

研究生教学用书

薄壁杆件的弯曲与扭转

Bending and Torsion of Thin-walled Bar

郝际平 钟炜辉



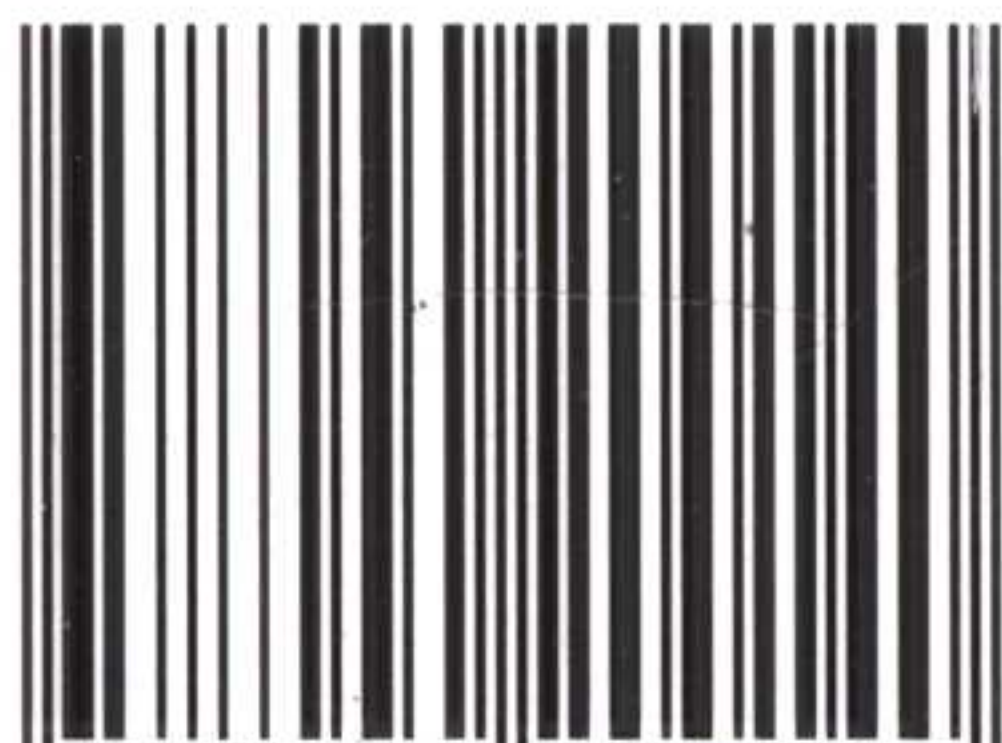
高等教育出版社

GRADVA

TE

研究生教学用书

ISBN 7-04-020014-7



9 787040 200140 >

研究生教学用书

薄壁杆件的弯曲与扭转

Bending and Torsion of Thin-walled Bar

郝际平 钟炜辉



高等教育出版社

内容简介

本书主要介绍薄壁杆件的弯曲和扭转的强度计算问题,包括开口与闭合薄壁杆件的弯曲、自由扭转、约束扭转等问题的分析与计算,此外也涵盖了次翘曲及剪切滞后等较深入的问题。书中附有大量例题和必要的习题。

本书研究的主要对象是薄壁杆件,虽然其中会涉及一定的弹性理论与有限元知识,但编写时也注意对一些问题进行简化,使读者只要具备高等数学、材料力学和结构力学的知识,就可以掌握其中的基本概念并能进行应用计算。

本书可供高等院校土木工程和桥梁工程等专业研究生、工程力学专业本科生以及工程技术人员、科研人员学习和参考。

图书在版编目(CIP)数据

薄壁杆件的弯曲与扭转 / 郝际平, 钟炜辉. —北京:
高等教育出版社, 2006. 9

ISBN 7-04-020014-7

I. 薄... II. ①郝... ②钟... III. ①薄壁结构—
杆件—弯曲—高等学校—教材 ②薄壁结构—杆件—扭
转—高等学校—教材 IV. TU323

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 106449 号

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京中科印刷有限公司

开 本 787×1092 1/16
印 张 12
字 数 210 000

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2006 年 9 月第 1 版
印 次 2006 年 9 月第 1 次印刷
定 价 22.70 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 20014-00

前 言

材料强度的不断提高和轻型结构的迅速发展使得结构构件的壁厚日益变小。因此,薄壁杆件的弯曲与扭转在工程设计计算中越来越被工程技术人员所重视。各高等院校对结构工程和桥梁工程等专业的研究生和高年级本科生也相继开设了关于薄壁杆件的专门课程。本书最初是应我校土木工程和桥梁工程等专业钢结构方向研究生的教学需要编写的。

本书是在参考国内外有关著作的基础上,结合作者教学实践经验编写的,初稿是在1998年为结构工程专业(主要是钢结构方向)研究生开设的薄壁杆件计算课程编写的,其后经过7年多的教学实践应用,不断修改和完善,最后完成此书。

本书共分四章:第一章介绍薄壁杆件在工程结构中的应用以及关于扭转的一些基本概念;第二章讲述薄壁杆件的弯曲强度计算;第三章讲述薄壁杆件的自由扭转,包括开口截面、闭合截面以及开闭混合截面等各种杆件的自由扭转计算,介绍了扭转的薄膜比拟理论;第四章讲述开口截面薄壁杆件的约束扭转,介绍了较为常用的初参数法。除第一章外,各章都附有大量例题和习题,每个例题的计算都尽量给出了详细的解题步骤,以便读者学习和应用。

本书内容力求实用,易于自学,尽量使读者阅读后对薄壁杆件弯曲和扭转的问题具有系统、全面的理解,并能掌握其基本计算方法。虽然书中关于截面扇性几何特性的相关计算对初学者来说可能较为困难,但对于工程实际中常常出现的由直线板段组成的截面,书中均给出了代数计算公式,以便实际应用。

本书虽然有部分内容涉及一些简单的弹性力学知识,但只要具备一定的材料力学和结构力学的基础知识,对理解本书的基本概念和具体计算应无大的影响。

本书仅涉及薄壁杆件在弯曲和扭转荷载作用下弹性范围内的强度和刚度的计算问题,特别对于开口截面薄壁杆件作了重点阐述。而对于薄壁杆件的稳定及弹塑性等问题,可参考我校陈骥教授编著的《钢结构稳定理论与设计》一

