

义务教育课程标准实验教材

# 数学习题

# 精选

SHUXUE  
XITI  
JINGXUAN

八年级下

人民教育出版社授权  
配人教版教材使用  
浙江教育出版社



义务教育课程标准实验教材

# 数学习题

# 精选

主 编: 朱先东  
本册作者: 王丽君 林咸聪 林明珠  
陶岳灯 李梦虎 郭斯国

八年级下

人民教育出版社授权  
配人教版教材使用  
浙江教育出版社



图书在版编目(CIP)数据

数学习题精选. 八年级. 下 / 朱先东编. —浙江: 浙江教育出版社, 2006.1 (2006.12 重印)

义务教育课程标准实验教材, 配人教版

ISBN 7-5338-6218-X

I. 数... II. 朱... III. 数学课—初中—习题  
IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 149486 号

责任编辑: 金毓莉

责任校对: 戴正泉

装帧设计: 韩波

责任印务: 温劲风

义务教育课程标准实验教材

数学习题精选 ● 八年级下 ●

|      |                                     |
|------|-------------------------------------|
| 出 版: | 浙江教育出版社<br>(杭州市天目山路 40 号 邮编 310013) |
| 发 行: | 浙江省新华书店集团有限公司                       |
| 制 作: | 杭州富春电子印务有限公司                        |
| 印 刷: | 杭州钱江彩色印务有限公司                        |
| 开 本: | 787×960 1/16                        |
| 印 张: | 11                                  |
| 字 数: | 250 000                             |
| 版 次: | 2006 年 1 月第 1 版                     |
| 印 次: | 2006 年 12 月第 2 次                    |
| 印 数: | 16 001—25 000                       |
| 书 号: | ISBN 7-5338-6218-X/G·6188           |
| 定 价: | 10.60 元                             |

联系电话: 0571-85170900-80928

e-mail: zjy@zjcb.com 网址: www.zjcb.com

版权所有 · 翻版必究

## 说明 Shuoming

新编写的《义务教育课程标准实验教材 数学习题精选》以《全日制义务教育数学课程标准》(以下简称《课标》)为依据,紧扣《课标》要求,体现《课标》倡导探究性学习,培养数学素养的理念,与教科书同步。旨在为教师和学生提供更丰富的材料,包括数学实验、数学探究、数学背景等。该书继承了原《数学习题精选》收编题目新颖、灵活、典型,知识和技能覆盖面广,重视解题方法、技能归纳和思维训练等特色,同时又对结构和体例作了全新改革。主要以例题、习题和互动探究的形式,为学生提供更多、更有趣的数学问题和数学活动来丰富课堂教学,让学生在充分体验问题解决的过程中,学会问题解决的策略、思想和方法,熟练地掌握基础知识和基本技能,增强数学应用能力。

本套丛书按教科书章节顺序编写,每章均设有“例题精析·能力训练”“综合例析·综合训练”“自我评估”等栏目。


**例题精析·能力训练** 按课时编写,主要围绕本节课教学的重点和难点,帮助学生理解概念,掌握性质、定理、方法和技巧,纠正易犯的错误,逐步培养学生综合运用知识的能力。习题的功能设置了复习巩固、综合运用和拓广探索三个层次,有针对性地选配习题,突出基础性、普及性和发展性,为学生提供了充分发展的空间,使数学教学面向全体学生。“数学活动”中能帮助学生更好地理解所学的数学内容,体会所学知识的应用,使学生在活动中加深对相应内容的认识,提高运用知识的能力。

**综合例析·综合训练** 主要是梳理本章知识,概述本章主要内容、重点、难点以及主要的性质、定理、公式,特别指出本章所蕴含的数学思想方法和学生学习方法上值得注意的问题。纵览全章,起到复习、拓展、加强应用和综合训练的作用。“互动探究”中设置一些与本章知识相关的开放性、探究性问题,优化学生的思维品质,培养学生解决问题的思维、方法以及创新意识和创新能力。

**自我评估** 分A卷、B卷两部分。A卷主要是比较贴近教学内容的基础题;B卷主要是帮助学生进一步发展、提高的中等题和提高题。两份试卷力求题型新颖,特别注重开放性、应用性、综合性题目的开发和配置。

本次印刷时,对个别差错作了纠正。

|                 |     |
|-----------------|-----|
| ▶ 第十六章 分式       |     |
| 例题精析·能力训练       | 1   |
| 16.1 分式         | 1   |
| 16.2 分式的运算      | 7   |
| 16.3 分式方程       | 18  |
| 综合例析·综合训练       | 23  |
| 自我评估            | 27  |
| ▶ 第十七章 反比例函数    |     |
| 例题精析·能力训练       | 31  |
| 17.1 反比例函数      | 31  |
| 17.2 实际问题与反比例函数 | 38  |
| 综合例析·综合训练       | 44  |
| 自我评估            | 50  |
| ▶ 第十八章 勾股定理     |     |
| 例题精析·能力训练       | 56  |
| 18.1 勾股定理       | 56  |
| 18.2 勾股定理的逆定理   | 65  |
| 综合例析·综合训练       | 72  |
| 自我评估            | 77  |
| ▶ 第十九章 四边形      |     |
| 例题精析·能力训练       | 83  |
| 19.1 平行四边形      | 83  |
| 19.2 特殊的平行四边形   | 93  |
| 19.3 梯形         | 107 |
| 19.4 课题学习 重心    | 112 |



|                 |     |
|-----------------|-----|
| 综合例析·综合训练 ..... | 113 |
| 自我评估 .....      | 117 |

