

XIANDAI SHOUXIAN JINGSUAN LILUN YU SHI MU

精算除了给熟悉它的人们

带来财富之外，还可给感兴趣

的人们增加许多特殊修养。

◆邹公明 / 著

现代寿险精算 理论与实务



中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

精算除了给熟悉它的人们

带来财富之外，还可给感兴趣

的人们增加许多特殊修养。

江苏工业学院图书馆
藏书章

◆ 邹公明 / 著

现代寿险精算 理论与实务



中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

图书在版编目 (CIP) 数据

现代寿险精算理论与实务 / 邹公明著. — 北京:
中国时代经济出版社, 2006.11

ISBN 7-80221-161-1

I. 现... II. 邹... III. 寿险—精算 IV. F840.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 090180 号

现代寿险精算理论与实务

邹公明
著

出 版 者	中国时代经济出版社
地 址	北京东城区东四十条 24 号 青蓝大厦 11 层
邮政编码	100007
电 话	(010) 68320825 68320496
传 真	(010) 68320634
发 行	各地新华书店
印 刷	北京昌平百善印刷厂印刷
开 本	787×1092 1/16
版 次	2006 年 11 月第 1 版
印 次	2006 年 11 月第 1 次印刷
印 张	21.25
字 数	500 千字
印 数	1~3000 册
定 价	34.00 元
书 号	ISBN 7-80221-161-1/F·037

版权所有 侵权必究

序 言

看到邹公明先生撰写的《现代寿险精算理论与实务》一书,我们不能不承认,他为中国精算教育与研究工作付出了辛勤的劳动,并且已经取得可喜的成果。

在中国,精算教育与研究工作已经有了一些年头,在学科建设和人才培养方面取得了一定的成绩。业内人士越来越认识到,精算对于保险产品的设计和定价、各项责任准备金的评估和提取、公司资产负债的管理、偿付能力计算乃至再保险安排和风险管理等,都起着非常重要的作用。但是,由于起步较晚,加上精算涉及的学科较多,专业性强,我国的精算教育与研究水平与欧美国家相比,仍然存在较大差距。据统计,到2005年底,全国保险行业获得专业资格认证的精算师仅有156人,其中101人属于国际认证,中国自主培养的精算师才不过55人。在教材建设上,差距也很大。目前,由国内专家根据自己研究成果和教学经验写成的精算学教材屈指可数,得到全行业普遍认可的教材更是罕见。显然,为了适应我国保险业进一步发展的需要,在精算教育与研究方面还有许多工作要做,广大同仁仍面临相当艰巨的任务。

2005年9月,上海财经大学出版社出版了邹公明先生编写的《精算学概论》。在以往工作的基础上,作者进行不懈努力,又推出了《现代寿险精算理论与实务》。我对精算学研究不多,也来不及仔细分析本书的细枝末节,因此不想从形式和内容上发表具体评论。其专业水准和应用价值如何,广大读者享有充分的发言权,市场自然会有“反映”和“反应”。无论如何,我们应当肯定,作者毕竟做了一件很有意义的工作。他使中国的精算教育突破了时空的限制,不仅与其他精算学者一样,在课堂上给莘莘学子传道解惑,而且还通过中国精算师资格考试辅导用书,比较系统地阐述了精算学涉及的基本内容,弥补了中国精算教育中存在的某些不足。在这个极其专业的领域里,他的书居然还能再版,这足以说明他所做的努力已经产生了广泛的社会效益。

在读者眼前这本书中,作者基本沿袭了以往的写作风格,同时又显现着作者的一些新的思想。从复利数学的奇妙运用,到生存模型中新旧生命表变迁的对比分析;从保费计算原理的多角度阐释,到对准备金及现金价值设计形式的独特表述;从给付性医疗保险精算原理的最新介绍,到现代险种特别是分红险种的科学剖析,处处体现出作者在精算教育和研究过程中的深刻思考和心得体会。更令人刮目的是,作者将衍生工具的定价理论引入到寿险保单

