

信息与电子学科百本精品教材工程

新编电气与电子信息类本科规划教材

DSP技术 与DSP芯片

范寿康 尹磊 曲丽荣 李进 编著

<http://www.phei.com.cn>



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

内 容 简 介

本书介绍了数字信号处理的基本概念与实现技术。全书分为三部分内容,第一部分是传统的数字信号处理知识,即从时域与频域两个角度来分析数字信号与数字系统,这部分内容力求从物理概念出发,尽可能地减少数学推导,降低课程学习的难度;第二部分是数字信号处理的实现技术,主要讨论 MATLAB 软件和 DSP 器件。书中不是简单地把这两部分内容叠加在一起,而是强调两者的结合——理论与实现技术的结合。MATLAB 和 DSP 器件的内容都是围绕数字信号处理这一主线展开的,书中除了介绍 MATLAB 软件的基本用法和 DSP 器件的组成、工作原理及开发技术外,重点讨论它们在数字信号处理中的运用、仿真、建模,以及如何实现一些常用算法。MATLAB 软件和 DSP 器件的有关章节都分别给出了较多的实验,使读者能够进一步明白学习数字信号处理理论的目的和如何将理论运用到实际中去。书中编写的实验可供教学参考。

本书可作为高等学校电类相关专业的教学用书,也可以作为科技工作者和 DSP 应用开发人员的工作参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

DSP 技术与 DSP 芯片/范寿康,尹磊,曲丽荣编著. —北京:电子工业出版社,2007.4

新编电气与电子信息类本科规划教材

ISBN 978-7-121-04019-1

I. D… II. ①范…②尹…③曲… III. 数字信号—信号处理—高等学校—教材 IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 037188 号

责任编辑:章海涛 特约编辑:姚晓竞

印 刷:北京季蜂印刷有限公司

装 订:三河市皇庄路通装订厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本:787×1092 1/16 印张:22 字数:560 千字

印 次:2007 年 4 月第 1 次印刷

印 数:5000 册 定价:29.00 元

凡购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系电话:(010)68279077;邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

前 言

随着计算机、半导体集成电路与信息技术的高速发展,数字信号处理(Digital Signal Processing, DSP)的理论与实现技术也获得极大的发展,并已经应用及渗透到许多重要学科和技术领域中。数字信号处理理论与技术的相关课程已成为电子信息、通信、自动控制、机电、生物工程等专业的必修课程,本教材就是为适应这种形势而编写的。

传统的数字信号处理教学大多着重于理论知识学习及公式推导,数学内容多,教学难度大,与实际结合不太紧密。在教学实验上最常用的就是 MATLAB 软件。MATLAB 软件能验证数字信号处理的理论及解决部分工程技术问题,但在实际数字信号处理技术中,常用的工具是数字信号处理器(Digital Signal Processor, DSP 器件),而大多数专业都不开设 DSP 器件课程,这样,学生仅学到数字信号处理的理论及 MATLAB 在数字信号处理中的应用,在实际工程中运用数字信号处理理论还是比较困难,本书试图把数字信号处理的基本理论概念与实现技术紧密结合起来,但书中不是简单地把两者叠加在一起,而是强调两者的结合——理论与实现的结合。在数字信号处理的实现方面,讨论了 MATLAB 和 DSP 器件,这两个内容都是围绕数字信号处理这一主线展开的,使学生能够进一步明白学习数字信号处理理论的目的和如何将理论运用到实际中去。

本书共分 8 章,分为三部分内容。

第一部分为第 1 章,本章内容复习及归纳“信号与系统”课程中连续信号和连续系统的相关知识。首先对模拟信号与线性时不变系统从时域和频域两个领域进行复习及归纳,然后讨论如何对连续时间信号进行数字化处理的方法。本章内容主要是为第 2、3、4 章中对离散信号及系统的讨论提供可供对比的思路及方法。

第二部分包括第 2、3、4 章,这部分内容介绍数字信号的原理及基础知识部分。编写本部分的思路是,力求从物理概念出发,尽可能地减少数学推导,降低课程的难度。其中,第 2 章从时域与频域两个角度讨论离散信号和离散系统,其内容与连续信号和连续系统相对应。第 3 章是在第 2 章的基础上进一步讨论从频域中分析数字信号和系统及快速算法。第 4 章讨论数字滤波器的实现。