▶ 第二十章 数据的分析

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 例题精析·能力训练 ..... | 125 |
|-----------------|-----|

|                  |     |
|------------------|-----|
| 20.1 数据的代表 ..... | 125 |
|------------------|-----|

|                  |     |
|------------------|-----|
| 20.2 数据的波动 ..... | 140 |
|------------------|-----|

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 20.3 课题学习 体质健康测试中的数据分析 ..... | 148 |
|------------------------------|-----|

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 综合例析·综合训练 ..... | 148 |
|-----------------|-----|

|            |     |
|------------|-----|
| 自我评估 ..... | 154 |
|------------|-----|

▶ 参考答案 .....

|     |
|-----|
| 160 |
|-----|



## 第十六章 分式

### 例题精析·能力训练

#### 16.1 分式

●一般地,如果  $A, B$  表示两个 \_\_\_\_\_, 并且  $B$  中含有 \_\_\_\_\_, 那么式子  $\frac{A}{B}$  叫做 \_\_\_\_\_.

●分式  $\frac{A}{B}$  有意义的条件是 \_\_\_\_\_;  $\frac{A}{B}$  的值为零的条件是 \_\_\_\_\_.

●分式的基本性质:分式的分子与分母同乘(或除以) \_\_\_\_\_, 分式的值 \_\_\_\_\_, 用式子表示:  $\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}$ ,  $\frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}$  (其中  $M$  为 \_\_\_\_\_ 的整式).

●分式的符号法则:  $-\frac{A}{B} = \frac{(-)A}{B} = \frac{A}{(-)B}$   
 $= -\frac{-A}{(-)B} = -\frac{-A}{B} = \frac{A}{B}$ .

●通分、约分的依据都是 \_\_\_\_\_.

#### 16.1.1 从分数到分式

#### 例题精析

例1 下列各式,哪些是整式,哪些是分式?

(1)  $\frac{1}{x}$ ; (2)  $\frac{a+b}{5}$ ; (3)  $\frac{y}{3}$ ; (4)  $-\frac{1}{3}$ ;

(5)  $\frac{x^2+y}{x}$ ; (6)  $a^2 + \frac{b}{a}$ ; (7)  $\frac{2x}{\pi+2}$ .

分析 分式的概念应注意以下三点:  
(1) 分式是两个整式相除的商式;(2) 分式的分子可以含有字母,也可以不含有字母;(3) 分式的分母中必须含有字母.判断某式是否是分式,关键看分母是否含有字母.注意: $\pi$  是一个特定字母,它表示一个无理数.

解 (2)、(3)、(4)、(7)是整式;

(1)、(5)、(6)是分式.

例2 当  $x$  取何值时,(1) 分式  $\frac{x-2}{x^2-4}$  有意义;(2) 分式  $\frac{|x|-3}{x+3}$  的值为零.

分析 (1) 分式中,分母的值不能是零.如果分式的分母是零,则分式没有意义.(2) 当分式的分子为零,分母不为零时,分式的值为零.分式的值为零,需分式有意义(即分母的值不为零)作为前提.

解 (1) 当  $x^2-4 \neq 0$ , 即  $x \neq 2$  且  $x \neq -2$  时,分式  $\frac{x-2}{x^2-4}$  有意义.

(2) 由分子  $|x|-3=0$ , 得  $x = \pm 3$ . 当  $x = 3$  时,分母  $x+3 \neq 0$ ; 当  $x = -3$  时,分母  $x+3 = 0$ . 所以当  $x = 3$  时,分式  $\frac{|x|-3}{x+3}$  的值为 0.

拓展 当  $x$  为何值时,分式  $\frac{x-2}{x^2+4}$  有意义?  
当  $x$  为何值时,分式  $\frac{|x|-3}{x^2-8x+15}$  的值为零?

能力训练

【复习巩固】

- 当  $x = -1$  时, 下列分式有意义的是 ( )  
 (A)  $\frac{x-1}{x+1}$                       (B)  $\frac{2x}{-x-1}$   
 (C)  $\frac{5}{x^2-1}$                       (D)  $\frac{x+1}{x-1}$
- 下列关于分式  $\frac{2x-6}{x-3}$  的说法, 正确的是 ( )  
 (A) 当  $x=3$  时, 分式有意义.  
 (B) 当  $x \neq 3$  时, 分式没有意义.  
 (C) 当  $x=3$  时, 分式的值为 0.  
 (D) 分式的值不可能是 0.
- 若分式  $\frac{x-4}{x+2}$  的值为 0, 则  $x$  的值为 ( )  
 (A)  $\pm 2$ .                      (B) 2.  
 (C)  $-2$ .                      (D) 0.
- 已知下列式子: ①  $\frac{1}{a}$ , ②  $\frac{x}{5}$ , ③  $\frac{m+n}{m-n}$ ,  
 ④  $-\frac{7}{4}$ , ⑤  $-2xy$ , ⑥  $\frac{x-y}{5}$ , ⑦  $\frac{xy-2y}{x}$ . 其  
 中是整式的有 \_\_\_\_\_, 是分式  
 的有 \_\_\_\_\_ (填写序号).
- 当  $x = -2$  时, 分式  $\frac{x+b}{x+a}$  没有意义; 当  $x = 4$   
 时, 分式的值为 0. 则  $a+b =$  \_\_\_\_\_.
- 已知分式  $\frac{|x|}{x+1}$ , 当  $x$  为何值时, (1) 分式有  
 意义; (2) 分式的值为 0; (3) 分式的值为  
 正数.