的选择权定价中,进一步挖掘出金融衍生工具的应用价值;他率先将计算机程序引入到精算学相关的保险费计算及测试中,更使这部书锦上添花。

在这个百家争鸣、新思想和新观念层出不穷的时代里,我不敢说作者的新思想和新见解就是定律或真理,但这些思想和见解无疑会给予学习研究精算的广大读者某些新的启迪;我也不敢说作者具有 Redington 和 London 那样振聋发聩的智慧和名言,但这本书肯定会给中国精算研究带来一些新的空气。

向后翻阅,读者会发现我的以上言论虽属一孔之见,但也并非溢美之词。

黎宗剑

2006 年 10 月

前言^①

这本书是笔者在 2003 年与 2006 年的思想结晶。在这几年里,笔者在研究精算的过程中,产生了许多奇思怪想。这些奇怪的思想涉足到众多领域,譬如证券、银行、保险、会计与财务管理、计算机科学、金融安全、物种进化、国防对策、人口理论、计算数学等等。本书中这些与精算学相关的应用与研究希望能让读者领略到另一种研修精算的独特风味。其实笔者也刻意让读者尽可能地产生非正统精算的感受,让过渡专业化的精算学过渡到边缘学科中来,让所有学经济的人都掌握精算的一些思想,甚至都具备一定的精算修养。笔者还有一个主意是不是傻还有待于实践检验,那就是学习自然科学的人也应了解精算的思想。精算是大家的精算,不是金融保险专属的产物。精算除了给熟悉它的人带来财富之外,还能给感兴趣的人们增加许多特殊修养。华东师范大学统计系、北京大学数学系及江苏大学数学系已经开设了精算学课程,笔者相信,这些交了好运的学生以后的人生道路还会好运连连的。

精算科学在精算发达国家已经应用于相当广泛的领域,军事、企业诊断、企业评级、政治风险评测、人口预测与控制、养老金等社会保障规划、企业管理等等。金融领域就更不必说了。本书有相当多的论题都与“精算”之外的领域有关,就是希望本书能使精算在中国有更广阔的应用空间。

精算还发展了相当多的学科。首先精算使概率论的内容更加丰富,使在国内死气沉沉的统计学显得精彩夺目,不仅如此,精算是计量经济学的另一种定义,甚至可改写计量经济学的定义。精算中资产负债管理的思想及方法是对传统管理学基础理论的扩充。人口及人类学的研究也会因精算理论方法的巧妙运用而产生更丰富的成果。研读本书,这些感想会时时浮于脑际。这本书的奇特之处还在于这本书有大量的计算机程序,这在精算学著作史上是无先例的。大量的程式化的计算决定了这本书的特色。这本书的特色并非笔者有意为之,其实这些特色是由精算学的特点决定的。只是笔者在为这本书艰苦奋斗之时,有点悖论,世界上众多的懂精算的计算机专家及懂计算机的精算学者怎么没想到做这事。笔者在这本书中的“抛砖”希望能引来“美玉”,以促使这种思想蓬勃发展,从而进一步使神秘的精算走向公众。

① 此书由江苏大学社会科学出版基金资助出版

这书蕴含了笔者近期多篇论文的精髓,其中的思想只有少数公布于众。这些论文涉及担保公司、经纪公司、银行、数学学科、证券公司及社会公众的金融决策等等。由于笔者的水平有限及时间的仓促,可能这些思想不乏错误之处,敬请有关专家批评指正。