本书的第 5、6、7、8 章是第三部分内容,主要讨论数字信号处理的实现技术。数字信号处理技术通常用两种方式实现,即软件方式和硬件方式。软件方式是指在通用计算机上按所确定的某一算法设计程序和编制相关软件来实现数字信号的处理,软件方式常使用的软件工具是 MATLAB 软件。第 5 章对 MATLAB 软件的功能及其在数字信号处理中的应用进行讨论,在其中除了介绍 MATLAB 的界面、语法、使用方法及常用的数字信号处理函数外,其特色是介绍了 MATLAB 在数字信号处理,特别是数字滤波器设计中的强有力工具——图形用户界面(Graphical User Interfaces, GUI)及仿真(Simulink)功能。使用 Simulink 可以更加方便地对系统进行可视化建模及仿真,使系统建模、仿真与工程尽可能结合起来。本章还给出了运用 MATLAB 的一些实验,实验中 Simulink 有关内容,如滤波器设计及分析工具(Filter Design and Analysis Tool, FDATool)和基于数字滤波器设计模块的滤波器设计技术占较大

比重。

用硬件方式实现数字信号处理,主要是介绍通用 DSP 器件的基本工作原理及开发技术。目前世界上生产 DSP 芯片的公司主要有 TI、Freescale、Technologies 和 AD 等公司,各公司的 DSP 器件都有其特色及运用领域,其中 TMS320 系列产品是 TI 公司的 DSP 产品。第 6 章介绍目前国内最为普及的 TI 公司产品 TMS320 系列,除讨论其结构、工作原理外,重点介绍该 DSP 的开发技术,以及开发软件 CCS 的功能与使用。Freescale 公司的核心产品单片机及 DSP 等各类处理器芯片在全球市场,尤其是汽车电子和通信类应用领域长期占有领先地位。第 7 章介绍 Freescale 公司的 DSP56800 系列产品工作原理、开发技术,重点介绍开发 CodeWarrior 软件和嵌入在 CodeWarrior 中的开发包 PE。DSP56800 系列芯片具有多种外围电路,适合于在多个领域中运用,但本教材主要讨论用 DSP 器件实现数字信号处理技术,所以 DSP56800 系列芯片的外围电路及使用不作为本书的重点。第 8 章讨论的是用 DSP 器件实现数字信号处理开发问题,着重讨论用 DSP 芯片实现 FFT 算法,用 DSP 器件实现 IIR、FIR,并给出了 DSP 器件的基本实验。

本书由三江学院范寿康担任主编,尹磊、曲丽荣、李进参加编写。其中,李进、范寿康编写第 1 章、第 2 章、第 3 章、第 4 章,曲丽荣编写第 5 章,尹磊编写第 6 章、第 7 章、第 8 章和附录,全书由范寿康统稿成书。

本书有配套的电子教案,各章习题均有电子稿参考答案,请登录到电子工业出版社的华信教育资源网(<http://www.huaxin.edu.cn> 或者 <http://www.hxedu.com.cn>),注册之后进行下载。

本书在编写过程中,始终得到校领导的指导和在实际工作中的关心、帮助,得到全系老师的大力支持、鼓励,在此编者向他们表示深切的谢意。

由于编者学识水平有限,编写的期限和时间也很紧,因此教材中错误及缺点在所难免,敬请读者批评指正。

编 者

目 录

第 1 章 连续信号与连续系统	1
1.1 连续时间信号分析	2
1.1.1 连续时间信号的时域分析	2
1.1.2 连续时间信号的频域分析	5
1.2 连续时间信号处理系统	9
1.2.1 线性时不变系统的时域分析	9
1.2.2 线性时不变系统的频域分析	10
1.2.3 用微分方程描述线性时不变系统	12
1.3 连续时间信号的数字化处理	13
1.3.1 连续时间信号的数字化处理	13
1.3.2 抽样定理	14
1.4 习题	18
第 2 章 离散信号与离散系统	19
2.1 离散信号(序列)与离散系统的时域分析	20
2.1.1 离散信号的产生及运算	20
2.1.2 线性时不变离散系统	28
2.1.3 线性时不变离散系统输入与输出的关系	31
2.1.4 用差分方程描述离散线性时不变系统	31
2.2 离散信号(序列)与离散系统的频域分析	34
2.2.1 序列的 Z 变换及 Z 反变换	34
2.2.2 序列的傅里叶变换	52
2.2.3 离散系统的传输函数及系统函数	57
2.3 习题	61
第 3 章 离散傅里叶变换与快速傅里叶变换	65
3.1 周期序列的离散傅里叶级数	66
3.1.1 周期序列	66
3.1.2 周期序列的离散傅里叶级数	66
3.2 有限长序列的离散傅里叶变换	69
3.2.1 离散傅里叶变换的定义	69
3.2.2 DFT 与 DFS 的关系	70
3.2.3 DFT 与 Z 变换、傅里叶变换的关系	71
3.2.4 DFT 的基本性质	71
3.2.5 DFT 的用途举例——用 DFT 计算线性卷积	75
3.2.6 频率域采样与恢复	80

