NEW 状元陪练

ZHUANGYUAN PEILIAN

九年义务教育四年制初中

根据最新版人教社教材编写

状元陪练

全国名校同步训练名题精编

初二几何（下）

孙润珠 主编

→点击学习要点

→荟萃经典习题

→拓宽知识视野

→强化素质能力

黑龙江少年儿童出版社

九年义务教育四年制初中

状元陪练

全国名校同步训练名题精编

初二几何（下）

孙润珠　主编

孙润珠　战利超　赵余龙
李　游　刘旭飞　关明智　编写

黑龙江少年儿童出版社

2006年·哈尔滨

丛书策划:于晓北　王朝晔　赵　力
刁小菊　张立新
责任编辑:杨　柳　顾吉霞

《状元陪练》四年制(初二几何)编委会

主　　编:孙润珠
副 主 编:战利超
编　　委:孙润珠　战利超　赵余龙　李　游　刘旭飞
关明智　刘继元

九年义务教育四年制初中
状 元 陪 练
初二几何(下)
孙润珠　主编
孙润珠　战利超　赵余龙
李　游　刘旭飞　关明智　编写

黑龙江少年儿童出版社出版
黑龙江省新华书店发行
绥化市印刷厂印装

开本:787 毫米×1092 毫米　1/16　印张:20　字数:400 000
2004 年 1 月第 2 版　2006 年 1 月第 3 次印刷
ISBN 7-5319-2049-2
G·1415　定价:23.60 元(共 4 册)

出 版 说 明

为使广大学生走出茫茫题海，获得名列前茅的好成绩，我们根据大多数状元学生的成功经验之一——精选名题练习，特邀请富有经验的一线著名教师，编写了这套名为《状元陪练——全国名校同步训练名题精编》的高质量教学辅导用书。该丛书完全符合教育部关于课程改革的最新精神及素质教育的要求，与2006年新版教材同步，展示了全国多所名校著名教师教学新成果。

栏目介绍：

点击重点难点——根据教学要求，由名师就教材各个章、节知识点进行提示性讲解。

攻难解疑示例——结合例题，帮助学生掌握突破难点的思路和科学的解题方法。

课课达标◇状元陪练——博采众长，精选名题，与现行教材进行同步训练。

强化素质◇期中测试　提高素质◇期末评估——紧密贴近中考的要求，采取梯级拔高的形式，强化学生归纳、概括、运用知识的能力，增加跨学科知识的交叉渗透，提高学生创新能力。

中考权威预测——结合新的考试标准，贴近中考命题方向，帮助学生提高对中考的适应能力。

衷心期望《状元陪练》使更多的学生成为“状元”，也恳请广大读者在使用本丛书过程中，及时向我们提出宝贵意见和建议，以便修订再版时及时予以改正和提高。

《状元陪练》丛书编委会

2006年1月

☺ 把优异的成绩告诉父母

☺ 把发现的错误和建议寄给我们

《状元陪练》丛书读者意见反馈表

科别、册次：		
页码	正、倒行	错误及疑问
建议		
通信地址、姓名		

黑龙江少年儿童出版社：哈尔滨市南岗区宣庆小区8号楼　邮编：150008　张立新　收

目录

第三章　三角形(一) ………………… (1)
一　三角形 ……………………… (1)
3.1　关于三角形的一些概念 ……………………… (1)
点击重点难点 …………… (1)
攻难解疑示例 …………… (1)
课课达标◇状元陪练 …… (1)
3.2　三角形三条边的关系 …… (4)
点击重点难点 …………… (4)
攻难解疑示例 …………… (4)
课课达标◇状元陪练 …… (4)
3.3　三角形的内角和 ………… (7)
点击重点难点 …………… (7)
攻难解疑示例 …………… (7)
课课达标◇状元陪练 …… (8)
二　全等三角形 ………………… (11)
3.4　全等三角形 ……………… (11)
点击重点难点 …………… (11)
攻难解疑示例 …………… (11)
课课达标◇状元陪练 …… (12)
3.5　三角形全等的判定(一) ……………………… (15)
点击重点难点 …………… (15)
攻难解疑示例 …………… (15)
课课达标◇状元陪练 …… (16)
3.6　三角形全等的判定(二) ……………………… (21)
点击重点难点 …………… (21)
攻难解疑示例 …………… (21)
课课达标◇状元陪练 …… (23)
3.7　三角形全等的判定(三) ……………………… (28)
点击重点难点 …………… (28)
攻难解疑示例 …………… (28)
课课达标◇状元陪练 …… (29)
3.8　直角三角形全等的判定 ……………………… (33)
点击重点难点 …………… (33)
攻难解疑示例 …………… (33)
课课达标◇状元陪练 …… (34)
3.9　角的平分线 ……………… (39)
点击重点难点 …………… (39)
攻难解疑示例 …………… (39)
课课达标◇状元陪练 …… (40)
三　尺规作图 …………………… (44)
3.10　基本作图 ……………… (44)
点击重点难点 ………… (44)
攻难解疑示例 ………… (44)
课课达标◇状元陪练…… (45)
3.11　作图题举例 …………… (47)
点击重点难点 ………… (47)
攻难解疑示例 ………… (47)
课课达标◇状元陪练…… (48)
强化素质　期中测试 ………………… (50)
提高素质　期末评估(一) …………… (53)
中考权威预测(一) ………………… (55)
提高素质　期末评估(二) …………… (57)
中考权威预测(二) ………………… (60)
参考答案 ……………………………… (62)

第三章 三角形(一)

一 三角形

3.1 关于三角形的一些概念

点击重点难点

重点

三角形的中线,高线,角平分线的概念及画法.

难点

三角形的三条高线的位置.

攻难解疑示例

例1 如图3.1-1,图中共有三角形的个数是( ).

A.4 B.5
C.6 D.8

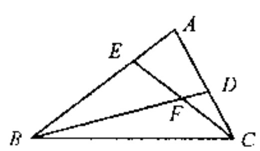

图3.1-1

点拨思路

在保证不重复的前提下,以 BC 为边的三角形有$\triangle ABC$,$\triangle BEC$,$\triangle BDC$,$\triangle BFC$共4个;以 AB 为边的三角形有$\triangle ABD$,1个;以 AC 为边的三角形有$\triangle ACE$,1个;还有$\triangle BEF$,1个;$\triangle DFC$,1个,共有$4+1+1+1+1=8$(个).