最后是最想说的,那就是这书的出版,得到了中国时代经济出版社刘苻(编审)主任的大力支持,同时也希望这书正如她预料的能带来巨大的社会效益。另外笔者要感谢的是江苏大学科学技术处的余江南副处长及董洁博士,她们的工作使这书的价值得以发挥。笔者的同事余悦、王忠、蔡小霞等老师都给予了极大的支持。江苏大学工商管理学院院长梅强教授与书记周绿林教授也给予笔者极大的鼓励支持、指导,是他们给笔者提供了宽松的硬件及软件研究环境,使得这书能如期与广大读者见面。笔者喋喋不休的妻子范兴华博士也在精神上及物质上保证了充足的供给。在精算教育与研究领域,还有一些如雷贯耳的名字必须提及,李秀芳、谢志刚、李晓林、王静龙、韩天雄、卓志、孙祈祥等教授的思想给笔者在写作的过程中以启发,在这里笔者向这些精算大师们表示感谢与敬意。另外,我还要向中国保险学会的秘书长黎宗剑博士表示诚挚的谢意,他平易近人的工作作风和层出不穷的新思想给了我莫大的鼓励与帮助,并为我这书欣然写了序言。辛苦了,所有为这书作出贡献的人们,由于大家的努力这书必将不负众望。

邹公明

2006 年 10 月

目 录

序 言	黎宗剑(1)
前 言	(1)

第一篇 精算学基础:复利数学

第一章 利息的度量工具	(3)
1.1 利息的定义	(3)
1.2 积累函数与金额函数	(4)
1.3 实际利率	(5)
1.4 单利与复利	(6)
1.5 现 值	(7)
1.6 实际贴现率	(8)
1.7 名义利率与名义贴现率	(10)
1.8 瞬时利息的度量	(12)
1.9 求解利息问题	(15)
1.10 进一步的强调	(18)
第二章 年金的现值与终值	(19)
2.1 年金的定义及分类	(19)
2.2 期初年金与期末年金	(19)
2.3 延期年金	(21)
2.4 付款频率与计息频率不同的年金	(22)
2.5 变额年金	(26)
2.6 另类问题	(28)
2.7 用 VFP 计算年金现值	(30)
第三章 利息理论的应用及利率风险管理工具简介	(35)
3.1 本章问题索引	(35)
3.2 计量投资收益	(35)
3.3 贷款基本理论	(41)
3.4 测度债券价格	(51)





3.5 优先股、永久股债券和普通股	(54)
3.6 折旧方法	(55)
3.7 投资成本分析	(57)
3.8 房地产估价	(59)
3.9 久期与免疫	(61)

第二篇 精算学基础：生存模型的构造理论

第四章	生存模型分析	(67)
4.1	生存模型的定义、描述工具及分类	(67)
4.2	几个重要的参数生存模型	(69)
4.3	生命表模型分析	(75)
4.4	2000 ~ 2003 与 1990 ~ 1993 中国人寿保险业经验生命表比较分析	(79)
4.5	临床生命表的定义及应用示例	(94)
第五章	生存分布的拟合、估计与检验	(97)
5.1	概述	(97)
5.2	用概率图来确定生存分布	(97)
5.3	生存模型的参数估计	(99)
5.4	非完整样本数据情况下参数生存模型的参数估计	(103)
5.5	生存分布的检验	(105)
第六章	完整样本数据情况下表格生存模型的估计	(107)
6.1	引 言	(107)
6.2	较少样本数据情况下表格生存模型的估计	(107)
6.3	完整样本数据情况下表格可知生存模型的其他函数的估计	(109)
6.4	完整样本数据情况下生命表构造的计算机实现	(111)
6.5	补充说明及小结	(114)
第七章	不完整样本数据情况下表格生存模型的估计	(116)
7.1	观测设计与数据整理	(116)
7.2	表格生存模型的矩估计	(118)
7.3	表格生存模型的极大似然估计	(120)
7.4	一些必要的思考	(122)