II 前言

书,本书是学习它的基础。

本书与我校陈绍蕃教授所著《钢结构设计原理》、陈骥教授所著《钢结构稳定理论与设计》一起构成我校土木工程和桥梁工程等专业钢结构方向研究生的必读基础系列教材。

本书初稿由郝际平完成,钟炜辉完成习题和例题计算、校对、插图等工作。

在编写本书时,许多研究生帮助校对打印,在此表示感谢。

由于水平有限,书中必定存在不当之处,望读者不吝批评和指正。

郝际平 钟炜辉

2006年4月于西安建筑科技大学

符 号 表

A	截面面积;系数
A_d	桁架式体系斜杆面积
A_f	工字形截面一个翼缘的截面面积
A_o	桁架式体系上弦杆面积
A_u	桁架式体系下弦杆面积
A_v	桁架式体系竖杆面积
B	弯扭双力矩;系数
B_e	双力矩荷载
C	系数
D	桁架式体系斜腹杆内力;系数
D_t	抗扭刚度
E	弹性模量
E_l	折算弹性模量
G	剪切模量
G_c	钢筋混凝土剪切模量
G_s	钢材剪切模量
I_b	桁架式体系缀板惯性矩
I_o	桁架式体系上弦杆惯性矩
I_p	截面极惯性矩
I_t	自由扭转惯性矩;圣维南扭转常数;抗扭惯性矩
I_u	桁架式体系下弦杆惯性矩
I_x, I_y	对 x 轴和 y 轴的截面惯性矩
I_{xy}	对 x 轴和 y 轴的截面惯性积
I_w	扇性惯性矩

II 符号表

I_{ω_B}	主扇性惯性矩
$I_{\omega x}, I_{\omega y}$	对 x 轴和 y 轴的扇性线静矩; 对 x 轴和 y 轴的扇性惯性积
$I_{\omega_B x}, I_{\omega_B y}$	对 x 轴和 y 轴的主扇性线静矩; 对 x 轴和 y 轴的主扇性惯性积
I_{ω}^*	次翘曲常数; 次扇性惯性矩
K	系数
M_f	作用在工字形截面翼缘上的力偶矩
M_R	合力矩
M_x, M_y	绕 x 轴和 y 轴的弯矩
$\bar{M}_x, \bar{M}_y$	关于 x 轴和 y 轴的有效弯矩
M_{ω}	弯扭力矩
M_{ω}^*	次弯曲扭转力矩; 次翘曲扭矩
N_x, N_y, N_z	沿 x, y, z 轴方向的合力
P	荷载
P_x, P_y	沿 x 轴和 y 轴方向的荷载
Q_f	作用在工字形截面翼缘上的剪力
Q_x, Q_y	与 x 轴和 y 轴平行的构件截面的剪力
$\bar{Q}_x, \bar{Q}_y$	关于 x 轴和 y 轴的有效剪力
Q^*	由次翘曲剪应力产生的沿曲线坐标方向单位长度上的沿法线方向上的剪力
S	桁架式体系弦杆内力
S_x, S_y	对 x 轴和 y 轴的截面静矩
S_{ω}	扇性静矩
S_{ω_B}	主扇性静面矩
T	薄膜张力; 外力扭矩
T_s	扭矩
T_z	集中扭矩
U	扭转应变能
W_{ω}	扇性抵抗矩
a	板件宽度; 矩形截面宽度; 桁架式体系弦杆节间长度
b	板件宽度; 杆件截面宽度
c_1, c_2	系数
c_i	常数
e	偏心距
e_x, e_y	沿 x, y 轴的偏心距

f_v	剪切设计强度
h	杆件截面高度
i	节点号
k	常数
k_x, k_y	弯曲剪力流函数
l	杆件长度; 中线长度
m	分布扭矩
m_t	分布扭矩
O	坐标原点; 剪切中心; 弯曲中心; 截面形心; 扭转中心
p	薄膜压力
q	均布荷载; 剪力流
q_0	静定剪力流
q_A	超静定剪力流
$\bar{q}_i$	剪力流函数
q_x, q_y	沿 x, y 轴方向作用的单位长度荷载
q_ω	扇性剪力流; 约束扭转剪力流
r_n	由剪切中心至截面法线的垂直距离
s	曲线坐标
t	板件厚度
t_e	折算壁板厚度
t_w	工字形截面腹板厚度
u	沿 x 轴方向的位移; 翘曲位移; 沿 z 轴方向的位移;
u^*	由于次翘曲产生的沿 z 轴方向的纵向位移
v	沿 y 轴方向的位移; 沿曲线坐标 s 方向的位移
w	沿 z 轴方向的位移; 翘曲位移; 薄膜挠度
x, y, z	坐标轴; 坐标
x_i, y_i	单元坐标
α	中和轴与 x 轴成逆时针方向的夹角; 圆心角; 系数
β	合力矩的作用面与 x 轴成逆时针方向的夹角; 常数
γ	坐标轴与坐标主轴成逆时针方向的夹角; 剪应变
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{zn}$	剪应变
δ	合位移
δ_x, δ_y	合力在 x 轴和 y 轴方向上产生的位移
ε_s	曲线坐标方向的正应变

IV 符号表

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	沿 x, y, z 轴方向的正应变
ε_ω	约束扭转正应变
ξ	坐标轴; 点到中性轴的距离; 杆件截面在法线方向的位移分量
ξ_B, η_B	剪切中心在坐标系 $A\xi\eta$ 中的坐标
η	坐标轴; 系数
θ	板段对于 x 轴逆时针方向的夹角; 扭转率
μ	泊松比
ρ	中性层的曲率半径; 形心至中线某点切线的距离; 实际截面拐角处的曲率半径; 极径
ρ_i	计算板段的中线到坐标原点的垂直距离
σ	正应力
σ_s	曲线坐标方向的正应力
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	沿 x, y, z 轴方向的正应力
σ_z^*	沿 z 轴方向的次翘曲正应力
σ_ω	约束扭转正应力
τ	剪应力
τ_s	圣维南扭转剪应力; 自由扭转剪应力
τ_{nz}	次翘曲剪应力
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{nz}$	剪应力
τ_ω	约束扭转剪应力; 弯曲扭转剪应力
φ	位移方向与 x 轴成逆时针方向的夹角; 圆心角; 扭转角; 扭转函数; 翘曲函数
ψ	普朗特应力函数
ω	扇性面积
ω_B	主扇性面积