【综合运用】

- 写出符合下列要求的分式:  
 (1) 含字母  $x$ , 且  $x=3$  时分式无意义:  
 \_\_\_\_\_;  
 (2) 含字母  $x$ , 且仅在  $x \neq \pm 1$  时分式有意  
 义; \_\_\_\_\_;  
 (3) 含字母  $x$ , 且  $x$  取任何实数时分式都有  
 意义; \_\_\_\_\_.
- 下面是数学课堂的一个学习片断:  
 学习分式的概念后, 张老师请同学们交  
 流讨论一个问题: “当  $x$  取何值时, 分式  
 $\frac{x^2+x}{|x|-1}$  的值为零.” 同学们经片刻思考与交  
 流后, 李明同学说: “当  $x = -1$  时, 分式的值  
 等于 0.” 王华同学说: “当  $x = 0$  或  $x = -1$   
 时, 分式的值等于 0.” ……  
 阅读后请回答下面的问题:  
 (1) 假如你也在课堂中, 你的意见如何? 请  
 说说你的理由.  
 (2) 通过上面数学问题的讨论, 你有什么  
 感想?  
 (3) 你还能提出哪些问题?
- 有两个农妇一共带了 100 个鸡蛋到市场去  
 卖, 结果她们所得的钱一样多. 农妇甲说:  
 “假如我有你那么多鸡蛋, 我可以卖 15 个  
 钱.” 农妇乙说: “假如我有你那么多鸡蛋, 我  
 一定能卖  $6\frac{2}{3}$  个钱.” 如果设农妇甲有  $x$  个  
 鸡蛋, 那么



- (1) 甲农妇的鸡蛋卖了多少钱?  
 (2) 乙农妇的鸡蛋卖了多少钱?

### 【拓广探索】

10. 一头狮子和一只老虎进行百米来回赛跑(合计 200 米). 已知每跨一步, 老虎为 3 米, 狮子为 2 米, 步幅始终不变. 狮子每跨 3 步, 老虎只跨 2 步. 这场比赛结果如何?

## 16.1.2 分式的基本性质(一)

### 【例题精析】

**例 1** 写出下列等式中的未知的分子或分母:

$$(1) \frac{a-b}{ab} = \frac{(\quad)}{a^2b}; \quad (2) \frac{ab+b^2}{ab^2+b} = \frac{a+b}{(\quad)}.$$

**分析** (1) 先观察分母, 等式左边分式的分母是  $ab$ , 右边分式的分母是  $a^2b$ , 而  $a^2b = ab \cdot a$ . 由分式的基本性质, 等式右边的分式的分子也要乘  $a$ , 即为  $a(a-b)$ .

(2) 观察分子, 等式左边分式的分子是  $ab + b^2$ , 右边分式的分子是  $a+b$ , 而  $a+b = (ab+b^2) \div b$ . 由分式的基本性质, 等式右边的分式的分母也要除以  $b$ , 即为  $ab+b$ .

**解** (1)  $\frac{a-b}{ab} = \frac{a(a-b)}{a^2b}$ .

(2)  $\frac{ab+b^2}{ab^2+b} = \frac{a+b}{(ab+b)}$ .

**例 2** 不改变分式的值, 使下列分式中的分子与分母都不含“-”号:

(1)  $\frac{-a}{-2b}$ ; (2)  $\frac{3m}{-2n}$ ;

(3)  $\frac{-y}{3x}$ ; (4)  $-\frac{-4a}{3b}$ .

**分析** 根据有理数乘法的符号法则, 同号得正, 异号得负.

**解** (1)  $\frac{-a}{-2b} = \frac{a}{2b}$ . (2)  $\frac{3m}{-2n} = -\frac{3m}{2n}$ .

(3)  $\frac{-y}{3x} = -\frac{y}{3x}$ . (4)  $-\frac{-4a}{3b} = \frac{4a}{3b}$ .

**拓展** 观察以上各分式符号的变化, 你能用语言概括分式的符号法则吗?

### 【能力训练】

#### 【复习巩固】

1. 根据分式的基本性质, 在括号内填上适当的式子:

(1)  $\frac{2}{xy} = \frac{2 \cdot (\quad)}{xy \cdot (\quad)} = \frac{(\quad)}{x^2y^2}$ ;

(2)  $\frac{16ab}{24a^2} = \frac{16ab \div (\quad)}{24a^2 \div (\quad)} = \frac{(\quad)}{3a}$ ;

(3)  $\frac{1}{a-b} = \frac{1 \cdot (\quad)}{(a-b) \cdot (\quad)} = \frac{a+b}{(\quad)}$ ;

(4)  $\frac{x^2y+xy}{x^2} = \frac{(x^2y+xy) \div (\quad)}{x^2 \div (\quad)} = \frac{(\quad)}{x}$ .

