国家教委中等专业学校规划教材

财经类专业通用

数学

（第三版） 第一册

财经类中专数学教材编写组 编

高等教育出版社

国家教委中等专业学校规划教材

财经类专业通用

数学

（第三版）

第一册

财经类中专数学教材编写组　编

高等教育出版社

(京)112号

本书是根据国家教育委员会1987年审定的财经类专业通用《中等专业学校数学教学大纲》编写的.全书共分四册出版,第一册内容为集合、函数、三角函数.书末附学习指导.它按教材章次,分章对应编写,每章包括内容提要、学习辅导、自我检测题三部分.

本书可供招收初中毕业生的中等专业学校财经类各专业作教材.

图书在版编目(CIP)数据

数学 第一册/财经类中专数学教材编写组编.—3版.北京:高等教育出版社,1997
ISBN 7-04-005912-6

Ⅰ.数… Ⅱ.财… Ⅲ.高等数学-专业学校-教材 Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字(97)第02535号

*

高等教育出版社 出版
北京沙滩后街55号
邮政编码:100009 传真:64014048 电话:64054588
新华书店上海发行所发行
上海市印刷三厂印装

*

开本850×1168 1/32 印张7.625 字数196 000
1987年4月第1版
1997年7月第3版 1998年7月第3次印刷
印数 243 423—398 433
定价 7.70元

责任编辑　文小西
封面设计　刘晓翔
责任绘图　吴文信
版式设计　王艳红
责任校对　朱　莹
责任印制　潘文瑞

序　言

本教材是根据1987年国家教育委员会审定的财经类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲》编写的.

本教材共分四册:

第一册　集合,函数,三角函数,反三角函数简介;

第二册　*立体几何,解析几何,排列组合与二项式定理,数列;

第三册　微积分;

第四册　行列式与矩阵,*投入产出简介,*线性规划,概率初步,*数理统计.

本教材可供招收初中毕业生的财经类各专业使用,第三、四册可供招收高中毕业生的财经类各专业选用,有*的内容供选学.

本教材是由国家教育委员会组织的财经类中专数学教材编写组编写的.编写组由南京铁路运输学校沈清任主编,参加编写的有上海银行学校姚叠叁、北京供销学校贝虹,其中第一、二册由贝虹编写,第三册由姚叠叁编写,第四册由沈清编写.

第二版教材附有学习指导,其中包括内容提要、学习辅导及自我检查题,供学生学习时参考.

第三版教材修订时,执行了量和单位及出版方面的国家标准.在第一册各有关段落穿插了使用计算器求值的方法介绍.在第四册中增加了"一般线性方程组"一节.

本教材修订后仍难免有错误和不当之处,恳切希望广大读者批评指正.

财经类中专数学教材编写组

1996年8月

目　录

第一章　集　　合

集合是现代数学中最基本的概念之一，它不仅自身已经成为一门学科，而且集合的概念已广泛地渗透到数学的各个领域. 因此，学习集合的初步理论，对进一步学习数学有着重要的意义. 本章将介绍集合的一些基本概念、常用符号、集合的表示法及其简单的运算.

§1－1　集合的概念

一、集合的意义

在许多经济工作中常常会遇到如下的数学问题：

某百货商店进了两批货，第一批有毛巾、皮鞋、尼龙袜、帽子和肥皂，共计 5 个品种；第二批有毛巾、皮鞋、座钟和收音机，共计 4 个品种. 要计算两批货共进了多少个品种？

显然，这个问题不能简单地用 $5+4=9$(种)进行计算. 我们分别考察两批货的品种，发现把它们合并在一起时，皮鞋、毛巾这两个品种是两批共有的，所以实际进货品种只有七种.

在这个问题中，我们所处理的对象是由毛巾、皮鞋之类所组成的集体，处理的方法采用了“合并”与“共有”的运算方法.

下面再考察几组对象：

(1) 所有不大于 5 的自然数；

(2) 与某个角的两边距离相等的所有的点；

(3) 所有的直角三角形；

(4) 所有的二次三项式；

(5) 某地区所有的食品商店.