第三篇 寿险精算模型

第八章 死亡保险的保单价值核算	(127)
8.1 关于保额的讨论	(127)
8.2 一年定期保险与精算的几个基本问题	(128)
8.3 n 年定期寿险的趸缴纯保费	(130)
8.4 终身寿险的趸缴保费	(132)
8.5 n 年期两全保险的趸缴保费	(133)
8.6 延期 m 年定期 n 年的趸缴纯保费	(134)
8.7 不规则保额寿险趸缴保费	(135)
8.8 一个新险种的设计	(136)
第九章 年金保险的趸缴纯保费	(139)
9.1 引 言	(139)
9.2 期初付生存年金的趸缴纯保费	(140)
9.3 期末付年金的趸缴纯保费	(142)
9.4 连续生存年金的趸缴纯保费	(143)
9.5 年付 m 次的生存年金的趸缴纯保费	(145)
9.6 变化生存年金的趸缴纯保费	(146)
第十章 均衡纯保费	(147)
10.1 引 言	(147)
10.2 完全连续均衡纯保费	(147)
10.3 完全离散型均衡纯保费	(150)
10.4 半连续型均衡纯保费与年多次缴费的均衡纯保费	(151)
10.5 例说计算保费的其他原理	(155)
10.6 单生命状态的推广	(157)
10.7 均衡纯保费计算的计算机实现	(159)
第十一章 净保费责任准备金与现金价值	(161)
11.1 引 言	(161)
11.2 完全离散纯保费情形下的责任准备金	(162)
11.3 完全连续型均衡纯保费的责任准备金	(165)
11.4 半连续型均衡纯保费的责任准备金	(168)
11.5 影响准备金计提的因素探讨	(168)
11.6 关于现金价值的讨论	(170)
11.7 均衡纯保费责任准备金计算的计算机实现	(173)





第四篇 寿险精算实务探究

第十二章 一些重要的精算实务	(177)
12.1 精算实务与多风险模型	(177)
12.2 给付性医疗保险的定价原理	(179)
12.3 股东目标与保费	(189)
12.4 关于红利的计算及案例分析	(194)
12.5 关于万能寿险产品的精算分析	(205)
12.6 利率变化对终身生存年金保费的影响研究	(225)
第十三章 保单选择权定价	(241)
13.1 引言	(241)
13.2 期权知识简介	(241)
13.3 影响期权价格的因素	(244)
13.4 期权价格的上下限	(245)
13.5 提前执行:看涨期权与看跌期权	(247)
13.6 看跌期权与看涨期权之间平价关系	(249)
13.7 单步二叉树模型	(251)
13.8 风险中性估值	(253)
13.9 两步二叉树图及其推广	(255)
13.10 看跌期权的例子及美式期权	(259)
13.11 定期寿险保单可续保选择权定价	(260)
13.12 保单退保选择权定价问题探讨	(261)
13.13 年金保险保证积累利率选择权定价	(263)

第五篇 附录

附录一:中国人寿保险业经验生命表(1990~1993)	(267)
附录二:中国人寿保险业经验生命表(2000~2003)	(283)
附录三:各险种纯保费与责任准备金计算程序(清单)	(285)
附录四:保险费测试程序(清单)	(317)



第一篇

精算学基础：复利数学

- 第一章 利息的度量工具
- 第二章 年金的现值与终值
- 第三章 利息理论的应用及利率
风险管理工具简介

第一章 利息的度量工具

1.1 利息的定义

利息可定义为资本借入者向资本出借者由于借出资金而支付的报酬。对资本出借者而言,利息就是出借资金的租金收入;对资本借入者而言,利息就是借入资金而付出的代价。从理论上讲,资金和利息不一定是同类的东西。譬如农夫张拖借给农夫李麦一台拖拉机用于收割小麦,李麦就可用小麦为利息,作为张拖借出拖拉机的回报。显然拖拉机与小麦并非同类。但本书讨论的资金都是货币资金,并且借出资金与利息都是同一类型的货币资金,从而消除计量的麻烦与汇市的干扰。