2. 不改变分式的值, 使下列分式的分子、分母均不含“-”号:

(1)  $-\frac{-b}{3a}$ ; (2)  $\frac{-3x}{-x^2y}$ ;

(3)  $-\frac{-y}{-3x}$ ; (4)  $\frac{3a}{-5b^2}$ .

3. 小明的作业本上有以下四题:

(1)  $\frac{b}{a} = \frac{b^2}{a^2}$ ; (2)  $\frac{a-b}{a+b} = \frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$ ;

(3)  $\frac{2y}{2x+y} = \frac{y}{x+y}$ ; (4)  $\frac{a^2+ab}{ac} = \frac{a+b}{c}$ .

你认为他做错了( )

- (A) 1题. (B) 2题.  
(C) 3题. (D) 4题.

4. 下列等式成立的是( )

(A)  $\frac{a^2+b^2}{a+b} = a+b$ .

(B)  $\frac{a^2-b^2}{a-b} = a-b$ .

(C)  $\frac{a^2-b^2}{a+b} = a-b$ .

(D)  $\frac{a^2+b^2}{a-b} = a+b$ .

5. 下列等式成立的是( )

(A)  $\frac{c}{-a+b} = -\frac{c}{a+b}$ .

(B)  $\frac{c}{-a+b} = -\frac{-c}{a-b}$ .

(C)  $\frac{-a+b}{-a-b} = -\frac{a+b}{a-b}$ .

(D)  $\frac{-a+b}{-a-b} = \frac{a-b}{a+b}$ .

6. 如果把分式  $\frac{2x+3y}{x-y}$  中的  $x, y$  都扩大 3 倍,

则分式的值( )

- (A) 扩大 3 倍. (B) 不变.  
(C) 扩大 9 倍. (D) 缩小 3 倍.

### 【综合运用】

7. 当  $m$  取何值时, 等式

$$\frac{x+3}{2x-1} = \frac{(x+3) \cdot (3m+2)}{(2x-1) \cdot (7-2m)}$$
 成立?

8. 当  $x=25$  时, 分式  $\frac{x-7}{x^2-4x+21}$  的值是多少?

当  $x=7$  时呢?

9. 不改变分式的值, 把  $\frac{\frac{5}{6}a+b}{-a+\frac{1}{3}b}$  的分子、分母

中各项系数都化为整数.

### 【拓广探索】

10. 学校用一笔钱购买奖品, 若以 1 支钢笔和 2 本笔记本为 1 份奖品, 则可买 60 份奖品; 若以 1 枝钢笔和 3 本笔记本为 1 份奖品, 则可买 50 份奖品. 问: 这笔钱全部用来买钢笔或笔记本, 分别可买多少?

## 16.1.2 分式的基本性质(二)

### (( 例题精析

例 1 约分:

(1)  $\frac{-49a^4b^3c}{21a^2b^4cd}$ ;

(2)  $\frac{4x(x-y)^3}{6y^2(y-x)^2}$ ;

$$(3) \frac{3m^2 - mn}{9m^2 - 6mn + n^2}.$$

分析 (1) 系数最大公约数是 7, 各字母的最低次幂分别是  $a^2, b^3, c$ , 所以分子、分母的公因式为  $7a^2b^3c$ .

(2)  $(y-x)^2 = (x-y)^2$ , 所以分子、分母的公因式为  $2(x-y)^2$ .

(3) 分子、分母是多项式, 应先分别进行因式分解, 化为积的形式, 然后约去公因式.

$$\text{解 (1) 原式} = \frac{-7a^2b^3c \cdot 7a^2}{7a^2b^3c \cdot 3bd} = -\frac{7a^2}{3bd}.$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \frac{4x(x-y)^3}{6y^2(y-x)^2} \\ &= \frac{2(x-y)^2 \cdot 2x(x-y)}{2(x-y)^2 \cdot 3y^2} \\ &= \frac{2x(x-y)}{3y^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 原式} &= \frac{m(3m-n)}{(3m-n)^2} \\ &= \frac{(3m-n) \cdot m}{(3m-n) \cdot (3m-n)} \\ &= \frac{m}{3m-n}. \end{aligned}$$

拓展 化简分式  $\frac{x^2 - y^2}{ax - by + ay - bx}$ .

例 2 通分:

$$(1) \frac{b}{3a^2c^2}, \frac{c}{-2ab}, \frac{a}{5cb^3}$$

$$(2) \frac{x+2}{2x+2}, \frac{x}{x^2-x-2}, \frac{3}{4x-8}$$

分析 通分的关键是确定几个分式的最简公分母, 当分母是多项式时, 一般应先分解因式.

(1) 分母的各系数的绝对值分别是 3, 2, 5, 它们的最小公倍数是 30. 各字母因式  $a, b, c$  的最高次幂分别是  $a^2, b^3, c^2$ , 所以最简公分母是  $30a^2b^3c^2$ .

(2) 当分母是多项式, 先把各分母因式分解为  $2(x+1), (x-2)(x+1), 4(x-2)$ , 最简公分母是  $4(x-2)(x+1)$ .