答案 选D.

例2 如图3.1-2中,(1)AD是$\triangle ABC$中$\angle BAC$的平分线,则$\angle$_____ $=\angle$_____ $=\frac{1}{2}$_____.

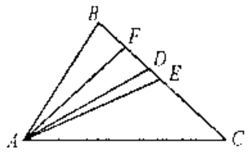

图3.1-2

(2)AE是$\triangle ABC$的中线,则_____ $=$_____ $=\frac{1}{2}$_____.

(3)AF是$\triangle ABC$的高线,则$\angle$_____ $=\angle$_____ $=$_____ $90°$.

点拨思路

理解三角形的角平分线,中线,高线这三条重要线段的定义.

答案

(1)$\angle BAD=\angle DAC=\frac{1}{2}\angle BAC$.

(2)$BE=EC=\frac{1}{2}BC$.

(3)$\angle AFB=\angle AFC=90°$.

例3 如图3.1-3,$AD\perp BC$于D,$BE\perp AC$于E,$GA\perp AC$于A,$CF\perp AB$于F,则$\triangle ABC$中AC边上的高为( )

A.AD B.GA
C.BE D.CF

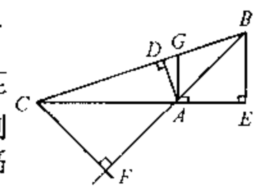

图3.1-3

点拨思路

$\triangle ABC$为钝角三角形,故它必有两条高线的垂足落在夹钝角的两边的延长线上,即在$\triangle ABC$外,故AC边上的高必在CA的延长线上为BE.

答案 选C.

课课达标◇状元陪练

一、判断题

1. 直角三角形的三条高线的交点是直角的顶点( )

2. 三角形的任意顶点和对边中点的连

线叫三角形的中线(　　)

3. 如图3.1－4，E是BC的中点，则线段FE为$\triangle ABC$的中线(　　)

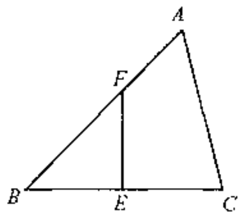

图3.1－4

4. 三角形内角的平分线叫三角形的角平分线(　　)

5. 钝角三角形的三条高线，有一条高在其内部，另两条高在其外部(　　)

6. 如图3.1－5，$AC\perp BC$，$CD\perp AB$，$DE\perp BC$，则$\triangle ABE$中，DE是BE边上的高(　　)

7. 如图3.1－6，BM是$\triangle ABC$的中线，$AB=5$，$BC=3$，则$\triangle ABM$与$\triangle BCM$的周长相差2(　　)

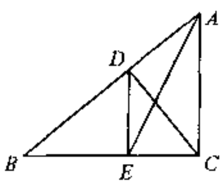

图3.1－5

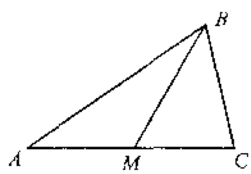

图3.1－6

8. 三角形的三条中线的交点必在内部(　　)

9. 三角形的三条内角平分线必交于一点(　　)

10. 如图3.1－7，$AD\parallel BC$，图中面积相等的三角形有3对(　　)

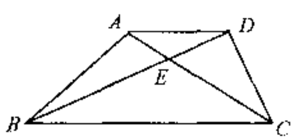

图3.1－7

二、选择题

1. 下列说法正确的是(　　).

A. 三条线段能组成三角形

B. 三角形被一条中线分成的两个三角形的周长相等

C. 三角形被一条高线分成的两个三角形的面积相等

D. 三角形被一条中线分成的两个三角形的面积相等

2. 下列说法中可以形成射线的是(　　).

A. 三角形的任一边

B. 三角形的中线

C. 三角形的一个内角的平分线

D. 三角形的角平分线

3. 如图3.1－8中，以$\angle B$为内角的三角形有(　　).

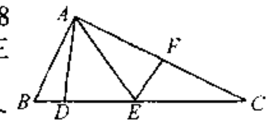

图3.1－8

A.2个　　B.3个

C.4个　　D.5个

4. 下列说法中不正确的是(　　).

A. 直角三角形只有一条高线

B. $\triangle ABC$的中线BD平分边AC

C. $\triangle DEF$的角平分线DM平分$\angle EDF$

D. $\triangle PQR$的高$QE\perp PR$

5. 三角形的高线是一条(　　).

A. 射线　　B. 直线

C. 垂线段　　D. 垂线

6. 如图3.1－9，$\triangle ABD$中，$\angle B$所对的边是(　　).

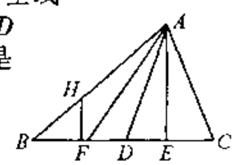

图3.1－9

A. HF　　B. AF

C. AD　　D. AC

7. 若BD、CE是$\triangle ABC$的两条高，且$BD>CE$，那么正确的是(　　).

A. $AC>AB$　　B. $AC<AB$

C. $AC=AB$　　D. 以上都成立

8. 已知三角形的周长为30cm，其中有两条边都是第三边的2倍，则这个三角形的最短边的长为(　　).

A. 5cm　B. 6cm　C. 7cm　D. 8cm

9. 如图3.1－10，在$\triangle ABC$中，$AE=CE$，$BD=\frac{1}{2}BC$，AD、BE相交于O，连CO并延长交AB于F，则AB边上的中线为(　　).

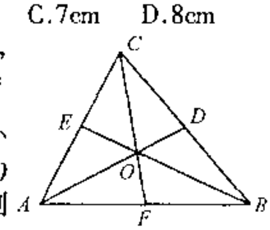

图3.1－10

A. AD　B. OD　C. CF　D. BE

10. 下列说法不正确的是(　　).

A. 三角形的中线在三角形的内部

B. 三角形的高线在三角形的内部

C. 三角形的角平分线在三角形的内部

D. 三角形必有一条高线在三角形内部

三、填空题

1. $\triangle ABC$的三边$a=4.8$cm，$b=2a$，b比c大1.9cm，则$\triangle ABC$的周长为________.