3.3 快速傅里叶变换	81
3.3.1 DFT 的数学运算量及改进思路	82
3.3.2 基 2 按时间抽取的 FFT 算法(DIT-FFT)	83
3.3.3 基 2 按频率抽取的 FFT 算法	86
3.3.4 FFT 对 DFT 的数学运算量改进	89
3.4 习题	91
第 4 章 数字滤波器基础	93
4.1 数字滤波器概述	94
4.1.1 数字滤波器的技术指标	94
4.1.2 数字滤波器的分类	95
4.2 数字滤波器的网络结构	96
4.2.1 用信号流图表示数字滤波器	96
4.2.2 IIR 数字滤波器的网络结构	97
4.2.3 FIR 数字滤波器的网络结构	100
4.3 (IIR)数字滤波器	102
4.3.1 模拟滤波器设计简介	102
4.3.2 IIR 数字滤波器的设计——脉冲响应不变法	108
4.3.3 IIR 数字滤波器的设计——双线性变换法	112
4.4 (FIR)数字滤波器	116
4.4.1 FIR 滤波器的线性相位特性和幅度特性	117
4.4.2 FIR 数字滤波器的设计——窗函数法	120
4.4.3 FIR 数字滤波器的设计——频率采样法	127
4.5 习题	130
第 5 章 用 MATLAB 实现数字信号处理	133
5.1 MATLAB 7.0 简介	134
5.1.1 MATLAB 7.0 的工作环境	134
5.1.2 工具条与菜单	135
5.1.3 MATLAB 的指令窗	139
5.1.4 MATLAB 的指令历史窗	140
5.1.5 工作空间窗	141
5.1.6 当前路径窗	141
5.1.7 编辑/调试窗	141
5.2 MATLAB 7.0 的基本语法	143
5.2.1 数组和矩阵	143
5.2.2 逻辑判断与流程控制	145
5.2.3 基本绘图方法	146
5.3 MATLAB 在信号处理中常用的函数	149
5.3.1 典型离散信号	149
5.3.2 频率响应函数	152
5.3.3 快速傅里叶变换函数	153

5.3.4	卷积函数	155
5.3.5	滤波函数	155
5.3.6	Z域零、极点分析函数	156
5.3.7	IIR 数字滤波器设计函数	157
5.3.8	窗函数	159
5.3.9	FIR 数字滤波器设计函数	161
5.4	数字滤波器设计实例	162
5.4.1	用 MATLAB 设计 IIR 数字滤波器	162
5.4.2	用 MATLAB 设计 FIR 数字滤波器	164
5.5	图形用户界面简介	165
5.5.1	界面设计	166
5.5.2	设置控件属性	167
5.5.3	编写回调函数	168
5.5.4	运行 GUI	171
5.6	Simulink 仿真应用简介	171
5.6.1	Simulink 仿真入门	172
5.6.2	基于滤波器设计及分析工具的设计技术	176
5.6.3	基于数字滤波器设计模块的滤波器设计技术	177
5.7	运用 MATLAB 的基本实验	182
5.7.1	实验 1:MATLAB 语言上机操作实践(1)	182
5.7.2	实验 2:MATLAB 语言上机操作实践(2)	184
5.7.3	实验 3:MATLAB 和 Simulink 的简单应用(1)	186
5.7.4	实验 4:MATLAB 和 Simulink 的简单应用(2)	187
5.7.5	实验 5:IIR 数字滤波器的设计与实现	190
5.7.6	实验 6:FIR 数字滤波器的设计与实现	192
5.8	习题	194
第 6 章	TMS320C54x 系列 DSP 器件	197
6.1	TMS320C54x 系列 DSP 器件的结构	198
6.1.1	C54x 的内核结构	199
6.1.2	C54x 的存储器空间组织	204
6.1.3	C54x 的片内外设	205
6.1.4	C54x 的指令系统	206
6.2	C54x 系列 DSP 器件的开发软件 CCS	210
6.2.1	CCS 的安装与设置	210
6.2.2	CCS 集成开发环境的窗口、主菜单和工具条的介绍	213
6.2.3	CCS 集成开发环境组件及功能	222
6.3	C54x 系列 DSP 的软件开发	225
6.3.1	CCS 的 C 语言调试实例	226
6.3.2	中断函数	233
6.3.3	使用链接文件配置存储器	236