它们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些式子和一些事物组成，每个组里的对象都具有某种特定的性质.

我们把具有某种特定性质的对象的总体叫做**集合**,简称**集**. 把组成集合的各个对象叫做这个集合的**元素**.

例如,上面考察的第(1)组就是由所有不大于 5 的自然数组成的集合,0,1,2,3,4,5 都是它的元素;第(3)组是由所有的直角三角形组成的集合,任何一个直角三角形都是它的元素;第(5)组是由某地区所有的食品商店组成的集合,这个地区内任何一个食品商店都是这个集合的元素.

前面所说百货商店两批进货的品种,也可以分别组成两个集合. 第一批货是由毛巾、皮鞋、尼龙袜、帽子、肥皂五个品种组成的集合;第二批货是由毛巾、皮鞋、座钟、收音机四个品种组成的集合.

下面再举几个集合的例子:

(6) 所有正偶数组成一个集合. 正偶数 2,4,6,…都是这个集合的元素.

(7) 方程 $x^2-1=0$ 的所有实数根组成一个集合. 因为这个方程只有两个实数根 1 和 -1,所以这个集合只有两个元素 1 和 -1.

(8) 不等式 $3x-2>0$ 的所有解组成一个集合. 凡是满足 $x>\frac{2}{3}$ 的实数都是这个集合的元素.

(9) 平面直角坐标系内所有的点组成一个集合. 以一对有序实数 (x, y) 为坐标的任何一个点都是这个集合的元素.

习惯上,我们用大写字母 A, B, C,…表示集合,用小写字母 a, b, c, …表示元素. 如果 a 是集合 A 的元素,就记作"$a\in A$",读作"a 属于 A";如果 a 不是集合 A 的元素,就记作"$a\notin A$"(或 $a\overline{\in}A$),读作"a 不属于 A".

例如,上面第(6)组中,设 E 为正偶数所组成的集合,则 $2\in E$,$100\in E$,而 $-2\notin E$,$0\notin E$. 又如,一条已知直线上所有的点组成了集合 L,这时若点 P 在直线上,则 $P\in L$;若点 Q 不在直线上,则 $Q\notin L$.

由数组成的集合叫做**数集**.常见的数集及其符号如下表所示

数　集	记　号
自然数集	$\mathbf{N}$
整数集	$\mathbf{Z}$
有理数集	$\mathbf{Q}$
实数集	$\mathbf{R}$

若数集中的元素都是正数,就在集合记号的右下角标以"+"号;若数集中的元素都是负数,就在集合记号的右下角标以"−"号,例如,正整数集记作 $\mathbf{Z}_+$,负实数集记作 $\mathbf{R}_-$ 等等.

一个"给定集合"的含义是指这个集合中的元素是确定的.也就是说,根据集合元素所具有的特定性质,可以判断出哪些对象是集合的元素,哪些不是它的元素,不能模棱两可.例如,对于自然数集 $\mathbf{N}$,根据自然数的特定性质不难看出 $2\in\mathbf{N}$,而 $\sqrt{2}\notin\mathbf{N}$,$\frac{1}{2}\notin\mathbf{N}$,等等.

对于一个给定的集合,其中元素是互异的.也就是说,集合中任何两个元素都是不同的,相同的对象归入任何一个集合时,只能算作集合的一个元素.

若一个集合的所有元素为有限多个,这个集合叫做**有限集合**;若它的所有元素为无限多个,就叫做**无限集合**.在前面考察的 9 组对象所组成的集合中,第(1),(5),(7)是有限集合,第(2),(3),(4),(6),(8),(9)是无限集合.

只有一个元素的集合叫做**单元素集**.例如,$\{a\}$,$\{5\}$和$\{0\}$都是单元素集;不含任何元素的集合叫做**空集**,记作$\varnothing$.例如,方程 $x^2+4=0$的所有实数根组成的集合就是空集,因为方程 $x^2+4=0$ 在实数范围内没有解,说明方程的解集中没有任何元素,是个空集.