目 录

第 1 章 概论	1
1.1 薄壁杆件的研究及发展概况	1
1.2 薄壁杆件的基本概念	2
1.3 扭转的分类及其作用	4
第 2 章 薄壁杆件的弯曲	7
2.1 薄壁杆件的弯曲正应力	7
2.2 开口截面薄壁杆件的弯曲剪应力	14
2.3 单室闭合截面薄壁杆件的弯曲剪应力	27
2.4 多室闭合截面薄壁杆件的弯曲剪应力	36
2.5 剪切中心	47
2.6 剪切滞后	57
习题	59
第 3 章 薄壁杆件的自由扭转	62
3.1 等直圆杆的自由扭转	62
3.2 薄壁圆筒的自由扭转	64
3.3 闭合截面薄壁杆件的自由扭转	65
3.4 多室闭合截面薄壁杆件的自由扭转	74
3.5 分离式多室截面薄壁杆件的自由扭转	81
3.6 任意等截面直杆的自由扭转	82
3.7 扭转的薄膜比拟理论	90
3.8 矩形截面杆件的自由扭转	92
3.9 窄长矩形截面杆件的自由扭转	95
3.10 薄板组合截面杆件的自由扭转	98
3.11 开闭混合截面杆件的自由扭转	102
3.12 有格构式壁板杆件的自由扭转	104

II 目录

3.13 有加劲肋的薄壁杆件的自由扭转	109
习题	113
第4章 开口截面薄壁杆件的约束扭转	116
4.1 约束扭转的概念	116
4.2 约束扭转的变形分析	118
4.3 约束扭转正应力	120
4.4 扇性几何特征	121
4.5 薄壁杆件的约束扭转剪应力、双力矩和弯扭力矩	136
4.6 次翘曲	144
4.7 开口截面薄壁杆件的弯曲扭转偏微分方程	146
4.8 薄壁杆件约束扭转的边界条件	148
4.9 初参数法	150
习题	171
名词中英对照表	174
参考文献	178

概 论

1.1 薄壁杆件的研究及发展概况

扭转是工程中较为常见的一种现象,对它的研究是在试验与理论分析的基础上发展起来的。早在 18 世纪,库仑(Coulomb C A)就对弹性圆截面杆件的扭转进行了研究,开创了扭转理论的研究工作。而圣维南(Saint Venant B)在广泛研究扭转理论的基础上,得出了自由扭转问题的一般解,至今人们仍把其所研究的扭转问题称之为圣维南扭转。圣维南理论也曾用于非均匀扭转问题的研究。

对薄壁杆件扭转问题的研究可以认为是从铁木辛柯(Timoshenko S)于 1905 年对工字形截面梁的弯曲扭转进行研究开始的,同时,他也对工字形截面梁的自由扭转和约束扭转进行了试验研究。1921 年,马拉特(Maillart)提出了剪切中心概念,阐明了弯曲与扭转的耦合作用,并指出如果杆件不出现扭转,横向荷载和支承反力必须通过截面的剪切中心。瓦格纳(Wagner H)于 1929 年对各种不同形式开口截面薄壁杆件的约束扭转进行了研究。20 世纪中叶,俄罗斯学者符拉索夫(В. З. Власов)较全面地研究了弹性开口截面薄壁杆件,发展了开口截面薄壁杆件扭转与弯曲相结合的综合理论,对开口截面薄壁杆件的理论研究作出了杰出的贡献。几乎与此同时,另一位俄罗斯学者乌曼斯基(А. А. Уманский)出版了闭合截面薄壁杆件的扭转理论著作。此外,还有一些学者,如勃莱特(Bredt R)、普朗特(Prandtl L)、福泊尔(Föppl A)、那达依(Nadai A)和伊留辛(А. А. Ильюшин)等都对扭转理论作出了贡献。

由材料力学可以知道,杆件的截面愈开阔,其力学性能愈好,因而在横截面面积一定的情况下可以更有效地利用材料。因此,随着钢材和合金材料的强度日益提高,薄壁杆件的应用也逐渐增多。航空、航天、航海、汽车等各行业都在大量应用薄壁杆件。建筑行业对薄壁杆件的应用也正迅猛增加,冷弯成形的各种杆件及焊接、热轧薄壁杆件在钢结构工程中比比皆是。各发达国家都先后制定了关于薄壁结构的设计规范。我国也于 1969 年制定了《弯曲薄壁型钢结构技术

规范(草案)》,1975年又颁布了《薄壁型钢结构设计规范》(TJ18—75),1988年又重新修订为《冷弯薄壁型钢结构设计规范》(TJ18—88)。国内外薄壁型钢结构经过十余年的发展,理论研究和工程技术水平都有了长足的进步。近年来,我国薄壁型钢结构正以令人难以置信的速度发展,仅每年竣工的轻钢结构就达 $3 \times 10^6 \text{ m}^2$ 以上(图1-1),而规范的相对滞后在一定程度上制约着其在实际工程中的应用。《冷弯薄壁型钢结构技术规范》(GB 50018—2002)就是在这个环境中应运而生的,是适应形势发展需要的产物。由此可见,我国薄壁结构和构件的理论和技术正在不断地向前发展。