2. 在三角形中,连接一个顶点和______的线段叫三角形的中线.

3.$\triangle ABC$ 的角平分线 AE 平分______, BF 平分______.

4.$\triangle ABC$ 中高 $AD=5\text{cm}$,面积不大于 10cm^2,则边 BC 的长的取值范围为______.

5. 如果一个三角形的三条高线的交点恰恰是一角的顶点,那么这个三角形是______三角形.

6. 如图 3.1-11,以 AC 为边的三角形有______.

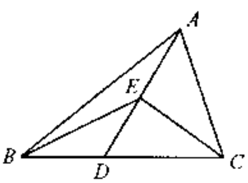

图 3.1-11

7. 等腰三角形的边长是 4cm 和 5cm,它的周长为______.

8. 若一个三角形的面积为 48cm^2,一条边长为 12cm,则这条边上的高为______.

9. 如图 3.1-12,已知 $AB\perp AC$ 于 A,则 AB 是 $\triangle ABC$ 的______边上的高,也是 $\triangle BCD$ 的______边上的高.

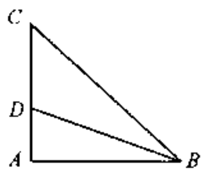

图 3.1-12

10. $\triangle ABC$ 的周长为 8.4cm, a、b、c 为三边长,且 $a+\frac{1}{6}b=c$; $a:c=7:8$,则 $a=$______ $b=$______ $c=$______.

四、解答题

1. 如图 3.1-13, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, AB 与 AC 的差是 3cm,求 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 的周长差.

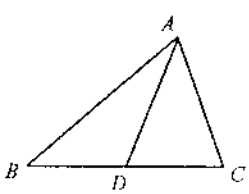

图 3.1-13

2. 如图 3.1-14,若 $CD\perp AD$ 于 D, CD 的长为 4cm; $S_{\triangle CDB}=12\text{cm}^2$, $AD=16\text{cm}$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

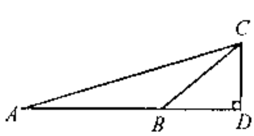

图 3.1-14

3. 已知 a、b、c 分别为 $\triangle ABC$ 的三边长, $\triangle ABC$ 的周长为 24cm, $c-a=4\text{cm}$, $c+a=2b$,求 a、b、c.

4.$\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,周长 16cm, AC 边上的中线 BD 把 $\triangle ABC$ 分成周长差为 2cm 的两个三角形,求 $\triangle ABC$ 各边的长.

5. 如图 3.1-15, $\triangle ABC$ 中, $BC=a$, $a=6$, $AC=b$, $b=5$, b 边上的高 $h=3$,求 a 边上的高 k.

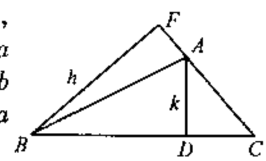

图 3.1-15

五、作图题

1. 画 $\triangle ABC$,使 $\angle ACB=90°$, $AC=3\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$,并量出 AB 的长(精确到 0.1cm).

2. 画 $\triangle ABC$,使 $BC=4\text{cm}$, BC 边上的高 $AD=2\text{cm}$.(画出一个即可)

3. 已知钝角 $\triangle ABC$,分别画出它的三条高线.

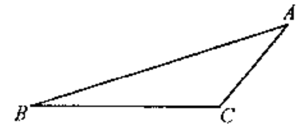

图 3.1-16

4. 画出 $\triangle ABC$ 的高线、中线、角平分线,并验证它们各自是否必交一点?

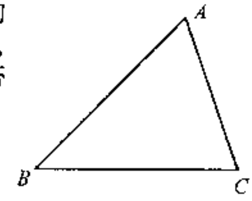

图 3.1-17

3.2 三角形三条边的关系

点击重点难点

重点

三角形的两边之和大于第三边;三角形的两边之差小于第三边,对这一定理的理解.

难点

掌握和运用三角形的三边关系定理及推论.

攻难解疑示例

例1 现有两根木条的长分别是3cm和7cm,要选第三根木条钉成三角形,如果使第三根木条的长为奇数,那么第三根木条的长度有几种选择?

点拨思路

据三角形的三边关系定理及推论知,第三根木条的长的取值范围既要小于已有的木条长度之和,又要大于已有的两根木条的长度差,再在这一范围挑选出奇数长度即可得出几种选择方式了.

答案

解:可设第三根木条长为 $x$cm

$\therefore 7-3<x<7+3$

即:$4<x<10$

$\because 4\sim10$之间的奇数有5,7,9

$\therefore$第三根木条长度有三种选择方法:

即为5cm长,7cm长或9cm长.

例2 一个等腰三角形的周长为18cm

(1)已知腰长是底边的2倍,求各边长.

(2)已知其中一边的长为4cm,求其他两边的长.

点拨思路

利用等腰三角形两腰相等的特点可建立一元一次方程,在(2)中应考虑"三角形的两边之和必大于第三边"的性质,4cm的边只能是底边的长,而不可作为腰的长.

答案

(1)设底边长为 $x$cm,则腰长为 $2x$cm

据题意:$x+2x+2x=18$

$x=3.6$

$2x=2\times3.6=7.2$

$\therefore$三边长分别为:3.6cm,7.2cm,7.2cm

(2)分两种情况:①先设底长为4cm,腰长为 $x$cm.

据题意:$4+2x=18$

$x=7$

②以4cm长为腰,底边为 $x$cm.

据题意:$x+2\times4=18$

$x=10$

$\because 4+4<10$,即两边之和小于第三边,故以4cm长为腰,组不成三角形.

$\therefore$这个三角形的其他两边之长都是7cm.

例3 如图3.2-1,$\triangle ABC$中,$AB=BC=AC$,P为$\triangle ABC$内任一点.求证:$PA+PB+PC>\frac{3}{2}AB$.

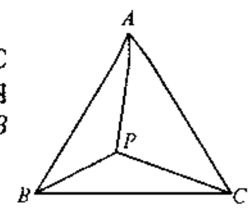

图3.2-1

点拨思路

欲证明三角形中线段的和的不等关系,一般情况下是应用三角形的三边关系定理,建立起几个同向不等式相加而成.