至少有一个元素的集合叫做**非空集**.

必须注意,$\varnothing$与$\{0\}$是意义完全不同的两个集合,$\varnothing$是空集,它

不含有任何元素；$\{0\}$是单元素集，它含有一个元素 0.

另外，$\{a\}$与 a 也是意义完全不同的两个概念，$\{a\}$是个集合，而 a 是构成这个集合的一个元素.

二、集合的表示法

集合一般有以下两种表示法：列举法和描述法.

1. 列举法

把属于某个集合的元素一一列举出来，写在花括号{ }内，每个元素仅写一次，不考虑顺序，这种表示集合的方法叫做**列举法**.

例如，不大于 5 的自然数的集合可以表示为$\{0,1,2,3,4,5\}$，也可以表示为$\{2,3,4,5,1,0\}$，但不能表示为$\{2,3,0,3,1,4,2,5\}$.

当集合元素很多，不需要或不可能一一列出时，也可只写出几个元素，其他用省略号表示. 如小于 100 的自然数集可表示为$\{0,1,2,\cdots,99\}$，正偶数集可表示为$\{2,4,\cdots,2n,\cdots\}$.

例 1 用列举法写出本章开始所述百货商店两批进货品种所组成的集合.

解 设第一、二批进货品种的集合分别表示为 A_1、A_2，则

$A_1=\{$毛巾，皮鞋，尼龙袜，帽子，肥皂$\}$；

$A_2=\{$毛巾，皮鞋，座钟，收音机$\}$.

2. 描述法

把属于某个集合的元素所具有的特定性质描述出来，写在花括号{ }内，这种表示集合的方法叫做描述法.

例如，所有自然数组成的集合可以表示为

$$\{\text{自然数}\}.$$

或表示为
$$\{x \mid x\in\mathbf{N}\},$$
其中竖线的左边表示这个集合的元素的一般形式，竖线的右边表示集合的元素所具有的特定性质.

又如，平面直角坐标系内所有位于反比例函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图像上的点(x, y)组成一个集合，这个集合可表示为

$$\left\{(x, y) \middle| y = \frac{1}{x}, x \neq 0\right\}.$$

例 2　用描述法表示以下集合：

(1) 方程 $x^2-1=0$ 的所有实数根组成的集合；

(2) 不等式 $x-5>3$ 的所有解组成的集合.

解　(1) 方程 $x^2-1=0$ 的实数根组成的集合可表示为

$$\{x \mid x^2-1=0, x \in \mathbf{R}\},$$

其中 $x \in \mathbf{R}$ 一般可省略不写；

(2) 不等式 $x-5>3$ 的解集可表示为

$$\{x \mid x-5>3\}.$$

例 3　用描述法表示以下集合：

(1) 数轴上所有坐标不小于 0，不大于 2 的点所组成的集合；

(2) 在平面直角坐标系内，直线 $y=3x+2$ 上所有点组成的集合；

(3) 在平面直角坐标系的第 I 象限内所有点组成的集合.

解　如图 1-1 所示，

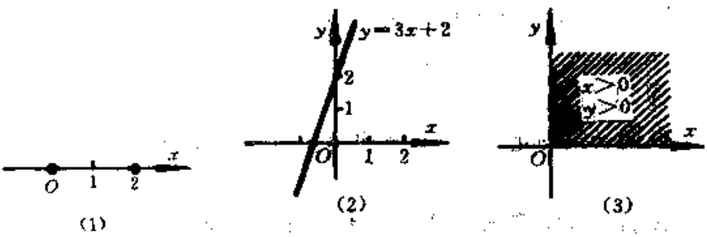

图 1-1

(1) 数轴上所有坐标不小于 0，不大于 2 的点组成的集合是：

$$\{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 2\};$$

(2) 在直角坐标系内，直线 $y=3x+2$ 上所有点的集合是：

$$\{(x, y) \mid y=3x+2\};$$

(3) 在平面直角坐标系的第 I 象限内所有点的集合是：

$$\{(x, y) \mid x>0, y>0\}.$$

一般说来，一个集合的表示法，可以采用列举法，也可以采用描述法. 上面例 3 中的三个集合，由于其中所有的点不可能一一列举，所以只能采用描述法表示.