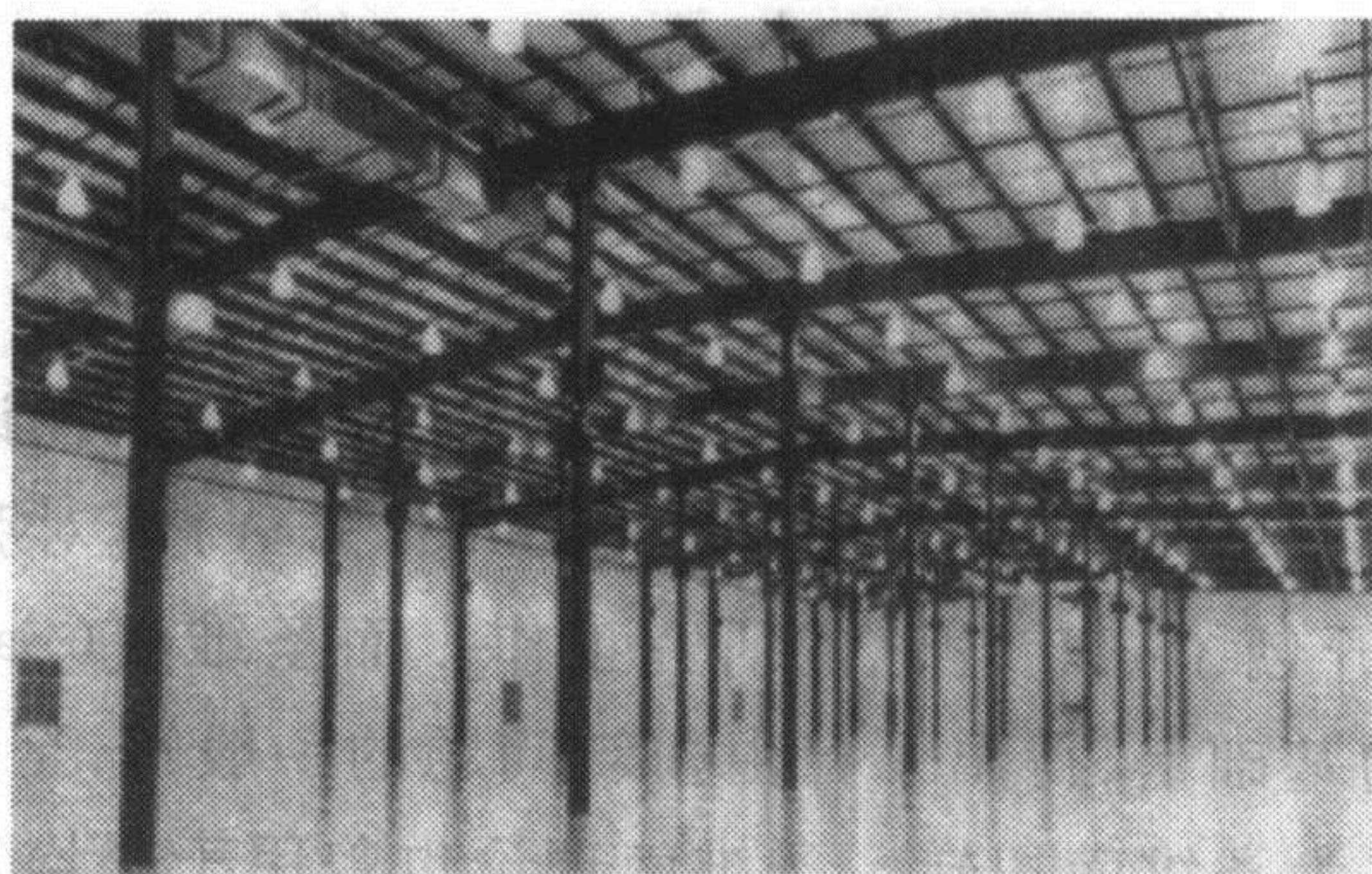


图1-1 某轻钢厂房

薄壁杆件虽然有类似于实体杆件的地方,但其许多特性是实体杆件所没有的。一般来说,用材料力学的知识很难解决薄壁杆件在拉、压、弯、扭等情况下外荷载与内力、变形的关系问题。比如,由贝努里(Bernoulli J)所提出的平截面假定在薄壁杆件中有时是不适用的;而众所周知的圣维南原理用在薄壁杆件的分析中有时也会得出错误的结果。

本书介绍了薄壁杆件力学性能的一些基本概念及基本计算方法,但仅涉及薄壁杆件在弯曲和扭转荷载作用下弹性范围内的强度和刚度问题,它的稳定、动力以及弹塑性问题可参考其他相关书籍。

1.2 薄壁杆件的基本概念

所谓薄壁杆件,主要是从几何尺寸上定义的,是指截面厚度较小的直杆,其长度、截面轮廓尺寸(横截面上的最大尺寸,如直径、高、宽等)和板件的厚度三者属于不同量级,即当

$$l/b \text{ 和 } l/h \geq 10, b/t \text{ 和 } h/t \geq 10$$

时,就可认为是薄壁杆件(图1-2)。这两个条件以后者最为重要,前者可适当放宽。因此,钢结构中的冷弯薄壁型钢(图1-3)、大部分热轧型钢(图1-4)和焊接型钢都属于薄壁杆件。符合上述条件的某些钢和钢筋混凝土组合杆件、钢筋混凝土杆件以及筒体结构等,也可归属为薄壁杆件。