解 (1)  $\because$  最简公分母为  $30a^2b^3c^2$ ,

$$\therefore \frac{b}{3a^2c^2} = \frac{b \cdot 10b^3}{3a^2c^2 \cdot 10b^3} = \frac{10b^4}{30a^2b^3c^2},$$

$$\frac{c}{-2ab} = \frac{c \cdot 15ab^2c^2}{-2ab \cdot 15ab^2c^2} = -\frac{15ab^2c^3}{30a^2b^3c^2},$$

$$\frac{a}{5cb^3} = \frac{a \cdot 6a^2c}{5cb^3 \cdot 6a^2c} = \frac{6a^3c}{30a^2b^3c^2}.$$

(2)  $\because$  最简公分母为  $4(x-2)(x+1)$ ,

$$\therefore \frac{x+2}{2x+2} = \frac{(x+2) \cdot 2(x-2)}{2(x+1) \cdot 2(x-2)}$$

$$= \frac{2(x+2)(x-2)}{4(x+1)(x-2)},$$

$$\frac{x}{x^2-x-2} = \frac{x \times 4}{(x-2)(x+1) \times 4}$$

$$= \frac{4x}{4(x+1)(x-2)},$$

$$\frac{3}{4x-8} = \frac{3 \cdot (x+1)}{4(x-2) \cdot (x+1)}$$

$$= \frac{3(x+1)}{4(x-2)(x+1)}.$$

## 能力训练

### 【复习巩固】

1. 下列分式的约分正确的是( )

$$(A) \frac{a^8}{a^4} = a^2.$$

$$(B) \frac{a^2-x^2}{b^2-x^2} = \frac{a^2}{b^2}.$$

$$(C) \frac{-a-b}{a-b} = -1.$$

$$(D) \frac{(m-n)^2}{(n-m)^2} = 1.$$

2. 下列各变形正确的是( )

$$(A) \frac{a+m}{b+m} = \frac{a}{b}.$$

$$(B) \frac{a+b}{a+b} = 0.$$

$$(C) \frac{bc-1}{ac-1} = \frac{b-1}{a-1}.$$

$$(D) \frac{x-y}{x^2-y^2} = \frac{1}{x+y}.$$

3. 已知下列分式:  $\frac{2y}{3x}, \frac{x+y}{x^2-y^2}, \frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}$ ,

$\frac{x+y}{x+y}, \frac{2a-b}{2a^2-b^2}$ . 其中最简分式有( )

- (A) 1个. (B) 2个.  
(C) 3个. (D) 4个.

4. 分式  $\frac{1}{2a}, \frac{1}{6ab}, \frac{1}{3a^2}$  的最简公分母是\_\_\_\_\_.

5.  $\frac{x}{x-1}, \frac{2-x}{x^2-1}, \frac{3}{x^2+x}$  通分的结果是(请写出过程):

$$\frac{x}{x-1} = \underline{\hspace{4cm}},$$

$$\frac{2-x}{x^2-1} = \underline{\hspace{4cm}},$$

$$\frac{3}{x^2+x} = \underline{\hspace{4cm}}.$$

6. 约分:

(1)  $\frac{8y^2}{-2xy}$ ; (2)  $-\frac{4(x-y)^2}{(y-x)^2}$ ;

(3)  $\frac{ax+ay}{x^2-y^2}$ ; (4)  $\frac{x^2-3xy}{x^2-6xy+9y^2}$ .

7. 通分:

(1)  $\frac{1}{2x}$  与  $\frac{3}{x^2}$ ; (2)  $\frac{x}{x-1}$  与  $\frac{x}{x+1}$ ;

(3)  $\frac{m-n}{2m-2n}$  与  $\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}$ ;

(4)  $\frac{b}{a^2-ab}$  与  $\frac{a}{b^2-ab}$ .

**【综合运用】**

8. 当  $a(a-1) - (a^2-b) = -2$  时, 试求

$$\frac{2(b-a)}{a^2+b^2-2ab}$$
 的值.

9. 一块边长为  $a$  的正方形纸片, 在它的四个角上都剪去一个边长为  $b$  的小正方形, 然后折成一个无盖的盒子.

- (1) 求无盖的盒子的表面积与体积的比值;  
(2) 当  $a=8, b=1$  时, 上述比值是多少?

**【拓广探索】**

10. 阅读下面材料:

$$\text{我们知道, } |x| = \begin{cases} x & (x > 0), \\ 0 & (x = 0), \\ -x & (x < 0). \end{cases} \text{ 可利用这}$$

一结论化简含有绝对值的分式.

如  $-\frac{|x-1|}{x-1}$ , 可令  $x-1=0$ , 求得  $x=1$  (称

1 是  $|x-1|$  的零点值). 零点值  $x=1$  可将全体实数分下列 3 种情况: (1)  $x < 1$ ; (2)  $x=1$ ; (3)  $x > 1$ . 从而可化简分式.

(1) 当  $x < 1$  时, 原式 =  $-\frac{-(x-1)}{x-1} = 1$ ;

(2) 当  $x=1$  时, 分式无意义;

(3) 当  $x > 1$  时, 原式 =  $-\frac{x-1}{x-1} = -1$ .

请你解决下列问题:已知分式  $\frac{|2x+1|}{4x^2-1}$ .