答案

证明:在$\triangle ABP$中,$PB+PA>AB$(三角形两边之和大于第三边),同理在$\triangle PBC$中$PB+PC>BC$.在$\triangle PCA$中$PA+PC>AC$

$\therefore PA+PB+PB+PC+PA+PC>AB+BC+AC$

$\because$在$\triangle ABC$中 $AB=AC=BC$

$\therefore AB+AC+BC=3AB$

$\therefore 2(PA+PB+PC)>3AB$

即 $PA+PB+PC>\frac{3}{2}AB$

课课达标◇状元陪练

一、选择题

1.$\triangle ABC$的边长分别为a、b、c,且$(a+$

$b-c)(a-b)=0$,则△ABC 是(　　).

A. 任意三角形　　B. 等边三角形

C. 等腰三角形　　D. 不等边三角形

2. 有四根长度分别是 6cm、5cm、4cm、1cm 的木棒,则可选其中任意三根组成三角形的方法有几种(　　).

A.4　　B.3　　C.2　　D.1

3. 等腰三角形一腰上的中线把周长分成了 12cm 和 15cm,则等腰三角形的腰长为(　　).

A.10cm　　B.8cm

C.9cm　　D.10cm 或 8cm

4. 已知等腰三角形的周长为 24cm,一边长为 4cm,则另一边长为(　　).

A.10cm　　B.16cm

C.10cm 或 16cm　　D. 无法确定

5. 有三条线段分别是 a、b、c,若线段 $a+b+c$、$a+b-c$、$a+c-b$ 能组成三角形,则定有(　　).

A.$b>a+c$　　B.$c>a+b$

C.$a>b+c$　　D.$a>b-c$

6. 已知三角形的三边分别是 $3a$、$4a$、14,则 a 的取值范围是(　　).

A.$2<a<14$　　B.$a>2$

C.$a<14$　　D.$a>0$

7. 等腰三角形的腰长为 5cm,周长 m 的取值范围是(　　).

A.$m>10$　　B.$m<10$

C.$m<20$　　D.$10<m<20$

8. 一个三角形的两边长分别是 3cm 和 6cm,第三边的长为奇数,那么第三边的长是(　　).

A.5cm 或 7cm　　B.7cm 或 9cm

C.3cm 或 5cm　　D.9cm

9.△ABC 的三边分别为 a、b、c,且 $a^2-bc=a(b-c)$,则这个三角形一定是(　　).

A. 三边不相等的三角形

B. 等边三角形

C. 等腰三角形

D. 不可确定

10. 已知三点 E、F、D 不在同一条直线上,且 $EF=4$cm,$FD=3$cm.若 E、D 两点的距离为 m,那么 m 的取值范围是(　　).

A.$5\leqslant m<7$　　B.$1<m\leqslant5$

C.$m=5$　　D.$1<m<7$

11. 如果三角形的三边长分别是 $m-1$、m、$m+1$,则 m 的取值范围是(　　).

A.$m>0$　　B.$0<m<1$

C.$m>2$　　D.$1<m<2$

12. 若一个三角形的三边长满足关系式:$a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc=0$.则这个三角形必是(　　).

A. 等边三角形　　B. 等腰三角形

C. 直角三角形　　D. 钝角三角形

13. 下列各题中,给出的三条线段,不能组成三角形的是(　　).

A.3mm,8mm,10mm

B. 三边之比为 4:6:10

C.$a=2m$　$b=3m$　$c=5m-1(m>1)$

D.$c+1,c+2,c+3\ (c>0)$

14. 三角形三边长都是整数,并且惟一最长的边是 7,这样的三角形共有(　　).

A.9 种　　B.8 种　　C.7 种　　D.6 种

15. 三角形两边为 a、$b(a>b)$,周长为 p,则下列结论正确的是(　　).

A.$3a<p<3b$　　B.$2a<p<2a+2b$

C.$2a+b<p<a+2b$D. 以上都不对

二、填空题

1.△ABC 中,$AB=9$,$BC=2$,且 AC 为奇数,那么△ABC 的周长是________.

2. 三角形的两边之长分别是 $x$cm 和 2cm,第三边的长为 7cm,则 x 的范围是________.

3. 边长为 5cm 和 9cm 的等腰三角形的周长是________.

4. 已知三角形的三边为整数 a、b、c,并且 $a\leqslant b\leqslant c$,当 $b=4$ 时,满足条件的三角形有________个,其中等腰三角形有________个,等边三角形有________个.

5.△ABC 中,$AB=6$,$AC=4$,那么 BC 边上的中线 AD 的取值范围________.

6. 等腰三角形的腰长为 4,则底边 a 的取值范围是________.

7. 三角形三条边的长度是三个连续自然数,且三角形的周长为 18,则这个三角形三条边长分别为________.

8. 三角形的周长为 22cm,最长边等于最短边的 2 倍,另一边比最短边多 2cm,则这个三角形中最短边的长度为________.

9. 三角形按边关系可分为________三角形和________三角形,其中________三角形又可分为________三角形和________三角

形.

10. 如图 3.2-2，$\triangle ABC$ 是等边三角形，D 是 AC 上一点，$\triangle ABD$ 的周长比 $\triangle BCD$ 的周长多 2cm，$\triangle ABC$ 的周长为 18cm，则 AD = ________，DC = ________.

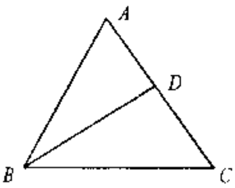
图 3.2-2

11. 三角形中有一条边比第二条边长 3cm，这条边又比第三条边短 4cm，这个三角形的周长为 28cm，则这个三角形的最短边的长度是________.

12. 要使线段 $a+1$、$a-1$、$4a-3$，首尾顺次相接组成三角形则 a 的取值范围是________.

13. 不等边三角形的三边长分别是整数 a、b、c，且满足 $a^2+b^2-6a-4b+13=0$，则 c = ________.

14. 等腰三角形底边长为 5cm，一腰上的中线把三角形的周长分为两部分，其差为 3cm，则腰长为________.

15. 各边长均为整数的不等边三角形的周长等于 13，这样的三角形有________.