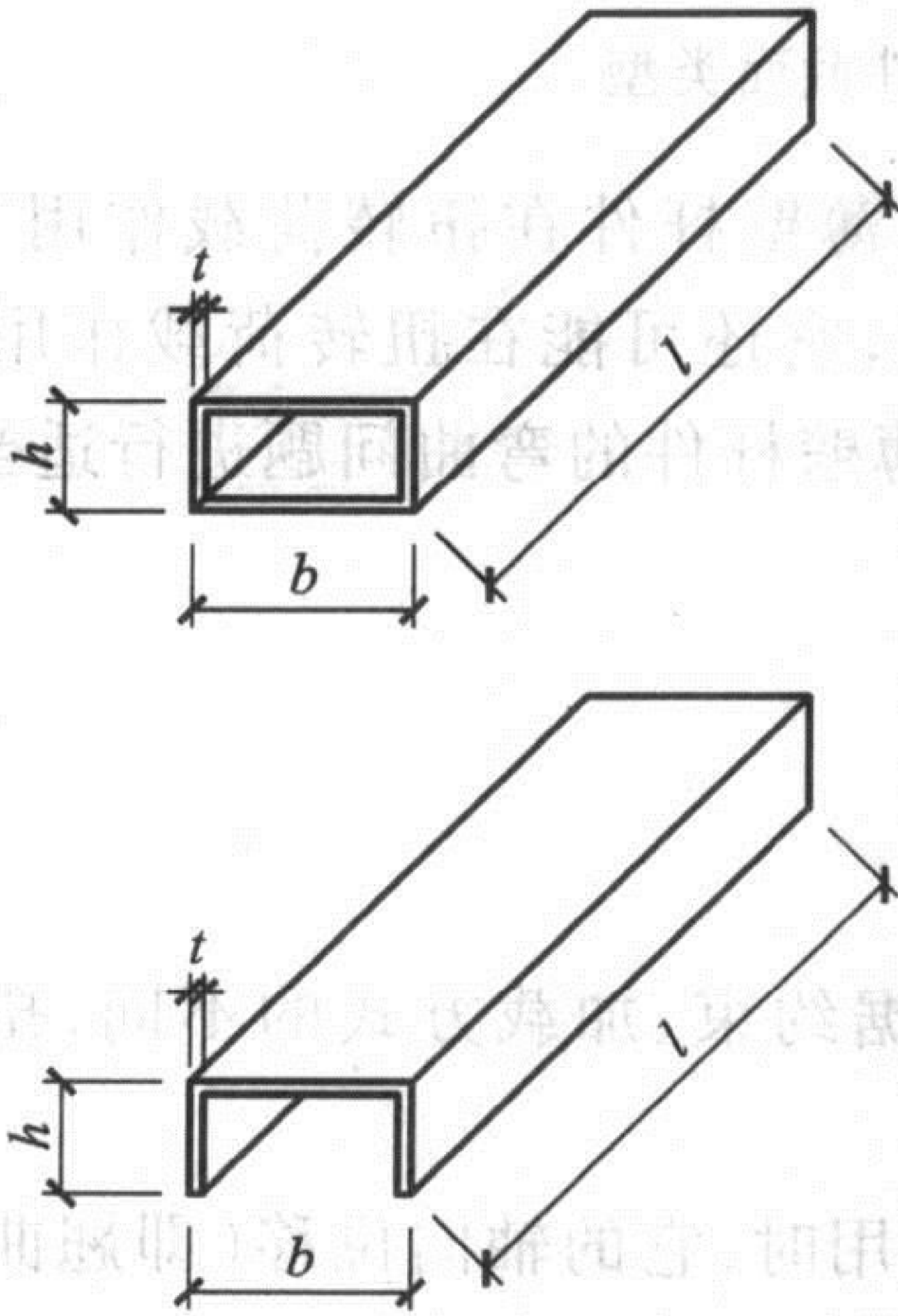


图 1-2 薄壁杆件的几何特征尺寸

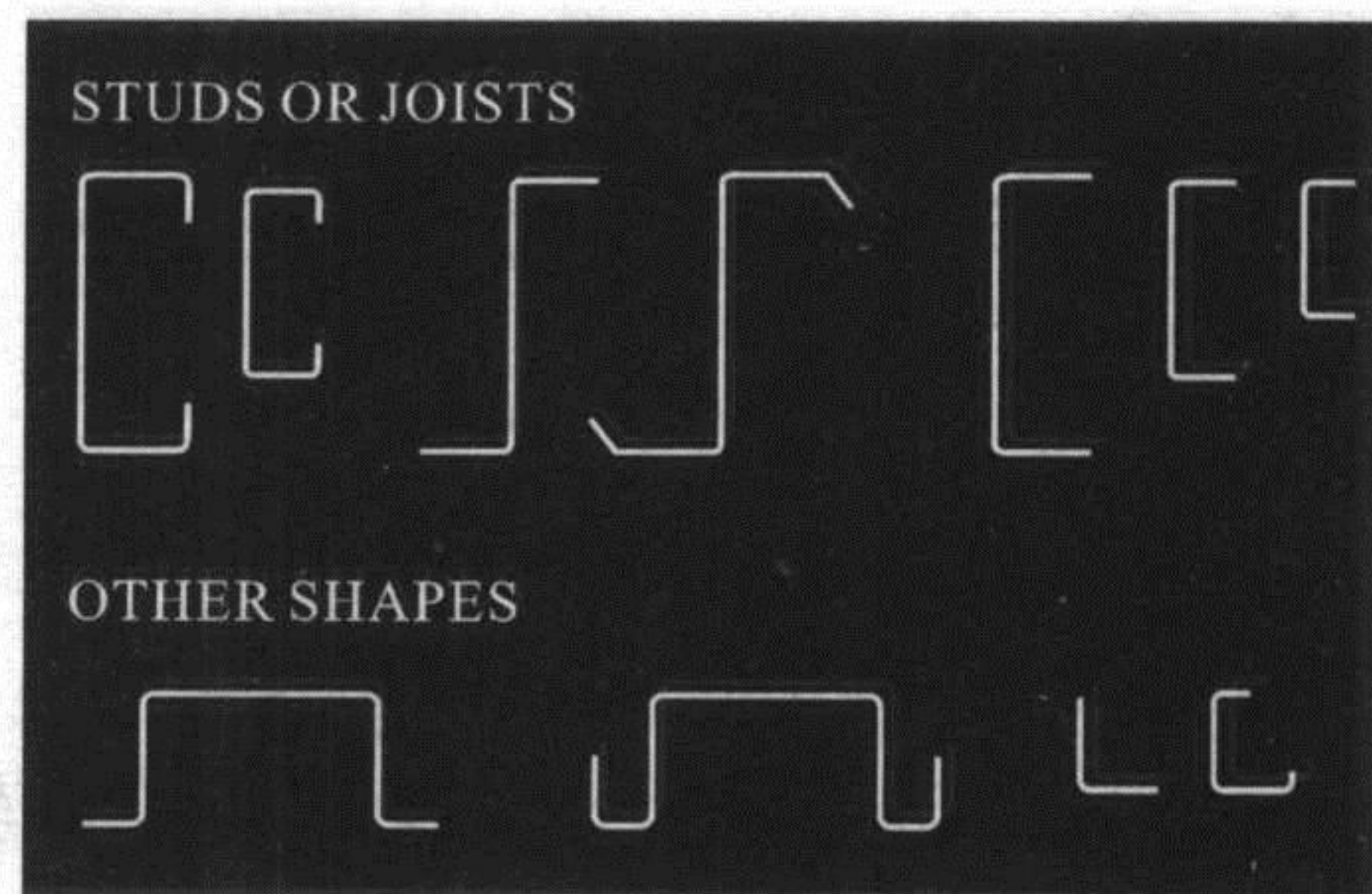


图 1-3 冷弯薄壁型钢

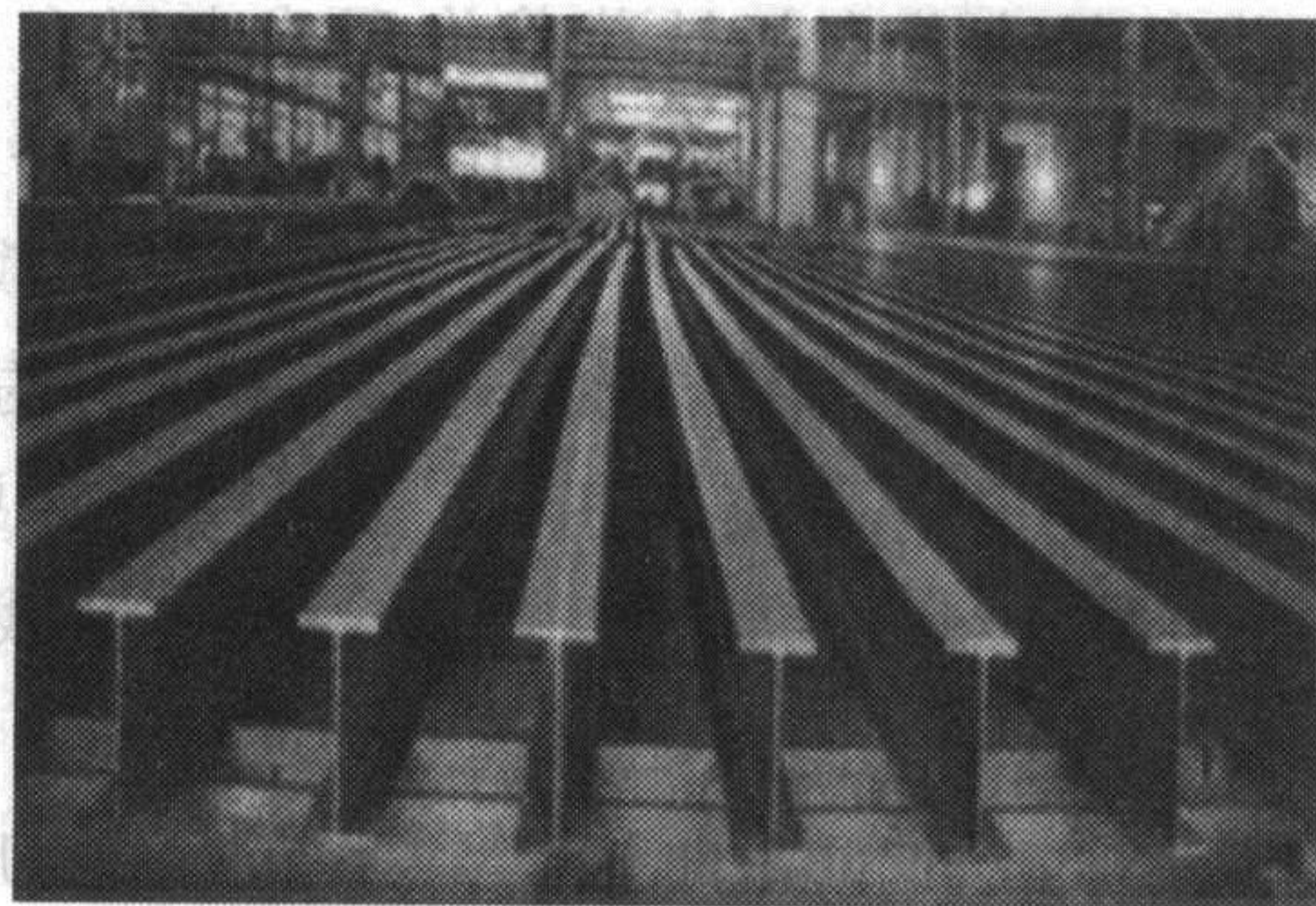


图 1-4 热轧型钢

一般将与壁板两表面等距离的中间面称为中面。中面与杆件截面的交线称为中线或轮廓线。中线或轮廓线描述了横截面的形状,分析时常用中线或轮廓线表示横截面。