三、集合与集合的关系

1. 集合的包含关系

我们来观察两个集合 A、B：

$$A=\{2, 4, 6, 8, 10\},$$

$$B=\{2, 6, 8\},$$

发现集合 B 中任何一个元素都是集合 A 的元素. 对于集合之间的这种关系，给出以下定义.

定义 设有两个集合 A 和 B，若 B 的每一个元素都是 A 的元素，则集合 B 叫做集合 A 的**子集**，记作

$$A\supseteq B \text{ 或 } B\subseteq A.$$

读作"A 包含 B"或"B 包含于 A".

为了直观起见，今后我们常用圆来表示一个集合，用圆中的点来表示集合中的元素.

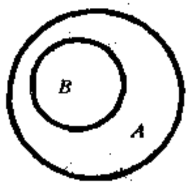

图 1-2

图 1-2 直观地描述了集合 A 与 B 的关系：

$$A\supseteq B \text{ 或 } B\subseteq A,$$

即 B 是 A 的子集.

根据子集的定义可知，**任何集合 B 都是它本身的子集**，即

$$B\subseteq B.$$

我们还规定**空集 $\varnothing$ 是任何集合 B 的子集**，即

$$\varnothing\subseteq B.$$

定义 若集合 B 是集合 A 的子集，且集合 A 中至少有一个元素不属于集合 B，则把集合 B 叫做集合 A 的**真子集**，记作

$$A\supset B \text{ 或 } B\subset A.$$

例如，自然数集 $\mathbf{N}$ 是 $\mathbf{N}$ 的子集，但不是真子集；$\mathbf{N}$ 是实数集 $\mathbf{R}$ 的子集，也是 $\mathbf{R}$ 的真子集.

显然，**空集是任何非空集合的真子集**.

例4 设集合 M 为$\{0, 1, 2\}$,试写出 M 的所有子集,并指出 M 的真子集.

解 集合 M 有 3 个元素,现按元素个数从少到多依次写出 M 的子集如下:

$$\varnothing, \{0\}, \{1\}, \{2\},$$
$$\{0,1\}, \{0,2\}, \{1,2\}, \{0,1,2\}.$$

集合 M 的子集共有 8 个,其中除$\{0, 1, 2\}$外,其余都是 M 的真子集.

2. 集合的相等关系

定义 对于两个集合 A 与 B,如果 $A\supseteq B$,同时 $B\supseteq A$,则称集合 A 与集合 B 是**相等**的,记作

$$A=B.$$

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同.例如

$$\{1, 2, 3, 4\}=\{4, 2, 3, 1\}.$$

例5 设集合 $A=\{x|16-x^2=0\}$,集合 $B=\{4,-4\}$.试讨论集合 A 与 B 的关系.

解 方程

$$16-x^2=0,$$

的所有解是 $x_1=4, x_2=-4$,因此 $A=\{4, -4\}$;而$B=\{4, -4\}$,由于两个集合的元素完全相同,所以集合

$$A=B.$$

习 题 1-1

1. 试写出下列集合的所有元素:

(1) {大于 3 小于 11 的偶数};

(2) $\{x|x^4=16\}$;

(3) $\{x|x\leqslant 28, x=4n, n\in \mathbf{Z}_+\}$;

(4) {一年中有 31 天的月份}.

2. 用适当的方法表示以下集合:

(1) 所有偶数的集合;

(2) 所有正奇数的集合；

(3) 所有大于 0 小于 4 的实数的集合；

(4) 所有周长为 20cm 的三角形的集合.

3. 按以下语句给出的条件是否能组成集合：

(1) 某班学生的全体；

(2) 漂亮衣服的全体；

(3) 高个子的全体；

(4) 某省现有中专学校的全体.