三、解答题

1. 已知三角形三边长分别为 3、$1+2a$、8、求 a 的取值范围.

2. 一个三角形的周长为 45mm，三边之比为 $a:b:c=2:3:4$，求 a、b、c 的长.

3. 已知等腰三角形的一边长为 10cm，求它的另一边长的取值范围.

4. 已知 $\triangle ABC$ 中，$AB=7$，$BC:AC=4:3$，求这个三角形的周长的取值范围.

5. 三角形的三边长为 $x+6$、$2x$、x，求 x 的取值范围.

6. 如图 3.2-3，$\triangle ABC$ 中，D 是 AB 边上任一点. 求证：(1) $AB+BC+AC>2CD$ (2) $AB+2CD>AC+BC$.

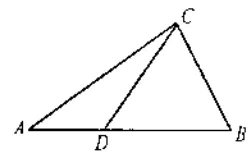
图 3.2-3

7. 如图 3.2-4，在四边形 $ABCD$ 中，AC 和 BD 相交于. 求证：$\frac{1}{2}(AB+BC+CD+DA)<AC+BD<AB+BC+CD+DA$.

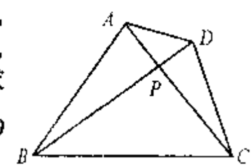
图 3.2-4

8. 若 $\triangle ABC$ 的三边长为 a、b、c，且满足式子 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ac$. 求证：$\triangle ABC$ 为等边三角形.

9. 如图 3.2-5，P 为 $\triangle ABC$ 内一点. 求证：

(1) $AB+AC>PB+PC$.

(2) $\frac{1}{2}(AB+AC+BC)<PA+PB+PC<AB+AC+BC$.

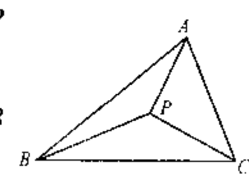
图 3.2-5

10. 如图 3.2-6，D，E 为 $\triangle ABC$ 内任意

两点.求证：$DB+DE+CE<AB+AC$.

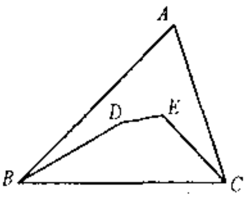

图 3.2－6

11. 如图 3.2－7，已知 AC 是四边形 $ABCD$ 的对角线.求证：$AC<\frac{1}{2}(AB+BC+CD+AD)$

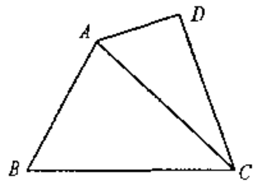

图 3.2－7

12. 已知△ABC 的三边长为 a、b、c.

求证：$a^4+b^4+c^4>2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2$

13. 如图 3.2－8，D 为△ABC 内任一点.

求证：$AB+AC>DB+DC$

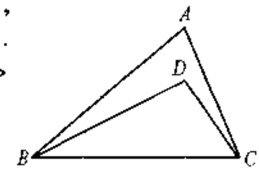

图 3.2－8

14. 如图 3.2－9，M 是等边△ABC 的边 BC 上一点.

求证：$AM<\frac{3}{2}AB$.

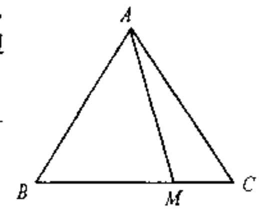

图 3.2－9

15. 若三角形的三边都是正整数，一边长为 4，但它不是最短边，求所有满足条件的三角形.

3.3 三角形的内角和

点击重点难点

重点

三角形的内角和定理及其推论，按角分类三角形.

难点

三角形内角和定理及推论的灵活应用.

攻难解疑示例

例 1 如图 3.3－1，已知一直线分别交△ABC 的边 AB、AC 于 D、E，交 BC 的延长线于 F，$\angle B=67°$，$\angle ACB=74°$，$\angle AED=48°$，求$\angle BDF$ 的度数.

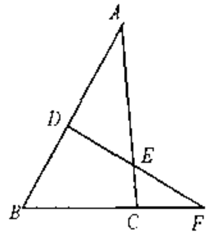

图 3.3－1

点拨思路

欲求$\angle BDF$ 的度数，应从三角形内角和定理及其推论出发，将$\angle BDF$ 看作△BDF 的一个内角，则$\angle BDF=180°-\angle B-\angle F$，这样只需求出$\angle F$ 即可.而$\angle F$ 是△ECF 的内角，$\angle ACB$ 是△ECF 的一个外角，且已知$\angle ACB$ 的度数和$\angle CEF$ 的对顶角的度数，则可据$\angle F=\angle ACF-\angle CEF$ 求出$\angle F$，问题便解决了.

答案

$\angle BDF=87°$

解法(1) ∵$\angle CEF=\angle DEA=48°$

又∵$\angle BCE=\angle CEF+\angle F$(三角形一个外角等于和它不相邻的两个内角的和)

∴$\angle F=\angle BCE-\angle CEF=74°-48°=26°$

∵$\angle BDF=180°-\angle B-\angle F=180°-67°-26°=87°$

解法(2)$\because \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle ACB$(三角形内角和定理)

$\therefore \angle A = 180^\circ - 67^\circ - 74^\circ = 39^\circ$

$\because \angle BDF = \angle A + \angle AED$(三角形外角等于与它不相邻的两个内角的和)

$\therefore \angle BDF = 39^\circ + 48^\circ = 87^\circ$

例 2 如图 3.3－2.求证$\angle A + \angle B + \angle C = \angle BDC$.

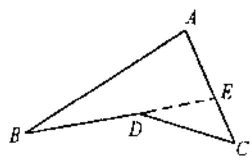

图 3.3－2

点拨思路

这是一个凹四边形,目前只能想到将它改变成三角形的形状才可利用三角形内角和定理的推论求之,易看出延长 BD 交 AC 于 E,则将一个凹四边形分成了两个三角形,据三角形内角和定理的推论证明之.

答案

$\because \angle DEC = \angle A + \angle B$

又$\because \angle BDC = \angle DEC + \angle C = \angle A + \angle B + \angle C$

即$\angle BDC = \angle A + \angle B + \angle C$

例 3 如图 3.3－3,BE 是$\triangle ABC$ 的外角$\angle ABM$ 的平分线.BE 交 CA 的延长线于 E.