薄壁杆件截面的轮廓线是否封闭,对其性能有很大的影响,通常可分为开口截面杆件和闭合截面杆件两大类,如图1-5。

薄壁杆件即使在简单力的作用下也可能表现为一个复杂的受力状态,常常

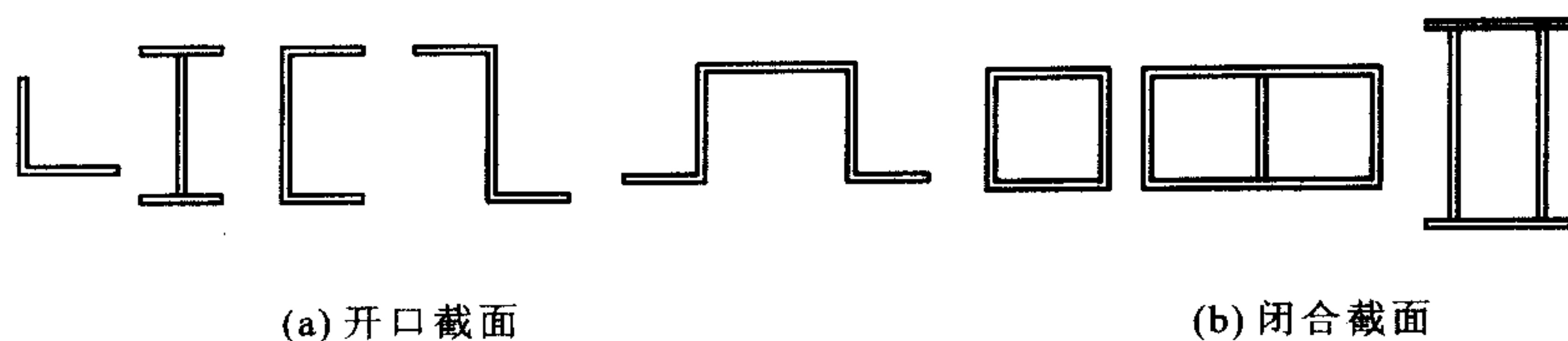


图 1-5 薄壁杆件截面类型

表现为拉、压、弯、扭的联合作用。比如,薄壁杆件在扭转荷载作用下发生扭转,但有时仅在轴力作用下也出现扭转现象,它还可能在扭转荷载作用下产生正应力。本书在系统阐述扭转问题之前,对薄壁杆件的弯曲问题进行适当的阐述。