6.3.4 C语言和汇编语言混合编程	239
6.4 C54x 系列 DSP 器件的硬件电路开发	242
6.4.1 硬件电路设计简介	242
6.4.2 最小硬件系统部分电路的设计	243
6.5 习题	246
第 7 章 Freescale 56800 系列 DSP 器件	247
7.1 56800 系列 DSP 的结构	248
7.1.1 56800 系列 DSP 的内核结构	248
7.1.2 56800 系列 DSP 的外围功能模块	256
7.2 56800 系列 DSP 的开发过程	257
7.2.1 56800 系列 DSP 的评估版 EVM	257
7.2.2 56800 系列 DSP 的开发软件 CodeWarrior	257
7.2.3 用 PE 开发简单的工程	266
7.3 IIR 滤波器的实现	275
7.4 习题	279
第 8 章 用 DSP 器件实现数字信号处理	281
8.1 FFT 算法的实现	282
8.1.1 FFT 算法的 C 语言实现	282
8.1.2 FFT 算法的 DSP 实现	283
8.2 用 DSP 器件实现 IIR	292
8.3 用 DSP 器件实现 FIR	294
8.4 DSP 器件的基本实验	299
8.4.1 实验一:熟悉 CCS	299
8.4.2 实验二:从文件中读取数据并测试算法的实验	300
8.4.3 实验三:FFT 算法的 MATLAB 实现与 DSP 实现	305
8.4.4 实验四:FIR 滤波器设计与仿真	315
8.5 习题	326
附录 A C54 指令系统	327
参考文献	342

第 1 章

连续信号与连续系统

本章复习和归纳《信号与系统》课程中连续信号和连续系统的相关知识。

本章首先对模拟信号以及线性时不变系统从时域和频域两领域进行复习和归纳,然后讨论如何对模拟时间信号进行数字化处理的方法。本章内容主要为第 2、3、4 章离散信号及系统的讨论提供可供对比的思路及方法。

本章重点是模拟信号的时域采样、抽样定理及采样恢复。

本章建议学时 2 学时。

本章主要复习及归纳信号与系统课程中连续信号和连续系统的相关知识。首先对信号从时域和频域两个领域进行复习,然后复习线性时不变系统的时域和频域特性,最后讨论如何对连续时间信号进行数字化处理的方法。本章内容为第2~4章中对离散信号及系统的研究提供可供对比的思路。

1.1 连续时间信号分析

1.1.1 连续时间信号的时域分析

1. 信号的分类

信号可从不同的角度来区分。

从时间上是否连续分,信号可分为连续时间信号(模拟信号)、离散时间信号和数字信号,如图1-1所示。

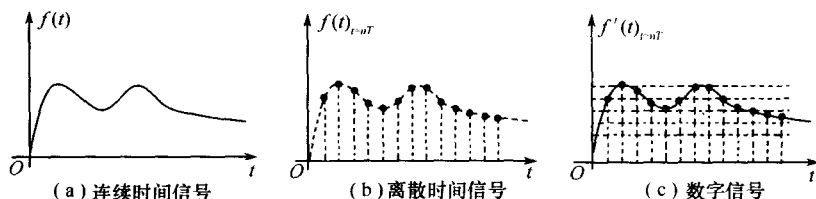


图 1-1 信号的分类

连续时间信号是指在所讨论的时间内的任意时间点上都有定义的值,连续时间信号也称为模拟信号,如图1-1(a)所示。离散时间信号是指在所讨论的时间内,只有某些不连续的时间点上有定义的值,在其他的时间点上无定义的信号,如图1-1(b)所示。数字信号是指对离散信号的幅值进一步进行量化处理,得到时间离散、幅值也离散的信号形式,如图1-1(c)所示。

根据是否可以用明确的时间函数表示分,信号可以分为确定信号和随机信号。如果信号可以用确定的函数值表示,即任意时刻的函数值都是已知的,则称为确定信号。如果对于某一信号,不能知道其下一时刻的信号值,则称为随机信号。

