

SHUXUE

数 学

SHUXUE

成都铁路运输学校数学教材编写组 ● 编



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

数 学

成都铁路运输学校数学教材编写组 编

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

内 容 提 要

本书介绍了数学基础知识、集合与逻辑用语、不等式、函数、三角函数、简单的多面体与旋转体、排列与组合、解析几何等。为了帮助学生在学习,在每一章的前面有本章导读,介绍了本章重、难点和分层次要求的要点,每一章后有本章小结与相应的习题,以帮助学生掌握所学内容。

在编写中特别注意与初中教学内容相衔接,充分考虑到学生的年龄特点,内容安排由浅入深、由易到难、由具体到生动,通俗直观,循序渐进,适合中等专业学校学生使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学 / 成都铁路运输学校数学教材编写组编. — 成都:
西南交通大学出版社, 2006.8
ISBN 7-81104-422-6

I. 数... II. 成... III. 数学课—专业学校—教材
IV. G634.601

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第092553号

数 学

成都铁路运输学校数学教材编写组 编

*

责任编辑 刘婷婷
责任校对 李梅
封面设计 本格设计

西南交通大学出版社出版发行
(成都二环路北一段111号 邮政编码: 610031 发行部电话: 028-87600564)
<http://press.swjtu.edu.cn>

四川森林印务有限责任公司印刷

*

成品尺寸: 185 mm × 260 mm 印张: 14.25
字数: 348千字 印数: 1—3 000册
2006年8月第1版 2006年8月第1次印刷
ISBN 7-81104-422-6
定价: 20.00元

图书如有印装问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

数学是中等专业学校各专业必修的一门公共课，是学生提高文化素质和学习有关专业知识的重要基础。本教材以中等职业教育的培养目标为依据，结合我校课程体系改革大纲编写，遵循“拓宽基础、强化训练、立足应用、够用为度”的原则，立足于我校分层次教学的实际情况，淡化理论推导，强调应用能力、逻辑推理能力的培养。本书中没有星号(*)的内容要求全体学生掌握，有一个星号(*)的内容要求中等学习能力学生掌握，有两个星号(**)的内容要求能力较强的学生掌握。

本教材特别注意了与初中教学内容相衔接，编写过程中充分考虑到学生的年龄特点，内容安排由浅入深、由易到难、由具体到生动，通俗直观，循序渐进。

本书内容包括数学基础知识、集合与逻辑用语、不等式、函数、三角函数、简单的多面体与旋转体、排列与组合、解析几何等。为了帮助学生在学习，在每一章的前面有本章导读，介绍了本章重、难点和分层次要求的要点。每一章后有本章小结与相应的习题。

参加教材编写的人员有滕人波、陈鉴、王夏、陈春、杨红毅、尹翼川、王伟、范世静同志，傅晓川、王士星同志参加了教材的讨论，对教材的编写提出了一些指导意见。全书由滕人波同志进行统稿和整理工作。

由于编者水平有限，书中存在不足、不当之处，欢迎使用者批评商榷。

编 者

2006年5月

目 录

序论 谈谈怎样学好中专数学	1
第一章 数学基础知识	4
第一节 科学记数法	4
第二节 单位换算	4
第三节 平面图形面积的计算	7
第四节 立体图形的表面积、体积计算	8
第五节 实数的基本性质与运算	9
第六节 式的概念及运算	12
第七节 因式分解	15
第八节 方程和方程组	18
练习题	22
第二章 集合与逻辑用语	31
第一节 集合	31
第二节 逻辑用语	37
本章小结	43
练习题	44
第三章 不等式	49
第一节 不等式的性质与证明	49
第二节 不等式的解法	51
第三节 不等式的应用	59
本章小结	60
练习题	61
第四章 函 数	67
第一节 映射与函数	67
第二节 函数的图像	70
第三节 函数的单调性和奇偶性	72
第四节 一次函数的性质	75
第五节 一元二次函数的性质	77
第六节 待定系数法	79
第七节 一次函数和二次函数的应用	80
第八节 有理指数幂与幂函数	81