求证:$\angle BAC > \angle C$.

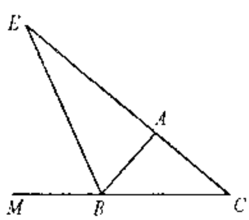

图 3.3－3

点拨思路

欲证$\angle BAC > \angle C$,可考虑$\angle BAC$ 是$\triangle ABE$ 的一个外角,故$\angle BAC > \angle EBA$,而 BE 平分$\angle ABM$,故$\angle BAC > \angle EBM$,而$\angle EBM$ 又是$\triangle EBC$ 的外角,故$\angle EBM > \angle C$ $\therefore \angle BAC > \angle C$.

答案

$\because \angle BAC > \angle ABE$(三角形外角大于与它不相邻的内角) 又$\because BE$ 平分$\angle ABM$(已知) $\therefore \angle ABE = \angle EBM$ $\therefore \angle BAC > \angle EBM$ 而$\angle EBM > \angle C$(三角形外角大于与它不相邻的内角) $\therefore \angle BAC > \angle C$

课课达标◇状元陪练

一、判断题

1. 三角形的一个外角大于三角形的一个内角(　　)

2. 三角形的一个外角总等于两个内角的和(　　)

3. 三角形按角分类为三类:直角三角形,锐角三角形,钝角三角形(　　)

4. 三角形的外角之和等于 360°(　　)

5. $\triangle ABC$ 中若有两个角都等于第三个角的 2 倍,那么这个三角形中最小的角为 36°(　　)

6. 直角三角形的两锐角平分线相交成的锐角度数是 45°(　　)

7. 如果一个三角形的两个内角的外角各等于 130°,那么这个三角形第三个内角为 80°(　　)

8. 一个三角形的三个内角中至多有一个钝角或至多有一个直角(　　)

9. 国旗上的五角星的五个角之和为 180°(　　)

10. 在$\triangle ABC$ 中,$\angle A = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{3}\angle C$,则$\angle A = 90^\circ$,$\angle B = 60^\circ$,$\angle C = 30^\circ$(　　)

二、选择题

1. 在锐角三角形中,任意两角之和必大于(　　).

A. 90°　B. 100°　C. 120°　D. 150°

2. 三角形的一个外角小于和它相邻的内角,这个三角形为(　　).

A. 直角三角形　B. 钝角三角形

C. 锐角三角形　D. 锐角或钝角三角形

3. 下列说法中正确的是(　　).

A. 钝角三角形一定不是等腰三角形

B. 等边三角形一定不是钝角三角形

C. 直角三角形一定不是等腰三角形

D. 等腰三角形一定是锐角三角形

4. 三角形的三个内角的比为 1:2:2,则这个三角形的三个内角的度数分别为(　　).

A. $18^\circ,18^\circ,36^\circ$　B. $36^\circ,72^\circ,72^\circ$

C. $36^\circ,36^\circ,72^\circ$　D. $18^\circ,36^\circ,36^\circ$

5. 在一个三角形的三个内角中,至少有锐角的个数是(　　).

A.0　B.1　C.2　D.3

6. 如图 3.3－4，若 $l_1 \parallel l_2$，下列式子中等于 $180°$ 的是（　　）.

A.$\alpha+\beta+\gamma$

B.$\alpha+\beta-\gamma$

C.$\gamma-\alpha+\beta$

D.$\alpha-\beta+\gamma$

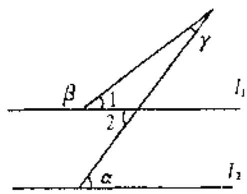

图 3.3－4

7. 如图 3.3－5，AD 是 $\angle CAB$ 的平分线，$\angle B=30°$，$\angle CAE=65°$，则 $\angle ADC$ 度数是（　　）.

A.50°　B.65°

C.87.5°　D.95°

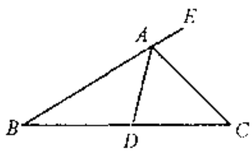

图 3.3－5

8. 三角形中最大的内角不能小于（　　）.

A.60°　B.90°　C.30°　D.45°

9.$\triangle ABC$ 的 $\angle B$，$\angle C$ 的平分线交于 D，则 $\angle BDC$ 等于（　　）.

A. $\frac{1}{2}(90°-\angle A)$　　B.$90°-\angle A$

C. $\frac{1}{2}(180°+\angle A)$　　D.$180°-\angle A$

10.$\triangle ABC$ 中，$\angle A=\angle ACB$，$CE\perp AB$ 的延长线于 E，CF 平分 $\angle BCA$，$\angle FCE=42°$，则 $\angle ABC$ 的度数为（　　）.

A.30°　B.116°　C.28°　D.31°

三、填空题

1.$\triangle ABC$ 中，$\angle A=50°$，$\angle B=60°$，CD 平分 $\angle ACB$，则 $\angle ACD=$________.

2. 等腰 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=100°$，则 $\angle B=$________.

3. 三角形的两个角分别是 44°和 56°，则第三个角的平分线和它的对边上的高的夹角为________.

4. 若一个三角形的一个外角为 46°，则这个三角形是________三角形.

5. 若三角形的三个外角度数之比为 2:3:4，则此三角形的形状为________.

6.$\triangle ABC$ 中，$\angle B=40°$，$\angle C=60°$，$\angle B$ 与 $\angle C$ 的平分线相交于一点 O，则 $\angle BOC=$________.

7. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$CD\perp AB$ 于 D，$\angle B=65°$，则 $\angle DCA=$________.

8. 三角形的一个内角平分线与它的外角平分线的位置关系是________.

9.$\triangle ABC$ 中，$\angle A=50°$，则 $\angle B$ 与 $\angle C$ 的外角平分线的交角为________.

10. 如图 3.3－6，$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，$\angle C=2\angle B$，$AD\perp BC$ 于 D，则 $\angle CAD=$________.

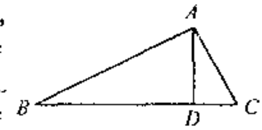

图 3.3－6

四、解答题

1. 如图 3.3－7. 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. $\angle ADC=\angle ACD=65°$，求 $\angle B$，$\angle BAC$ 的度数.