根据信号是否满足周期关系分,信号可以分为周期信号和非周期信号。周期信号是指信号的出现满足一定的周期关系,在经历了时间 T 后还会重复出现的信号形式,即

$$f(t) = f(t + kT) \quad (1-1)$$

式中, k 取任意整数。非周期信号就是不满足式(1-1)的信号,即信号不可再重复出现。

根据信号是功率有限的还是能量有限的分,信号可以分为功率信号和能量信号。如果信号的功率是有限的,则称为功率信号。如果信号的能量是有限的,则称为能量信号。

根据信号的出现时刻分,信号可以分为无时限信号、因果信号和时限信号。无时限信号是指在时间域 $(-\infty \sim +\infty)$ 区间上都有定义的信号,即 $f(t)$ 在时间轴 t 上恒有定义

$$y = f(t) \quad t \in (-\infty \sim +\infty) \quad (1-2)$$

因果信号是指从 $t = 0$ 时刻之后开始有定义的信号,即

$$y = \begin{cases} f(t) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

时限信号是指仅在时刻 $t_1 < t < t_2$ 范围内有定义的信号,即

$$y = \begin{cases} f(t) & t_1 \leq t \leq t_2 \\ 0 & t \text{ 取其他值} \end{cases} \quad (1-4)$$

2. 常用信号

(1) 直流信号

直流信号是指 t 在 $(-\infty \sim +\infty)$ 范围内,其值恒为一常数的信号,可以表示为 $f(t) = A$,式中 A 为常数。

(2) 单位阶跃信号

单位阶跃信号是指 $t < 0$ 时,输出为 0;自 $t = 0$ 时刻起,输出为 1 的信号,其函数表示为:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1-5)$$

单位阶跃信号图形如图 1-2 所示。

(3) 单位冲激信号

单位冲激信号是仅在 $t = 0$ 时刻幅值趋于无穷大,能量为 1 的信号,其函数表示为:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad (1-6)$$

能量为 1 即满足 $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$,其图形如图 1-3 所示,用箭头符号表示冲激。

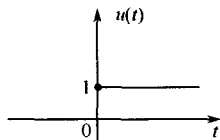


图 1-2 单位阶跃信号

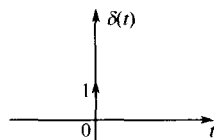


图 1-3 单位冲激信号

因为冲激信号仅在 $t = 0$ 时有函数值,可以看成是偶函数,即 $\delta(-t) = \delta(t)$ 。

冲激信号常用到的性质如下:

任意信号与单位冲激信号的乘积,仅在 $t = 0$ 时刻有输出

$$f(t) \times \delta(t) = f(0) \times \delta(t) \quad (1-7)$$

其余时刻的乘积均为 0;若将冲激信号延时 t_0 ,可以得到

$$f(t) \times \delta(t - t_0) = f(t_0) \times \delta(t - t_0) \quad (1-8)$$

仅在 $t = t_0$ 时刻有输出值。对任意信号与单位冲激信号的乘积,在时间轴上求积分,则

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \times \delta(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(0) \times \delta(t) dt = f(0) \quad (1-9)$$

若将冲激信号延时 t_0 ,又可以得到

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \times \delta(t - t_0) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t_0) \times \delta(t - t_0) dt = f(t_0) \quad (1-10)$$

(4) 指数信号

指数信号的表达式为 $f(t) = Ae^{\alpha t}$, A 和 α 为常数, 当 $A > 0$ 时, 指数信号如图 1-4 所示。

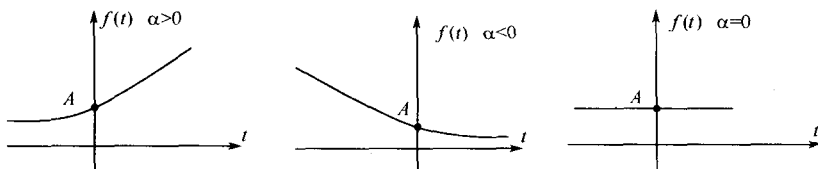


图 1-4 指数信号

若 $\alpha > 0$, 则信号随时间递增; 若 $\alpha < 0$, 则信号随时间递减; 若 $\alpha = 0$, 则信号就是直流信号 $f(t) = A$ 。指数信号中有时间常数的概念, 令 $\tau = \frac{1}{|\alpha|}$ 作为时间常数, 用来反映指数信号增长或衰减的速率。 τ 越大, 则指数信号增长或衰减越慢; 相反, τ 越小, 则指数信号增长或衰减得越快。实际应用中经常用到的是单边衰减指数信号, 其表示式为:

$$f(t) = Ae^{-\alpha t}u(t) = Ae^{-\frac{1}{\tau}t}u(t) \quad (\alpha \geq 0, A \text{ 为常数})$$