影响利息的因素通常有本金的大小、借期的长短、通货膨胀及风险的大小等。显然,在其他条件相同时,借 10 个单位的资金与借 100 万个单位的资金会有不同的单位利息(每单位借出资金所获的利息),银行也有大额与小额存款之分,这种划分的依据就源于本金对利息的影响。借期的长短对利息数额也有重要影响,银行的存款利息表就是有力的例证。对于固定利息的资金出借者而言,在严重的通货膨胀时期,出借者的资金会遭到贬值。当然,对于理性的资金出借者并且预期到了未来的通货膨胀,该资金出借者为了预防其出借资金的贬值,他会提高单位资金所获得的利息。风险的因素对利息的影响更为众人所知,“高风险高收益”这个俗语就是其的体现。银行对客户进行贷款时,通常会关注客户的信用等级,不同客户的信用等级就决定了银行出借的资金价格,这个价格通常就是出借的单位资金获得的利息。

实际上,影响利息的因素远不止以上四种。譬如借贷双方的心理博弈、效用的作用、宏观环境的变化、世界上重要金融资产价格的浮动、政局的稳定等等都会影响单位资金利息的获得能力。可这些影响的量化处理涉及到复杂的经济、金融、政治、数学甚至心理等诸多学科的高深理论。为了简化处理,如不特别说明,本书假定以上讨论的因素不影响单位资金的租金价格。本书讨论的范畴将局限于在一定的单位资金的租金价格下,本金及时间因素对利息的影响。

专栏 1.1 资金价格的决定理论简介

资金价格的决定与一般商品价格的决定有显著的不同。一般商品价格由供求关系也就是由生产者与消费者的行为共同决定,某个商品的价格决定不会对宏观经济指标产生大的影响,属于微观经济的范畴。可是资金价格的决定不仅与供求双方有关,而且与众多的宏观经济变量息息相关,资金价格的决定甚至对整个经济的平衡产生重要影响。鉴于资金价格





的特殊性,许多经济学家对资金价格的决定理论进行了探索。二百余年来,可谓百花绽放。下面对主要的资金价格的决定理论予以介绍。

首先是马克思的资金价格决定论。他认为利息是社会平均利润的一部分,并以该利润作为最高限。其次是资本边际生产力资金价格决定论。该理论认为资金的价格由资本的边际生产力决定,利息是资本生产力创造的收入。这种理论是西方经济学家最基本的看法。这种对利息来源的结论与马克思有着本质的不同。现代西方经济学古典学派创始人马歇尔首先提出资金的价格由投资和储蓄的均衡点决定。瑞典学派创始人魏克赛尔提出的自然利率理论是对马歇尔理论的发展,他认为资金的价格与货币和物价的关系比较密切。最具革命性影响的理论是凯恩斯的流动性偏好理论,他认为资金的价格作为货币现象是由货币量的供求关系决定的。利息是在一定的时期内牺牲流动性偏好的报酬。熊彼特首先在他的创新理论中提出可贷资金价格决定论,罗伯逊对其进行了完善,他们认为凯恩斯流动性偏好理论决定的资金价格是一个短期价格。在短期内货币数量增加,会使资金价格下降,但在长期内,货币数量的增加会引起货币贬值及通货膨胀,从而导致资金的价格利率的增长。最后,希克斯与汉森在可贷资金决定论的基础上提出了一般市场均衡资金价格决定论,他们认为劳动力市场、商品市场、金融市场会一起决定资金的价格。

这些理论,可使我们从不同侧面了解资金价格的决定因素,更为精准地把握市场脉搏,使我们的宏观经济快速平稳地运行。

1.2 积累函数与金额函数

在一项金融业务中,用来生息的初始投资金额,称为本金。如果这笔业务在投资期内没有追加或抽回一定数额的资金,到投资期结束,投资者收到的总金额称为积累值。积累值与本金的差额就是利息金额,简称利息。

如果期初投资额即本金为1单位,并且在任何时刻没有追加或抽回资本,那么在纯利息的效应下在时刻 t 时的积累值定义为积累函数 $a(t)$ 。这个函数具有如下性质:

1. $a(0) = 1$;
2. $a(t)$ 通常是递增的;

常数的 $a(t)$ 意味着利息为零;递减的 $a(t)$ 则表明利息为负,意味着一笔投资资金在经历了一段时间后亏损了。

3. 如果利息连续增加, $a(t)$ 也是连续的。但如果有付息日的规定,则 $a(t)$ 在付息日处是间断的。 $a(t)$ 函数的图像通常如图1.1~图1.4的情况。

一般情况下,本金并不为1,若本金为 k ,则积累到时刻 t 的积累值被定义为金额函数 $A(t)$ 。 $A(t)$ 具有如下性质:

1. $A(0) = k$;
2. $A(t) = ka(t)$;



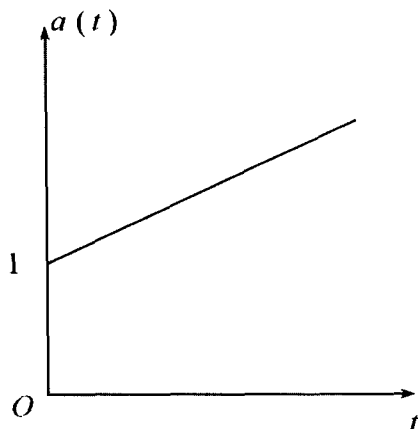


图 1.1

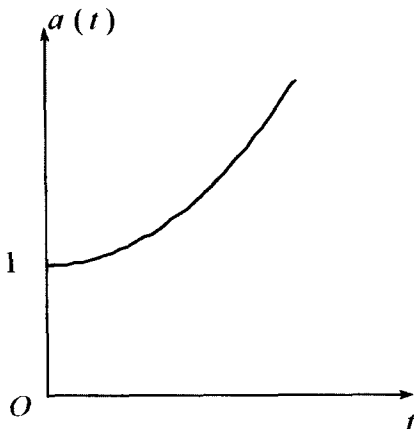


图 1.2

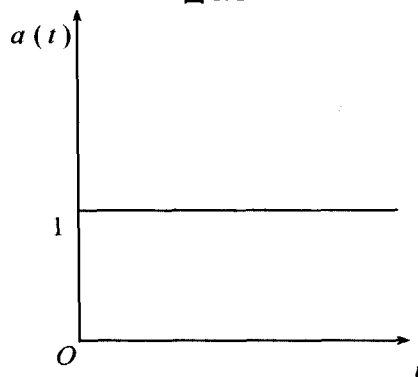


图 1.3

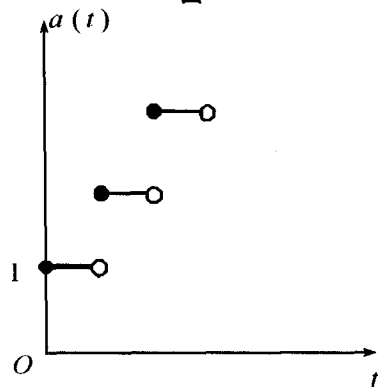


图 1.4

3. $A(t)$ 通常是递增的;
4. $A(t)$ 的连续性与 $a(t)$ 相一致。

显然 $A(t)$ 是由 $a(t)$ 派生出来,其图像可由 $a(t)$ 的图像压缩或拉伸 k 倍得到。 $a(t)$ 与 $A(t)$ 两个函数是度量利息的基本函数,几个度量利息的基本概念都由其定义而得。

例 1.1 设 $a(t) = at^2 + b$, 且 $a(6) = 73$, 期初本金为 10 个单位, 求 $A(8)$ 。

解: 由 $a(0) = 1$ 可知: $a(0) = a \cdot 0^2 + b = b = 1$ 由 $a(6) = 73$ 可知: $a(6) = 36 \cdot a + b = 36a + 1$ $a = (73 - 1)/36 = 2$ 故 $A(8) = 10a(8) = 10 \times (2 \times 8^2 + 1) = 1290$