1.3 扭转的分类及其作用

无论是开口截面还是闭合截面,根据约束、加载方式的不同,扭转往往可分为两类:自由扭转和约束扭转。

自由扭转是指杆件受到扭转荷载作用时,它的轴向位移(即翘曲)是自由的;而约束扭转则指杆件在受到扭转荷载作用时,它的轴向位移(即翘曲)受到约束。自由扭转也称作纯扭转、均匀扭转或圣维南扭转。

杆件在受有扭转荷载作用时,轴向位移是否自由,常根据杆件的支承情况和加载方式而确定。沿杆长有分布扭转荷载作用或由于多个扭转荷载作用使杆件各段的内扭矩不相等,或由于截面尺寸变化,都将使杆件发生扭转时的各截面翘曲不相等,轴向位移受到约束。如图 1-6a 所示扭转荷载作用于杆端,杆件为自由扭转;图 1-6b 所示扭转荷载不作用于杆端,杆件为约束扭转,其原因是未受扭的杆件端段对中段的变形有约束作用,工程实践中常见的情况是承受偏心荷载的梁;图 1-6c 所示简支梁在跨度中央承受一集中荷载,当荷载有偏心距 e 时,梁即受扭,虽然梁端截面翘曲完全自由,但中央截面却由于对称条件而使该截面翘曲受到完全约束,其他截面的翘曲也受到不同程度的约束,因此为约束扭转(由加载方式决定)。

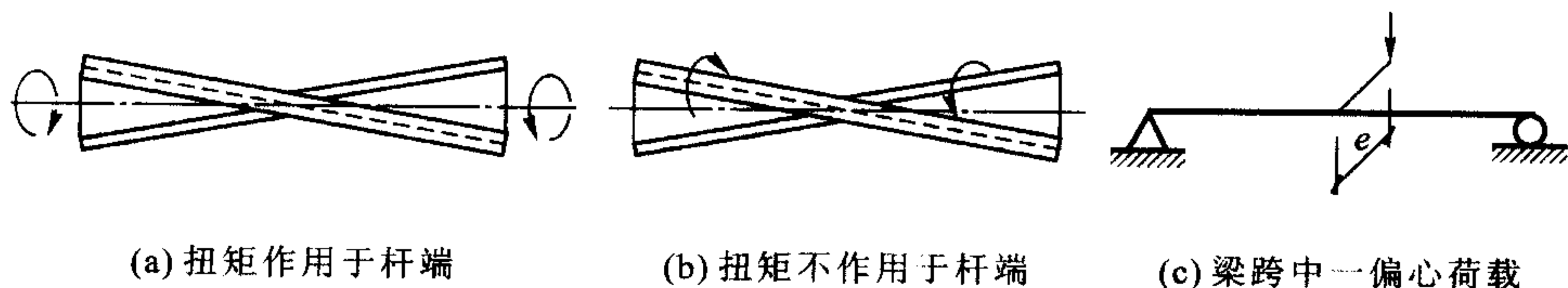


图 1-6 杆件的扭转

支承条件同样是决定杆件是自由扭转或是约束扭转的重要因素。图 1-6a 所示的两端自由工字形杆件,杆件两端受扭转荷载作用,显然为自由扭转。而图 1-7 中的工字形杆件则由于固定端的约束限制了杆件轴向的位移(翘曲),为约束扭转。此时,各截面不仅产生不同的翘曲变形,同时在两个翼缘上还产生了反向的弯曲变形。这种同时产生弯曲变形与扭转变形的情况,就是约束扭转。