(5) 正弦信号

正弦信号包含正弦和余弦信号, 如图 1-5 所示, 其表示式为 $f(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$ ($-\infty < t < +\infty$), 式中 A 、 ω 、 φ 分别表示振幅、角频率和初相。

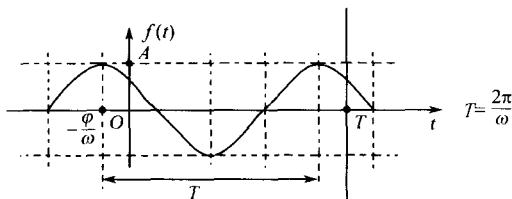


图 1-5 正弦信号

由欧拉公式, 可将正弦信号转换成指数的形式:

$$\cos\omega t = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \quad (1-11a)$$

$$\sin\omega t = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \quad (1-11b)$$

(6) 复指数信号

复指数信号就是指数信号的指数因子为复数的信号, 其表示式为:

$$f(t) = Ae^{st} \quad (-\infty < t < +\infty) \quad (1-12)$$

s 写成复数的形式为 $s = \sigma + j\omega$, $f(t) = Ae^{(\sigma + j\omega)t}$ 。

如果 $s = 0$, 即 $\sigma = \omega = 0$, 则 $f(t) = A$ 为直流信号的形式。

如果 $s = \sigma$, 即 $\omega = 0$, 则 $f(t) = Ae^{\sigma t}$ 为实指数信号。

如果 $s = j\omega$, 即 $\sigma = 0$, 则 $f(t) = Ae^{j\omega t} = A\cos\omega t + jA\sin\omega t$ 。

如果 $s = \sigma + j\omega$, 则 $f(t) = Ae^{(\sigma + j\omega)t} = Ae^{\sigma t}(\cos\omega t + j\sin\omega t)$ 。

3. 连续时间信号的时域分解

通常需要将复杂信号分解为常见的简单信号或者有特殊性质的信号组合的形式,这为研究各种复杂信号提供了方便。

(1) 直流分量与交流分量的形式

任意信号 $f(t)$ 可分解为直流分量 $f_D(t)$ 和交流分量 $f_A(t)$ 之和,即:

$$f(t) = f_D(t) + f_A(t)$$

(2) 偶分量和奇分量的形式

任意信号 $f(t)$ 可分解为偶分量 $f_e(t)$ 和奇分量 $f_o(t)$ 之和,即:

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

式中, $f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$, $f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$ 。若 $f(t)$ 为因果信号,则

$$\begin{cases} f_e(t) = f_o(t) & t > 0 \\ f_e(t) = -f_o(t) & t < 0 \end{cases}$$

(3) 阶跃函数的形式

任意信号 $f(t)$ 可分解为在不同时刻具有不同阶跃幅度的无穷多个阶跃函数的连续和,即:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f'(\tau)u(t-\tau)d\tau \approx \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f'(k\Delta\tau)u(t-k\Delta\tau)\Delta\tau$$

(4) 冲激函数的形式

任意信号 $f(t)$ 可分解为在不同时刻具有不同强度的无穷多个冲激函数的连续和,即:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau \approx \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k\Delta\tau)\delta(t-k\Delta\tau)\Delta\tau$$

4. 连续时间信号的时域运算

设有连续时间信号 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$, 则:

① 信号相加减运算是指对应时刻的信号相加减,即 $y(t) = f_1(t) \pm f_2(t)$ 。

② 信号相乘运算是指对应时刻的信号相乘,即 $y(t) = f_1(t) \cdot f_2(t)$ 。

③ 微分运算表示为 $y(t) = \frac{df(t)}{dt}$ 。

④ 积分运算表示为 $y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau)d\tau$ 。

⑤ 时移,将信号 $f(t)$ 沿 t 轴平移 τ 即得时移信号 $f(t-\tau)$ 。

⑥ 折叠,将信号 $f(t)$ 以纵坐标为轴折叠,即得到折叠信号 $f(-t)$ 。

1.1.2 连续时间信号的频域分析

连续时间信号可以从频域上进行分析,即利用傅里叶变换这一数学工具,把连续时间信号分解为一系列的正交函数,如正弦函数、纯虚数指数函数之和或积分。还可以从复频域上进行分析,复频域在频域分析法的基础上,引入复指数信号为基本信号,运用拉普拉斯变换数学工具进行分析。本节将复习及归纳这方面内容。