(1) 求出  $|2x+1|$  的零点值;

(2) 化简分式  $\frac{|2x+1|}{4x^2-1}$ .

## 16.2 分式的运算

### ●分式的乘法法则

分式乘分式,用分子的积作为\_\_\_\_\_,分母的积作为\_\_\_\_\_,用式子表示为  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ .

### ●分式的除法法则

分式除以分式,把除式的分子、分母\_\_\_\_\_后,与被除式相乘,用式子表示为  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ .

### ●分式的乘方法则

分式乘方即把\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_分别乘方,用式子表示为  $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ .

### ●分式的加减法则

同分母分式相加减,\_\_\_\_\_不变,把分子\_\_\_\_\_,用式子表示为  $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$ . 异分母分式相加减,先\_\_\_\_\_,变为\_\_\_\_\_,再相加减,用式子表示为  $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$ .

### ●整数指数幂

(1) 一般地,当  $n$  是正整数时,  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  ( $a \neq 0$ ). 这就是说,  $a^{-n}$  ( $a \neq 0$ ) 是  $a^n$

的\_\_\_\_\_.

(2) 正整数指数幂的运算性质在\_\_\_\_\_范围内同样可以适用.

## 16.2.1 分式的乘除(一)

### ((例题精析

例1 计算:

$$(1) \frac{-7a^2b}{9xy^2} \cdot \frac{18x^2y}{-21ab^2}$$

$$(2) -\frac{3ab}{4a^2} \div \frac{9b^2c}{8a^3}$$

分析 先约分,再乘除,结果要化成最简分式,并注意符号.

$$\text{解 } (1) \frac{-7a^2b}{9xy^2} \cdot \frac{18x^2y}{-21ab^2} = \frac{2ax}{3by}$$

$$(2) -\frac{3ab}{4a^2} \div \frac{9b^2c}{8a^3} = -\frac{3ab}{4a^2} \cdot \frac{8a^3}{9b^2c} = -\frac{2}{3bc}$$

例2 计算:

$$(1) \frac{x-2}{x+3} \cdot \frac{x^2+6x+9}{4-x^2}$$

$$(2) \frac{4x^2-4xy+y^2}{2x-y} \div (4x^2-y^2)$$

分析 当分子、分母是多项式时,应先进行因式分解,再约分.

$$\text{解 } (1) \text{原式} = \frac{x-2}{x+3} \cdot \frac{(x+3)^2}{(2-x)(2+x)}$$

$$= -\frac{x+3}{x+2}$$

$$(2) \text{原式} = \frac{(2x-y)^2}{2x-y} \cdot \frac{1}{(2x+y)(2x-y)}$$

$$= \frac{1}{2x+y}$$

### ((能力训练

#### 【复习巩固】

1. 下面计算正确的是( )

(A)  $\frac{x}{a} \div \frac{a}{x} = 1$ . (B)  $\frac{1}{x+3} \div (x+3) = 1$ .

(C)  $\frac{x}{a} \cdot \frac{a}{x} = 1$ . (D)  $x-2 \cdot \frac{1}{x-2} = 1$ .

2. 下列分式中,最简分式是( )

(A)  $\frac{m^2-3m}{9-m^2}$ . (B)  $\frac{7(x-y)}{9y}$ .

(C)  $\frac{6z}{8xy}$ . (D)  $-\frac{4xy^2}{8y}$ .

3. 计算: ①  $\frac{x}{y} \cdot \frac{m}{n}$ ; ②  $-\frac{a}{b} \div \frac{2a}{3b}$ ; ③  $\frac{x-y}{x}$ .

$\frac{x}{x^2-y^2}$ ; ④  $\frac{4}{x} \div \frac{2}{x}$ . 其中所得的结果是分式的是( )

(A) ①③. (B) ②③.

(C) ②④. (D) ①②③④.

4. A国有占世界  $c\%$  的人口和  $d\%$  的财富, B国有占世界  $e\%$  的人口和  $f\%$  的财富, 那么 A, B 两国的公民人均占有世界财富之比是\_\_\_\_\_.

5. 如图, 沿正方形的对角线对折, 把对折后重合的两个小正方形内的分式相乘, 乘积分别是\_\_\_\_\_.

|                     |                 |
|---------------------|-----------------|
| $\frac{a^2-1}{a^2}$ | $-3ab$          |
| $\frac{2b}{3a^2}$   | $\frac{a}{a+1}$ |

(第5题)

6. 计算:

(1)  $\frac{8x}{9y} \cdot \frac{3y}{2x^2}$ ;

(2)  $\frac{6ab^2}{9n^3} \div \frac{8a^2b}{15n}$ ;

(3)  $\frac{a}{a^2-1} \div \frac{a^2}{a^2-a}$ ;

(4)  $\frac{2x-6}{x-2} \div \frac{x-3}{x^2-4x+4}$ .

【综合运用】

7. 当  $a=1, b=-\frac{1}{2}$  时, 试求  $\frac{a^2-b^2}{a} \cdot \frac{-2a}{(a+b)^2}$  的值.

8. 已知一长方形窗框所围成的面积为  $S$ , 宽为  $a$ . 若保持面积不变, 把宽增加  $20\%$ , 则新窗框的长是原窗框的长的几分之几?