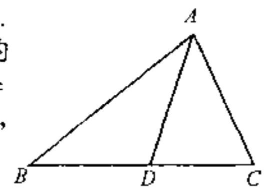

图 3.3－7

2. 已知 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{3}\angle C$，求 $\triangle ABC$ 的三个内角的度数.

3. 如图 3.3－8，P 是 $\triangle ABC$ 内的一点.

求证：$\angle BPC>\angle A$.

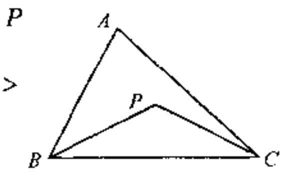

图 3.3－8

4. 已知 $\angle A=3$，$\angle B=6\angle C$，求此三角形三个内角.

5. 四边形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，连 BD. 若 $\angle ABD=30°$，$\angle ADB=50°$，求 $\angle C$ 的度数.

6. $\triangle ABC$ 中，$\angle A=100°$，$\angle B=\angle C+20°$，求 $\angle C$ 的度数.

7. $\triangle ABC$ 的高 AD，BE 相交于 F，$\angle BAC=48^\circ$，$\angle C=62^\circ$，求 $\angle AFE$ 的度数.

8. 如图 3.3－9，在 $\triangle ABC$ 中，AD 是角平分线，E 是 AD 上一点，$EF\perp BC$ 于 F. 求证：$\angle DEF=\frac{1}{2}(\angle C-\angle B)$.

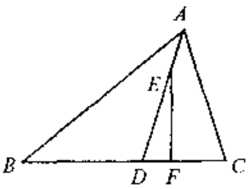

图 3.3－9

9. 如图 3.3－10，已知 $\triangle ABC$ 的两个外角 $\angle MAC$ 和 $\angle NCA$ 的平分线 AE、CE 相交于 E；F 是 CB 延长线上一点. 求证：$\angle ABF=2\angle E$.

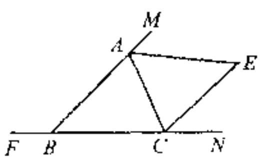

图 3.3－10

10. 如图 3.3－11，CE 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线，CE 交 $\angle B$ 的平分线于 E，若 $\angle A=48^\circ$，求 $\angle E$ 的度数.

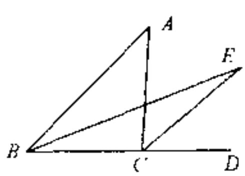

图 3.3－11

11. 如图 3.3－12，平面上有五个点 A、B、C、D、E 连接这五个点形成图形，求 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$ 的度数.

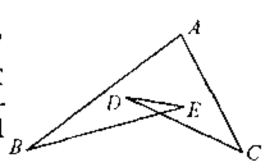

图 3.3－12

12. 如图 3.3－13，AD、AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高线和角平分线，$\angle B=70^\circ$，$\angle C=32^\circ$，求 $\angle EAD$ 的度数.

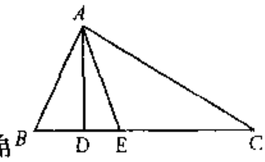

图 3.3－13

13. $\triangle ABC$ 中，角平分线 BD、CE 相交于 O，$\angle A=50^\circ$，求 $\angle BOC$ 的度数.

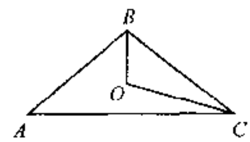

图 3.3－14

14. 如图 3.3－15，已知 $\angle B=45^\circ$，$\angle ECD=145^\circ$，EC 平分 $\angle ACB$，求 $\angle A$ 与 $\angle ACB$ 的度数.

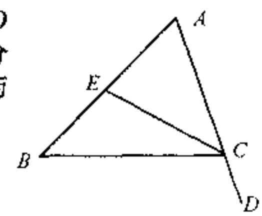

图 3.3－15

15. 如图 3.3－16，$\angle A=30^\circ$，$\angle B=40^\circ$，$\angle C=50^\circ$，求 $\angle BPC$ 的度数.

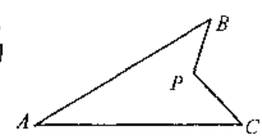

图 3.3－16

16. 如图 3.3－17，$\triangle ABC$ 的三条内角平分线 AD、BE、CF 相交于一点 O，$OM\perp BC$ 于 M. 求证：$\angle BOD=\angle COM$.

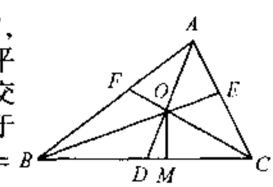

图 3.3－17

17. $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^\circ$，$AD\perp BC$ 于 D，E 是 AD 上一点，连 BE. 求证：$\angle BED>\angle C$.

18. 如图 3.3－18，AD 是 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的公共边. 求证：$\angle BDC=\angle B+\angle BAC$

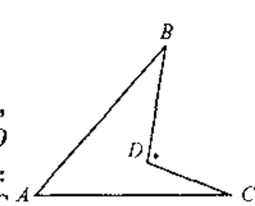

图 3.3－18

$+\angle C$.

19. 如图3.3－19，已知 D 是$\triangle ABC$的边 BC 延长线上一点，且 $DF\perp AB$ 于 F，$\angle A=40°$，$\angle D=25°$，求$\angle ECB$的度数.

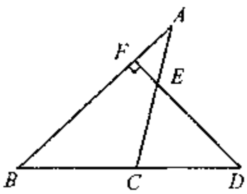

图3.3－19

20. 如图3.3－20，$\triangle ABC$ 中，AD 是$\angle BAC$的平分线，直线 $EK\perp AD$ 于 O，交 AB 于 E，交 AC 于 F，交 BC 的延长线于 K.

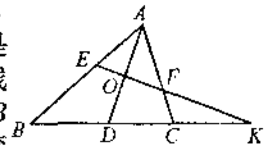

图3.3－20

求证：$\angle K=\frac{1}{2}(\angle ACB-\angle B)$.

二 全等三角形

3.4 全等三角形

点击重点难点

重点

全等三角形的对应边，对应角的准确判定和全等三角形的重要性质.