1. 周期信号的频谱分析 —— 傅里叶级数

对于周期为 T 的周期信号 $f(t)$, 可展开为傅里叶级数, 其形式包括三角形式和指数形式。

(1) 三角形式

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\Omega t) + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin(n\Omega t) \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1-13)$$

式中, $\Omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f, a_0 = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) dt, a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\Omega t) dt, b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \sin(n\Omega t) dt。$

(2) 指数形式

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n e^{jn\Omega t} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1-14)$$

式中, $A_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\Omega t} dt。$

典型周期信号的频谱列于表 1-1 中。

表 1-1 典型周期信号的频谱

时间函数 $f(t)$ ($-\infty < t < +\infty$)	频谱函数 $F(j\omega)$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi[\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$
$\sin(\omega_0 t)$	$j\pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)]$
$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$	$\Omega \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - n\Omega) \quad \Omega = \frac{2\pi}{T}$
一般周期信号 $f(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n e^{jn\Omega t}$	$\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \delta(\omega - n\Omega) \quad \Omega = \frac{2\pi}{T}$
式中, $A_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\Omega t} dt$	

2. 非周期信号的频谱分析 —— 傅里叶变换

对于任意非周期信号 $f(t)$, 若满足狄里赫利(Dirichlet) 条件且在无穷区间内绝对可积, 可求得 $f(t)$ 的频谱函数为:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1-15)$$

若已知 $F(j\omega)$, 可求得其在时域中对应函数 $f(t)$ 为:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1-16)$$

式(1-15) 称为傅里叶正变换, 式(1-16) 称为傅里叶反变换。 $F(j\omega)$ 一般是复数函数, 可表示为

$$F(j\omega) = |F(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} \quad (1-17)$$

$|F(j\omega)|$ 和 $\varphi(\omega)$ 分别称为信号 $f(t)$ 的振幅谱和相位谱。

3. 傅里叶变换的基本性质

傅里叶变换是研究信号频域特性的一个重要工具,其自身的特性极为重要,下面归纳傅里叶变换的主要基本特性。

(1) 对称性

若已知连续时间信号 $f(t)$,其傅里叶变换的形式为 $F(j\omega)$,即 $F(j\omega) = FT[f(t)]$,则:

$$FT[F(jt)] = 2\pi f(-\omega) \quad (1-18)$$

(2) 线性性

若 $FT[f_1(t)] = F_1(j\omega)$, $FT[f_2(t)] = F_2(j\omega)$,则:

$$FT[A_1 f_1(t) + A_2 f_2(t)] = A_1 F_1(j\omega) + A_2 F_2(j\omega) \quad (1-19)$$

(3) 时移特性

若 $FT[f(t)] = F(j\omega)$,则:

$$FT[f(t - t_0)] = F(j\omega)e^{-j\omega t_0} \quad (1-20)$$

(4) 尺度变换

若 $FT[f(t)] = F(j\omega)$,则:

$$FT[f(at)] = \frac{1}{|a|} F\left(j\frac{\omega}{a}\right) \quad (a \text{ 为实常数}, a \neq 0) \quad (1-21)$$

(5) 频移特性

若 $FT[f(t)] = F(j\omega)$,则:

$$FT[f(t)e^{\pm j\omega_0 t}] = F[j(\omega \mp \omega_0)] \quad (1-22)$$

(6) 时域卷积

$f_1(t) * f_2(t)$,对应频域相乘,即 $F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega)$ 。

(7) 时域相乘

$f_1(t) \cdot f_2(t)$,对应频域卷积,即 $\frac{1}{2\pi} F_1(j\omega) * F_2(j\omega)$ 。

(8) 时域抽样

$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t - nT_s)$,对应频域周期延拓,即 $\frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F\left[j\left(\omega - \frac{2\pi n}{T_s}\right)\right]$ 。

(9) 频域抽样

$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} F[j\omega]\delta(\omega - n\omega_s)$,对应时域周期延拓,即 $\frac{1}{\omega_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f\left(t - n\frac{2\pi}{\omega_s}\right)$ 。