1.3 实际利率

实际利率是本书讨论的第一种利息度量工具,它被定义为:

某一时期开始时投资一单位本金,在该时期末所获利息数额就是该时期的实际利率。

记为 i , 并常用百分数来表示。显然:

$$i = a(1) - a(0) = a(1) - 1 \text{ 或 } a(1) = 1 + i$$

对此定义给出几点说明:

1. 实际利率度量的利息是在所考察的度量期的期末支付的。





2. 本金在度量期内不发生改变,即在度量期无本金抽回也无新的本金加入。

3. 由定义可知:

$$i = \frac{a(1) - a(0)}{a(0)} = \frac{A(1) - A(0)}{A(0)} = \frac{I_1}{A(0)}$$

其中 I_1 表示投入一定数量的本金在第一度量期末所获利息。

由此可得实际利率的另一等价定义:

实际利率是某时期内得到的利息金额与此时期开始时投资的本金金额之比。

实际利率可以在任何度量时期进行计算。设 i_n 为从投资日起的第 n 个时期的实际利率,则有:

$$i_n = \frac{A(n) - A(n-1)}{A(n-1)} = \frac{I_n}{A(n-1)}$$

其中 n 为大于等于 1 的整数, I_n 的含义与前 I_1 的含义类似,当然也可定义为 $A(n) - A(n-1)$ 。

例 1.2 若 $A(4) = 1000$ 及 $i_n = 0.01n$, 求 $A(6)$ 。

解: 由 $i_5 = \frac{A(5) - A(4)}{A(4)}$ 可知: $A(5) = i_5 \cdot A(4) + A(4) = 0.05 \times 1000 + 1000 = 1050$

同样由 $i_6 = \frac{A(6) - A(5)}{A(5)}$ 可知: $A(6) = (1 + i_6) \cdot A(5) = (1 + 0.06) \times 1050 = 1113$

专栏 1.2 LIBOR

伦敦银行间同业拆借利率 (London Inter Bank Offered Rate, 简称 LIBOR) 在国际金融市场中是应用最广泛的市场基准利率, 绝大多数的资金交易、商业信贷、债券等资金利率水平都是参照 LIBOR 确定的。在期限上 LIBOR 有 1 天、7 天、14 天、1 个月 ~ 12 个月共 15 个品种, 在币种上包括美元、日元、英镑、欧元、瑞士法郎、加拿大元、澳大利亚元等世界主要自由兑换货币。LIBOR 具有权威性、科学性及实用性。除了 LIBOR 之外, 美国联邦基金利率, 即美国金融机构之间相互拆借在联邦储备银行的储备资产形成的利率又是一重要的主导型基准利率, 这是由于美国在世界经济金融体系的特殊地位使然。在我国, 全国银行间同业拆借利率 (CHIBOR) 是我国商业银行利率投资的重要依据, 该利率有 1 天、7 天、20 天、30 天、60 天、90 天、120 天 7 个交易期限。CHIBOR 是由借贷双方根据市场资本供求情况自行决定, 从而可以反映全国范围内的资金供求状况。

1.4 单利与复利

对于 $a(t)$ 有 $a(0) = 1$ 及 $a(1) = 1 + i$, 满足这两个条件的积累函数有无数个, 在金融实务中有两种最为重要, 那就是本节所讨论的单利与复利。

1. 对于线性积累函数 $a(t) = 1 + i \cdot t$ 产生的利息称为单利

若单利为常数, 容易求出第 n 期的实际利率 i_n :

$$i_n = \frac{a(n) - a(n-1)}{a(n-1)} = \frac{(1 + i \cdot n) - [1 + i(n-1)]}{1 + i(n-1)} = \frac{i}{1 + i(n-1)}$$