难点

全等三角形的对应边和对应角的确认规律.

攻难解疑示例

例1 写出下列两个全等三角形的对应边和对应角：

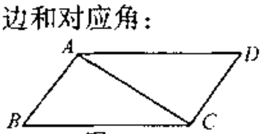

图3.4－1

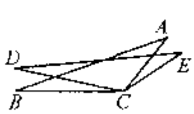

图3.4－2

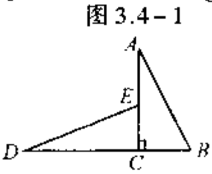

图3.4－3

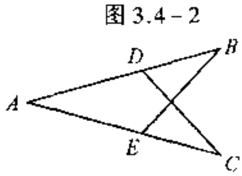

图3.4－4

点拨思路

有公共边的，公共边为对应边，有公共角的，公共角是对应角，有对顶角的，对顶角是对应角，最长(或最短)边是对应边. 也就是说，相等的角所对的边是对应边，相等的边所对的角是对应角.

答案

图3.4－1中，对应边：AD 与 CB，AB 与 CD，AC 与 CA

对应角：$\angle B$ 与$\angle D$，$\angle BAC$ 与$\angle DCA$，$\angle ACB$ 与$\angle CAD$.

图3.4－2中，对应边：AB 与 ED，AC 与 EC，BC 与 DC

对应角：$\angle D$ 与$\angle B$，$\angle E$ 与$\angle A$，$\angle ACB$ 与$\angle ECD$.

图3.4－3中，对应边：AB 与 DE，BC 与 EC，AC 与 DC

对应角：$\angle A$ 与$\angle D$，$\angle B$ 与$\angle DEC$，$\angle ACB$ 与$\angle DCE$.

图3.4－4中，对应边：AB 与 AC，AE 与 AD，BE 与 CD

对应角：$\angle A$ 与$\angle A$，$\angle B$ 与$\angle C$，$\angle AEB$ 与$\angle ADC$.

例 2 如图 3.4－5，$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，$\angle A = 40°$，$\angle B = 60°$，$BF = 4$. 求 $\angle DFE$ 与 EC 的长.

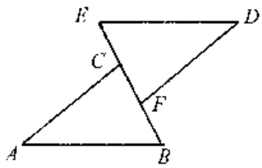

图 3.4－5

点拨思路

可据已知两个角的度数和三角形内角和定理求出第三个角的度数，也就求出了它的对应角的度数和对应边 EF 与 BC 相等，BF 为 4，则 CE 亦为 4.

答案

$\because \angle A = 40°, \angle B = 60°$(已知)

$\therefore \angle ACB = 180° - 40° - 60° = 80°$

又 $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$(已知)

$\therefore \angle ACF = \angle DFE$(全等三角形的对应角相等)

$\angle ACB = 80°$ $\therefore \angle DFE = 80°$

$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$

$\therefore BC = EF$(全等三角形的对应边等)

$\therefore BC - CF = EF - CF$. 即 $EC = FB = 4$.

例 3 如图 3.4－6，已知 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$，且 $\angle CAD = 10°$，$\angle DFB = 90°$，$\angle B = 25°$，求 $\angle E$ 和 $\angle DGB$ 的度数.

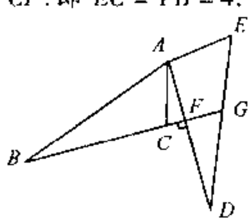

图 3.4－6

点拨思路

欲求 $\angle E$ 的度数，应分析出 $\angle E$ 所在的三角形与其全等的三角形中的对应角是 $\angle BAC$. 而 $\angle BAC$ 的度数可由 $Rt\triangle ABF$ 的锐角 $\angle BAF$ 减去 $\angle CAF$ 获得，$\angle E$ 的度数即可求出；$\angle DGB$ 是 $Rt\triangle DGF$ 中的锐角，只需求出 $\angle D$，而由 $\triangle ABC \cong \triangle EDA$ 可得 $\angle D = \angle B = 25°$，则 $\angle DCB$ 就可以求出了.

答案

解：$\because \angle DFB = \angle AFB = 90°, \angle B = 25°$(已知)

$\therefore \angle BAF = 90° - 25° = 65°$($Rt\triangle$的两个锐角互余)

又 $\because \angle CAD = 10°$(已知)

$\therefore \angle BAC = \angle BAF - \angle CAF = 65° - 10° = 55°$

又 $\because \triangle ABC \cong \triangle EDA$(已知)

$\therefore \angle E = \angle CAB$(全等三角形对应角相等)

即 $\angle E = 55°$

$\because \angle D = \angle B = 25°, \angle DCG = \angle DCB = 90°$

$\therefore \angle DGB = 90° - 25° = 65°$

课课达标◇状元陪练

一、选择题

1. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，若 $AB = EF$，$\angle B = \angle F$，$BC = FD$，则下列选项正确的是(　　).

A. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$　B. $\triangle ABC \cong \triangle EFD$

C. $\triangle ABC \cong \triangle FDE$　D. $\triangle ABC \cong \triangle DFE$

2. 下列说法中正确的是(　　).

A. 三个角都相等的三角形是全等三角形

B. 三个角都对应相等的三角形是全等三角形

C. 能够完全重合的两个三角形是全等三角形

D. 有两条边相等的三角形是全等三角形

3. 如图 3.4－7，$AD \perp BC$，D 为 BC 中点，则错误的是(　　).

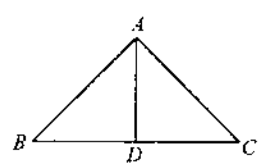

图 3.4－7

A. $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

B. $\angle B = \angle C$

C. AD 是角平分线

D. $\triangle ABC$ 是等边三角形

4. 下列说法中正确的个数是(　　).

(1)全等三角形的对应边相等

(2)全等三角形的对应角相等

(3)全等三角形的对应中线相等

(4)全等三角形的面积相等

A. 1 个　B. 2 个　C. 3 个　D. 4 个

5. 下列说法不成立的是(　　).

A. 两个全等形沿某一直线折叠可重合

B. 两个全等形的周长相等

C. 两个全等形的对应中线、对应高、对应角的平分线均相等

D. 两个全等形能够重合