9. 已知  $m$  米布料能做  $n$  件上衣,  $2m$  米布料能做  $3n$  条裤子, 求一件上衣的用料是一条裤子用料的几倍?

【拓广探索】

10. 某天, 小明和爸爸在酒楼分享“红黑”甜品(红豆沙、芝麻糊). 爸爸点的是红豆沙, 小明点的是芝麻糊(假设红豆沙与黑芝麻糊质量相同). 点心上来后, 小明先从爸爸那儿舀两汤匙红豆沙倒进自己的芝麻糊碗里, 搅拌均匀后取回两汤匙放入爸爸原先盛红豆沙的碗中, 混合完毕后, 爸爸问小

明：“我碗中含芝麻糊的质量与你碗中含红豆沙的质量比较，哪个较多？”“当然是后者多。”你觉得小明的回答正确吗？请说明理由。

### 16.2.1 分式的乘除(二)

#### 《例题精析》

例1 计算：

$$(1) \frac{x^2-6x+9}{x^2-4x+4} \div (x-3) \cdot \frac{x^2-4}{3-x}$$

$$(2) \left(-\frac{a}{b}\right)^2 \cdot \left(-\frac{b^2}{2a}\right)^3 \div (-ab^4)$$

分析 (1) 同级分式乘除运算，按从左往右的顺序进行，分子、分母有多项式要先分解因式，同时按法则变除为乘，能约分的先约分，结果化成最简分式。

(2) 乘方的混合运算，同数的混合运算一样，先算乘方，再算乘除。

解 (1) 原式

$$\begin{aligned} &= \frac{(x-3)^2}{(x-2)^2} \cdot \frac{1}{x-3} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{-(x-3)} \\ &= -\frac{x+2}{x-2} \end{aligned}$$

$$(2) \text{原式} = \frac{a^2}{b^2} \cdot \left(-\frac{b^6}{8a^3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{ab^4}\right) = \frac{1}{8a^2}$$

拓展 计算： $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots$

$$+ \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

例2 西瓜论千克计价，购买西瓜时，希望

可以食用的部分占整个西瓜的比例越大越好。如果一批西瓜的皮厚都是  $d$ ，试问：买大西瓜还是买小西瓜合算（把西瓜都看作球状，并设西瓜内物质的密度分布是均匀的，球的体积公式为  $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ ，其中  $R$  为球的半径）？

分析 本题关键是求西瓜内物质的体积，因西瓜的皮厚都为  $d$ ，所以瓜内物质也呈球状，且它的半径为  $(R-d)$ ，则其体积为  $\frac{4}{3}\pi(R-d)^3$ 。

解 设西瓜的半径为  $R$ ，则可以食用部分与

$$\text{整个西瓜的体积的比为：} \frac{\frac{4}{3}\pi(R-d)^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \left(\frac{R-d}{R}\right)^3$$

$= \left(1 - \frac{d}{R}\right)^3$ 。因为  $d$  为定值， $R$  越大， $\frac{d}{R}$  越小， $1 - \frac{d}{R}$  越大，从而可以食用部分占整个西瓜的比越大，所以购买大西瓜更合算。

#### 《能力训练》

##### 【复习巩固】

1. 计算  $a \div a \times \frac{1}{a}$  的结果是( )

(A)  $a$ . (B) 1.

(C)  $\frac{1}{a}$ . (D)  $a^2$ .

2. 与  $-\frac{n}{m^2} \div \frac{n^2}{m^3} \cdot \frac{m}{n^2}$  结果相等的是( )

(A)  $\frac{m^2}{n^2}$ . (B)  $-\frac{m^2}{n^3}$ .

(C)  $-\frac{n}{m^4}$ . (D)  $-n$ .

3. 下列计算正确的是( )

(A)  $\left(\frac{x^3 y^2}{z^2}\right)^2 = \frac{x^9 y^4}{z^2}$ .

(B)  $\left(\frac{-7ab^2}{5c}\right)^2 = -\frac{49a^2b^4}{25c^2}$ .

(C)  $\left(-\frac{2b^3}{3a^2}\right)^3 = -\frac{8b^9}{27a^6}$ .

(D)  $\left(\frac{2x}{x-y}\right)^2 = \frac{4x^2}{x^2-y^2}$ .

4. 若  $\frac{x}{y} = -\frac{1}{2}$ , 那么  $\frac{2x^2}{y^2}$  等于( )

(A) -1. (B)  $2\frac{1}{4}$ .

(C)  $\frac{1}{2}$ . (D)  $-\frac{1}{2}$ .

5. 如果  $\left(-\frac{x}{y}\right)^2 \cdot \left(-\frac{x}{y}\right) \div (\quad)^3 = 1$ , 那么括号内的式子是\_\_\_\_\_.

6. 阅读下列解答过程, 然后回答问题:

计算:  $\frac{1}{x^2-4x+4} \div \frac{x+2}{x-2} \cdot (4-x^2)$ .

解 原式 =  $\frac{1}{(x-2)^2} \div \frac{x+2}{x-2} \cdot (2-x)(2+x)$

.....①

=  $\frac{1}{(x-2)^2} \times \frac{x-2}{x+2} \cdot (2-x)(2+x)$  .....②

= 1. ....③

(1) 其中第①步使用的公式用字母表示为\_\_\_\_\_;

(2) 其中第②步使用的法则用字母表示为\_\_\_\_\_;

(3) 步骤①, ②, ③中, \_\_\_\_\_有错误. 本题正确的解答是\_\_\_\_\_.

