf{N}$ 和整数集 $\mathbf{Z}$ 之间的关系. 任何一个自然数都是整数，这就是说，$\mathbf{N}$ 中的任何一个元素都是 $\mathbf{Z}$ 的元素，$\mathbf{N}$ 是 $\mathbf{Z}$ 的一部分，是部分与整体的关系. 对于这种情况有定义：

定义1 设 A 与 B 是两个集合，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，则集合 A 叫做集合 B 的**子集**，记作：$A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$，读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”，也可说成 A 是 B 的子集或 B 是 A 的**扩集**.

若 A 是任意一个集合，则 $A\subseteq A$，$\varnothing\subseteq A$. 即

任意一个集合是它本身的子集，空集是任意一个集合的子集.

用现在的术语，自然数集 **N** 与整数集 **Z** 的关系可叙述为自然数集 **N** 是整数集 **Z** 的子集，用符号可以表示为 $\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Z}$.

定义 2 如果集合 A 是集合 B 的子集，且 B 中至少有一个元素不属于 A，则集合 A 叫做集合 B 的**真子集**，记作：$A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$.

例如，$\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{Z}$，$\{0,-1,2,3\}\subsetneqq\{-2,-1,0,1,2,3,4\}$，$\mathbf{Q}\subsetneqq\mathbf{R}$.

集合以及集合之间的关系可以用图形表示，叫做**文氏（Venn John）图**. 文氏图是用一个简单的平面区域代表一个集合，如图 1－1 所示，集合内的元素用区域内的点来表示.

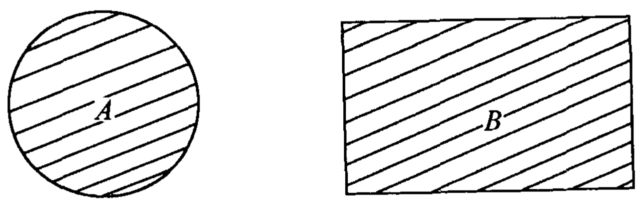


图　1－1

不难知道，空集是任何非空集合的真子集.

相等

定义 3 设 A 与 B 是两个集合，如果 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，则称集合 A 与集合 B **相等**，记作：$A=B$，读作：A 等于 B.

两个集合相等是说这两个集合相互包含，即它们的元素完全相同.

例如，设 $A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，$B=\{2,3\}$. 经验证 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，所以 $A=B$.

练　习

1. 选择下列符号 $\in$，$\notin$，$\subsetneqq$，$\supsetneqq$，$\subseteq$，$\supseteq$，$=$ 中适当的一个填空：
   (1) -1 ______ $\mathbf{N}$;　　(2) 0 ______ $\mathbf{N}$;
   (3) b ______ $\{a,b\}$;
   (4) $\{1,2,3,5\}$ ______ $\{2,5\}$;
   (5) $\{-1\}$ ______ $\{x \mid x^2-1=0\}$.
2. 将下列集合用适当的方法表示：
   (1) 12 的正约数组成的集合；
   (2) 方程 $x^2-\pi=0$ 的实根组成的集合；
   (3) 绝对值等于 3 的实数组成的集合.
3. 将下列集合用另一种方法表示：
   (1) $A=\{x \mid -1<x<5, x\in\mathbf{Z}\}$;
   (2) $B=\{x \mid x=2k, k\in\mathbf{N}\}$.

4. 集合的运算

如同数与数之间有加、减、乘、除等多种运算一样，集合与集合之间也有其特定的运算，通过这些运算可以构造出一些新的集合. 交、并、补是集合的 3 种基本运算.

交集

先看一个例子.

设集合 $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$，$B=\{3,4,5,6,7,8,9\}$，则 A 与 B 的公共元素可以组成一个新的集合 $C=\{3,4,5,6\}$，对于这样的集合有定义：

定义 4　设 A 与 B 是两个集合，由集合 A 与 B 的所有公共元素组成的集合叫做集合 A 与 B 的**交集**，记作：$A\cap B$，读作："A 交 B". 即

$$A\cap B=\{x \mid x\in A, \underline{且}\ x\in B\}.$$

两个集合的交集可用图 1－2 所示的阴影部分表示.

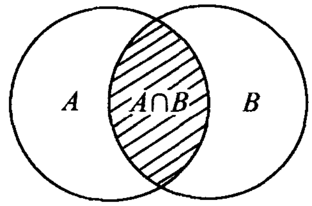


图 1-2

由定义 4 可知，对于任意集合 A,B 都有：

$$A\cap B=B\cap A, A\cap A=A, A\cap\varnothing=\varnothing\cap A=\varnothing$$

若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$.

【例 1】 设 $A=\{-1,0,3,4,7,9\}$，$B=\{-2,0,5,7,8,9\}$，则 $A\cap B=\{0,7,9\}$.

【例 2】 设 $A=\{(x,y)\mid x+y=3\}$，$B=\{(x,y)\mid x-y=1\}$，求$A\cap B$.

解
$$\begin{aligned} A\cap B&=\{(x,y)\mid x+y=3\}\cap\{(x,y)\mid x-y=1\}\\ &=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x+y=3\\x-y=1\end{cases}\right\}\\ &=\{(2,1)\}\end{aligned}$$

并集

定义 5 设 A 与 B 是两个集合，由属于 A 或属于 B 的所有元素组成的集合叫做集合 A 与 B 的并集，记作：$A\cup B$，读作："A 并 B". 即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A,\text{或 } x\in B\}$$

两个集合的并集可用图 1-3 所示的阴影部分表示.

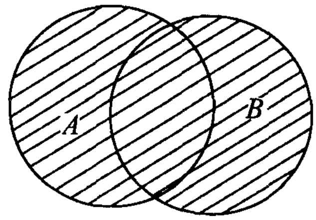


图 1-3

由定义 5 可知，对于任意集合 A，B 都有：$A\cup B=B\cup A$，$A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=\varnothing\cup A=A$.

若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$.

【例 3】　已知 $A=\{a,b,d,e\}$，$B=\{b,c,d,f\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.

解　$A\cap B=\{a,b,d,e\}\cap\{b,c,d,f\}=\{b,d\}$.

$A\cup B=\{a,b,d,e\}\cup\{b,c,d,f\}=\{a,b,c,d,e,f\}$

设 A，B，C 是任意 3 个集合，则有：

(1)交换律

$$A\cap B=B\cap A,A\cup B=B\cup A$$

(2) 结合律

$$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C),$$

$$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$$

(3) 分配律

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C),$$

$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$$

补集

在研究集合与集合之间的关系和运算时，如果一些集合都是某一给定的集合的子集，那么这个给定的集合叫做这些集合的**全集**，通常用 U 表示. 比如，在研究数集时，可以把实数集 $\mathbf{R}$ 作为全集.

定义 6　设 U 为全集，A 为 U 的一个子集，由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 A 在 U 中的**补集**，记作 $\complement_U A$，即

$$\complement_U A=\{x\mid x\in U,\text{且 } x\notin A\}$$

记号“$\complement_U A$”读作“A 在 U 中的补集”.

A 在 U 中的补集如图 1－4 所示. 由定义 6 可知，对于任意集合，都有：

$A\cap\complement_U A=\varnothing$，$A\cup\complement_U A=U$，$\complement_U(\complement_U A)=A$