4. 试判定下列命题是否成立：

(1) 空集$\varnothing$就是$\{0\}$；

(2) $0\in\varnothing$；

(3) $3\in\{x\mid x^2-9=0\}$；

(4) $2\in\left\{x\,\middle|\,\dfrac{(x-2)^2}{x-2}=0\right\}$.

5. 用符号$\in$或$\notin$填空：

(1) 1 ____ $\mathbf{N}$，0 ____ $\mathbf{N}$，-3 ____ $\mathbf{N}$，$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{N}$；

(2) 0.5 ____ $\mathbf{Z}$，0 ____ $\mathbf{Z}$，-3 ____ $\mathbf{Z}$，$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Z}$；

(3) 0.5 ____ $\mathbf{Q}$，0 ____ $\mathbf{Q}$，$-\pi$ ____ $\mathbf{Q}$，$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Q}$；

(4) 0.5 ____ $\mathbf{R}$，0 ____ $\mathbf{R}$，$-\pi$ ____ $\mathbf{R}$，$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{R}$；

(5) 0.5 ____ $\mathbf{R}_-$，0 ____ $\mathbf{R}_+$，$-\pi$ ____ $\mathbf{Q}_-$，$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Z}_+$；

6. 指出下列集合哪些是空集,哪些是有限集合,哪些是无限集合.

(1) $\{x\mid x+1=1\}$；

(2) $\{x\mid x^2=4,\ x\in\mathbf{R}\}$；

(3) $\{x\mid -2x+3<6\}$；

(4) $\{(x,y)\mid x\in\mathbf{R},\ y\in\mathbf{R}\}$；

(5) $\{(x,y)\mid 0\leqslant x\leqslant 1,\ 0\leqslant y\leqslant 1\}$；

(6) $\{x\mid x^2+1=0,\ x\in\mathbf{R}\}$；

(7) $\{x\mid x^2-3x+2=0\}$；

(8) {小于 100 的正整数的平方数}.

7. 列举集合$\{a,b,c,d\}$的所有子集并指出哪些是真子集.

8. 设集合 A 为$\{1,3,5,7,9\}$,写出 A 中符合以下条件的子集：

(1) 元素是 3 的倍数；

(2) 元素是偶数.

9. 试选择“$\in$，$\notin$，$\subseteq$，$\supseteq$，$=$”之一填空：

(1) 3 ____ {偶数}；

(2) 2 ____ $\{x|2x-4=0\}$；

(3) $\{x|\sqrt{x}=1\}$ ____ $\{x|x=1\}$；

(4) a ____ $\{a, b\}$；

(5) $\{a\}$ ____ $\{a, b\}$；

(6) $\{0\}$ ____ $\varnothing$；

(7) a ____ $\{b, c, d\}$；

(8) $\mathbf{Q}_+$ ____ $\mathbf{R}_+$；

(9) $\mathbf{R}$ ____ $\mathbf{N}$.

10. 试判定下列命题的正误：

(1) $2\subset\{x|x\leqslant 10\}$；

(2) $2\in\{x|x\leqslant 10\}$；

(3) $\{2\}\subset\{x|x\leqslant 10\}$；

(4) $\varnothing\in\{x|x\leqslant 10\}$；

(5) $\varnothing\subset\{x|x\leqslant 10\}$；

(6) $\{2, 8\}=\{x|x^2-10x+16=0\}$.

§1－2 并集与交集

一、并集

在§1－1的例1中我们曾指出，百货商店第一批和第二批所进货物品种的集合分别为

$A_1=$｛毛巾，皮鞋，尼龙袜，帽子，肥皂｝；

$A_2=$｛毛巾，皮鞋，座钟，收音机｝.

现在把A_1中的元素与A_2中的元素合并到一起(其中每种元素只出现一次，不得重复)，就可得到两次进货全部品种组成的集合：

$A_3=$｛毛巾，皮鞋，尼龙袜，帽子，肥皂，座钟，收音机｝.

对于这样的集合，给出以下定义.