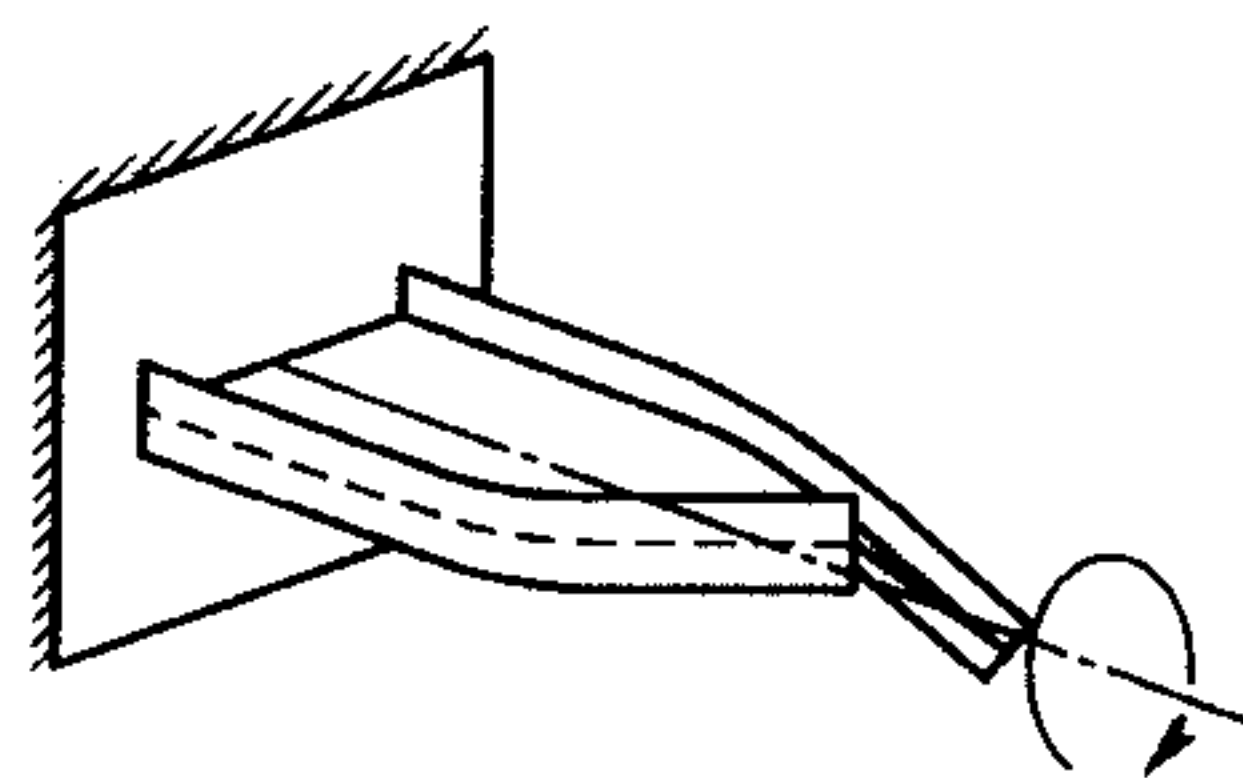


图 1-7 支承条件决定的约束扭转

自由扭转和约束扭转表面上的区别在于轴向位移自由与否,实质上这两种扭转在杆件内产生的应力及其分布是不相同的。这些将在后续章节陆续介绍。

开口截面薄壁杆件与闭合截面薄壁杆件相比,其抗扭性能特别弱。因此,本书首先着重阐述开口截面薄壁杆件的扭转,然后在此基础上对闭合截面薄壁杆件的扭转作相关介绍。

在结构工程中,除了上面讲的简支梁在跨中承受偏心集中荷载的例子外,还有很多扭转的例子。比如图 1-8a 所示的吊车梁和制动梁结构,吊车轨道虽然对吊车梁没有偏心,但对于整个吊车梁和制动梁结构来说,荷载并不通过结构的扭转中心,实际上将产生扭转作用。而对于图 1-8b 所示的吊车梁,由于吊车轨道的安装或使用过程中的偏离都会使吊车梁产生扭转。又如图 1-8c 所示的主次梁连接,次梁传给主梁的荷载对主梁同样也会产生扭转作用。

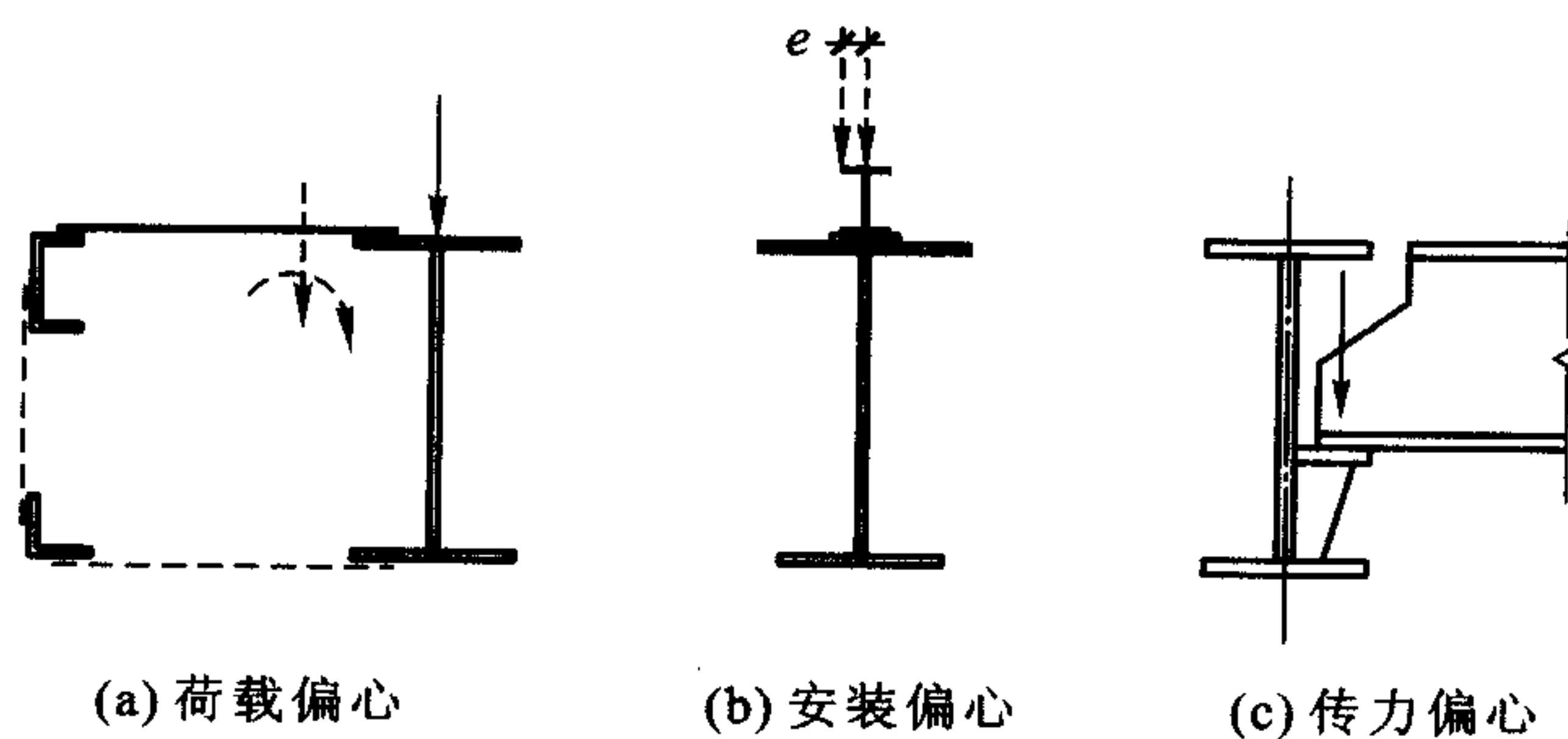


图 1-8 扭转实例一

图 1-9a 所示的开口截面或闭合截面桥梁结构、图 b 所示的檩条以及图 c 所示的建筑物(横截面)都会发生扭转。因此,了解、掌握扭转问题的分析十分必要。此外,在理论分析杆件的侧向屈曲、扭转屈曲和弯扭屈曲等过程中,也需要建立关于扭转的平衡方程。因此,无论对工程技术人员还是科研人员,学习薄壁杆件的扭转都十分重要。