(10) 信号能量

可从时域及频域角度表示,即:

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} [f(t)]^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega \quad (1-23)$$

4. 典型非周期信号的频谱

典型非周期信号的频谱列于表 1-2 中。

表 1-2 典型非周期信号的频谱

时间函数 $f(t)$	频域函数 $F(j\omega)$
$\delta(t)$	1
单位直流信号 1	$2\pi\delta(\omega)$
$u(t)$	$\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$
$\text{sgn}(t)$	$\frac{2}{j\omega}$
$e^{-at}u(t)$ (a 为大于零的实数)	$\frac{1}{j\omega + a}$
$te^{-at}u(t)$ (a 为大于零的实数)	$\frac{1}{(j\omega + a)^2}$
$G_\tau(t)$	$\tau \text{Sa}\left(\frac{\tau}{2}\omega\right)$
$\text{Sa}(\omega_0 t)$	$\frac{\pi}{\omega_0} G_{2\omega_0}(\omega)$
$\sin(\omega_0 t)u(t)$	$\frac{\pi}{2j} [\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)] + \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$
$\cos(\omega_0 t)u(t)$	$\frac{\pi}{2} [\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)] + \frac{j\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$
$tu(t)$	$j\pi\delta'(\omega) - \frac{1}{\omega^2}$
$e^{-at}\sin(\omega_0 t)u(t)$ ($a > 0$)	$\frac{\omega_0}{(j\omega_0 + a)^2 + \omega_0^2}$
$e^{-at}\cos(\omega_0 t)u(t)$ ($a > 0$)	$\frac{j\omega_0 + a}{(j\omega + a)^2 + \omega_0^2}$
双边指数信号 $e^{-a t }$ ($a > 0$)	$\frac{2a}{\omega^2 + a^2}$
$\frac{1}{t}$	$-j\pi\text{sgn}(\omega)$
$ t $	$-\frac{2}{\omega^2}$

5. 连续时间信号的复频域分析 —— 拉普拉斯变换

拉普拉斯变换是线性系统复频域分析的数学基础。

(1) 拉普拉斯变换定义、收敛域

连续时间信号 $f(t)$ 的单边拉氏变换定义为：

$$F(s) = \int_{0^-}^{+\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (1-24)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st} ds \quad (1-25)$$

$s = \sigma + j\omega$ 称为复频率, σ 与 $j\omega$ 构成 S 复平面。式(1-24)为拉氏正变换, 式(1-25)为拉氏反变换。

(2) 常用信号的拉氏变换

常用信号的拉氏变换列于表 1-3 中。

表 1-3 常用信号的拉氏变换

单边信号 $f(t)$	拉氏变换 $F(s)$	收敛域
$\delta(t)$	1	$\text{Re}(s) > -\infty$
$U(t)$	$\frac{1}{s}$	$\text{Re}(s) > -\infty$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\text{Re}(s) > 0$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\text{Re}(s) > 0$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\text{Re}(s) > -a$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\text{Re}(s) > -a$
$e^{-j\omega t}$	$\frac{1}{s+j\omega}$	$\text{Re}(s) > 0$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\text{Re}(s) > 0$
$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\text{Re}(s) > 0$
$e^{-at}\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\text{Re}(s) > -a$
$e^{-at}\cos(\omega t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\text{Re}(s) > -a$

(3) 拉氏变换的基本性质

拉氏变换的基本性质列于表 1-4 中。

表 1-4 拉氏变换的基本性质

	时域 $f(t)$	复频域 $F(s)$
线性	$af_1(t) + bf_2(t)$	$aF_1(s) + bF_2(s)$
尺度性	$f(at)$	$\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$
时移性	$f(t-t_0)U(t-t_0)$	$e^{-st_0}F(s)$
频移性	$f(t)e^{-at}$	$F(s+a)$
时域微分	$\frac{df(t)}{dt}$	$sF(s) - f(0^-)$
时域积分	$\int_{0^-}^t f(\tau) d\tau$	$\frac{F(s)}{s}$
时域卷积	$f_1(t) * f_2(t)$	$F_1(s) \cdot F_2(s)$
初值定理	$f(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$	
终值定理	$f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$	

1.2 连续时间信号处理系统

1.2.1 线性时不变系统的时域分析

1. 线性性

对于给定的系统输入分别为 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ ，对应的系统输出为 $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$ ，如果输入为