定义 设A和B是两个集合，把属于A的和属于B的所有元素合并在一起组成的集合叫做A与B的**并集**，记作$A\cup B$，读作

“A 并 B”. 我们用记号 $\vee$ 表示“或”，即

$$A \cup B=\{x \mid x \in A \vee x \in B\}.$$

因此，在上面的例子中有

$$A_3=A_1 \cup A_2.$$

上面定义中的“$x \in A \vee x \in B$”包含了三种可能的情况：

(1) $x \in A$ 但 $x \notin B$；

(2) $x \in B$ 但 $x \notin A$；

(3) $x \in A$ 且 $x \in B$.

在一个具体问题中，这三种情况不一定都出现，但不管是哪一种情况，$A \cup B$ 中的元素都至少属于 A 或 B 中的一个. 图 1-3 中的阴影部分表示 $A \cup B$，图中的(1)，(2)，(3)分别表示上述三种可能情况.

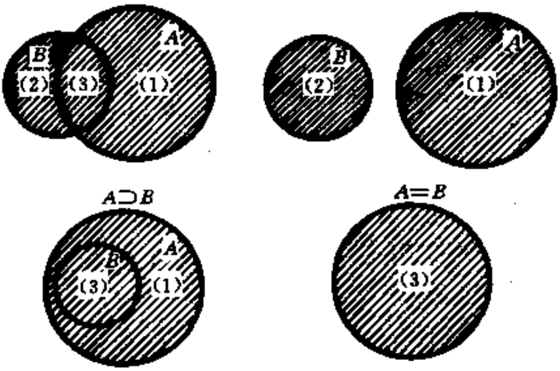

图 1-3

由并集的定义和图 1-3 不难看出，集合 A 和集合 B 都是它们的并集的子集，即

$$A \subseteq A \cup B;\quad B \subseteq A \cup B.$$

此外，对任意的集合 A，显然有

$$A \cup A=A;\quad A \cup \varnothing=A;$$

$A \cup B=B \cup A$，即对 $\cup$ 运算满足交换律.

求集合的并集的运算叫做**并运算**.

例 1 设 $A=\{2,3\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$，$C=\{0,4\}$，求 $A\cup B$ 及 $A\cup B\cup C$.

解

$$
\begin{aligned}
A\cup B&=\{2,3\}\cup\{-1,0,1,2\}\\
&=\{-1,0,1,2,3\}.\\
A\cup B\cup C&=\{2,3\}\cup\{-1,0,1,2\}\cup\{0,4\}\\
&=\{-1,0,1,2,3\}\cup\{0,4\}\\
&=\{-1,0,1,2,3,4\}.
\end{aligned}
$$

例 2 设 $A=\{$有理数$\}$，$B=\{$无理数$\}$，求 $A\cup B$.

解 $A\cup B=\{$有理数$\}\cup\{$无理数$\}=\{$实数$\}$.

二、交集

仍考虑§1－1的例1.现在把 A_1 与 A_2 中所有相同的元素选出来，就可得到两批进货相同品种所组成的集合

$$A_4=\{\text{毛巾},\text{皮鞋}\}.$$

对于这样的集合，给出以下定义.

定义 设 A 和 B 是两个集合，把属于 A 也属于 B 的所有元素组成的集合叫做 A 与 B 的**交集**，记作 $A\cap B$，读作"A 交 B".我们用记号 $\wedge$ 表示"且"，即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A\wedge x\in B\}.$$

因此，在上面的例子中有.

$$A_4=A_1\cap A_2.$$

按照集合 A 与集合 B 本身的相互关系，它们的交集有如图1－4所示的四种情形.图中的阴影部分表示 $A\cap B$.

由交集的定义和图1－4不难看出，$A\cap B$ 既是集合 A 的子集，也是集合 B 的子集，即

$$A\cap B\subseteq A;\quad A\cap B\subseteq B.$$

此外，对任意的集合 A，显然有

$$A\cap A=A;\quad A\cap\varnothing=\varnothing;$$