7. 计算:

(1)  $\left(-\frac{2b^3}{3ac^2}\right)^4$ ; (2)  $\left(\frac{y}{2x}\right)^3 \div \left(\frac{y^2}{4x}\right)^2$ ;

(3)  $\left(-\frac{a^2}{2b}\right)^3 \cdot \left(\frac{3b}{a^2c}\right)^2 \div \left(\frac{-a}{c}\right)^2$ ;

(4)  $\frac{x^2-4y^2}{x^2+2xy+y^2} \div \frac{x+2y}{x^2+xy} \div \frac{x^2-2xy}{x+y}$ .

### 【综合运用】

8. 已知  $x=1, y=-2$ , 求代数式  $(x^2-y^2) \div \frac{y-x}{y+x} \cdot \left(\frac{x-y}{x+y}\right)^2$  的值.

9. 已知  $x^2+y^2-4x+6y+13=0$ , 求  $\left(\frac{x}{y}\right)^2$  的值.

### 【拓展探索】

10. 甲、乙两人分别从 A, B 两地同时出发, 相向而行. 在 C 地相遇后, 甲又经过  $t_1$  小时到达 B 地, 乙又经过  $t_2$  小时到达 A 地. 设  $AC=s_1, BC=s_2$ , 那么  $\frac{t_1}{t_2}$  等于多少(用  $s_1, s_2$  表示)?



## 16.2.2 分式的加减(一)

## ((例题精析

例1 计算:

(1) 
$$\frac{n^2}{m-n} - \frac{4mn-m^2}{m-n} - \frac{2mn}{n-m};$$

(2) 
$$\frac{2x+2}{x^2+3x+2} + \frac{x^2-9}{x^2+5x+6}.$$

分析 (1) 分母为  $m-n$  与  $n-m$ , 而  $n-m = -(m-n)$ , 从而分母都转化为  $m-n$ . 再依据同分母分式相加减法则进行计算.

(2) 异分母的分式相加减, 通分前分式的分子、分母能因式分解的先分解因式, 能约分的先约分, 化成最简分式后再进行通分.

$$\begin{aligned} \text{解 (1) 原式} &= \frac{n^2}{m-n} - \frac{4mn-m^2}{m-n} + \frac{2mn}{m-n} \\ &= \frac{n^2 - (4mn-m^2) + 2mn}{m-n} \\ &= \frac{n^2 - 4mn + m^2 + 2mn}{m-n} \\ &= \frac{(n-m)^2}{m-n} = m-n. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 原式} &= \frac{2(x+1)}{(x+2)(x+1)} + \frac{(x-3)(x+3)}{(x+2)(x+3)} \\ &= \frac{2}{x+2} + \frac{x-3}{x+2} = \frac{x-1}{x+2}. \end{aligned}$$

例2 有一台现价值为  $N$  元的机器, 如果不加修理可以再用  $n$  次, 经修理后可以再用  $m$  次 ( $m > n$ ), 修理费是  $P$  元. 问: 在修理费满足什么条件的情况下, 修理后再使用较为合算?

分析 该台机器不加修理时, 每使用一次折合使用费为  $\frac{N}{n}$  元, 修理后每使用一次折合使用费为  $\frac{N+P}{m}$  元. 当后者小于前者时修理后再使用较为合算.

$$\text{解 由 } \frac{N}{n} - \frac{N+P}{m} > 0, \text{ 得 } \frac{Nm-nN-nP}{mn} > 0.$$

$$\therefore m > 0, n > 0, \therefore mn > 0,$$

$$\therefore Nm - nN - nP > 0,$$

$$\text{即 } nP < (m-n)N, \text{ 得 } P < \frac{m-n}{n}N.$$

$\therefore$  当  $0 < P < \frac{m-n}{n}N$  时, 修理后再使用较为合算.

## ((能力训练

## 【复习巩固】

- 下列各式计算正确的是( )
  - $\frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{1}{2a}$ .
  - $\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} = \frac{1}{2(a+b)}$ .
  - $\frac{b}{a} - \frac{b-1}{a} = -\frac{1}{a}$ .
  - $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-a} = 0$ .
- 如果  $\frac{5}{x-3} + \frac{m}{3-x} = \frac{3}{x-3}$ , 那么  $m$  等于( )
  - 2.
  - 8.
  - 2.
  - 8.
- 甲、乙两人同时同地同向而行, 甲每小时走  $a$  千米, 乙每小时走  $b$  千米, 如果从出发到终点的距离为  $m$  千米, 甲的速度比乙快, 那么到达终点甲比乙提前( )
  - $\left(\frac{m}{b} - \frac{m}{a}\right)$  小时.
  - $\left(\frac{m}{a} - \frac{m}{b}\right)$  小时.
  - $\frac{m}{a+b}$  小时.
  - $\frac{m}{a-b}$  小时.
- 如果  $\frac{x}{y} = 2$ , 则  $\frac{x^2+y^2}{xy}$  的值为\_\_\_\_\_.