本章小结	83
练习题	85
第五章 三角函数	91
第一节 角的概念的推广及其度量	92
第二节 任意角的三角函数	96
第三节 诱导公式与和角公式	101
第四节 三角函数的图像和性质	107
第五节 解三角形	120
本章小结	127
练习题	130
第六章 简单的多面体与旋转体	151
第一节 多面体	152
第二节 旋转体	157
本章小结	160
练习题	161
第七章 排列与组合	164
第一节 基本原理	164
第二节 排列、排列数	166
第三节 组合、组合数	168
第四节 排列、组合的简单应用题	170
第五节 二项式定理	172
本章小结	173
练习题	174
第八章 解析几何	178
第一节 直线	179
第二节 直线方程	181
第三节 圆锥曲线	187
本章小结	207
练习题	208
参考文献	219

序 论

谈谈怎样学好中专数学

和初中数学相比,中专数学内容繁多,更加抽象,比如函数部分内容要求有较强的推理能力和抽象能力、立体几何中要求的空间想像力等,让学生不能较快适应,给以后课程的学习带来一些困难,使一些初中数学基础不错的同学刚刚进入中专学习时会感到吃力.为解决这样的问题,我们就怎样学好中专数学谈几点意见和建议.

一、首先要改变观念

初中阶段,特别是初中三年级,通过大量的练习,可使你的成绩有明显的提高,这是因为初中数学知识相对比较浅显,更易于掌握,通过反复练习,提高熟练程度,即可提高成绩,即使是这样,对有些知识点不够理解甚至是不理解的.例如在初中问 $|a|=2$ 时, a 等于多少?在中考中错的人极少,然而进入中专后,老师问,如果 $|a|=2$,且 $a<0$,那么 a 等于多少,即便是一些原来学习成绩好的学生也会毫不思索地回答: $a=2$.这说明学生对该知识点的理解不透彻.

又如,前几年北京某重点中学高一的一个同学在期中考试以后,曾向老师提出“抗议”说:“你们平时的作业也不多,测验也很少,我不会学”,这也正说明了改变观念的重要性.

中专数学的理论性、抽象性强,需要学生在概念的理解方面下功夫,多思考,多提问.

二、提高听课效率是关键

学生在校期间,课堂时间占了一大部分,因此听课的效率如何,决定着学习的基本状况.如何提高听课效率,建议注意以下几点:

1. 课前预习能提高听课的针对性

预习中发现的难点,就是听课的重点;对预习中遇到的没有掌握好的有关的旧知识,可进行补缺,以减少听课过程中的困难;有助于提高思维能力,预习后把自己理解了的东西与老师讲解的内容比较、分析可提高自己的思维水平,还可以培养自己的自学能力.

2. 听课过程中的科学方法

首先应做好课前的物质准备和精神准备.上课前不应做过于激烈的体育运动或看小书、下棋、打牌、激烈争论等,以免上课后不能较快平静下来.上课时不应出现书、本、笔等物品丢三落四的现象.

其次就是听课要全神贯注.全身心地投入课堂学习中,心到、耳到、眼到、手到、口到.

心到：就是用心思考，跟上老师的数学思路，分析老师是如何抓住重点，解决疑难。

耳到：就是专心听讲，听老师如何讲课，如何分析，如何归纳总结，另外，还要听同学们的答问，看是否对自己有所启发。

眼到：就是在听讲的同时看课本和板书，看老师讲课的表情、手势和演示实验的动作，生动而深刻地接受老师所要表达的思想。

手到：划出内容的重点，记下讲的内容。

口到：在老师的指导下，主动回答问题或参加讨论，表达自己的感受或有创新思维的见解。

若能做到上述“五到”，精力会高度集中，课堂所学的一切重要内容会在自己头脑中留下深刻的印象。

3. 特别注意老师讲课的开头和结尾

老师讲课开头，一般是概括前节课的要点，指出本节课的大致内容，是把新旧知识联系起来的重要环节；结尾常常是对本节课知识的归纳总结，具有高度的概括性，是本节知识的纲要。

4. 锻炼逻辑思维能力，注意体会老师分析问题的思路 and 解决问题的思想方法，坚持下去，就一定能举一反三，提高解决问题的能力

此外还要特别注意老师讲课中的提示。

老师讲课中常常就重点难点做出某些语言、语气、甚至是某种动作的提示，要留心记录相应的知识点。

最后一点，作好听课笔记，笔记是将上述听课中的要点、思维方法等做出简单扼要的记录，以便复习、消化、思考。

三、做好复习和总结工作

1. 做好及时的复习

上课完的当天，必须做好当天的复习。复习的有效方法不是一遍遍地看书或笔记，而是采取回忆式的复习：先把书合起来回忆上课老师讲的内容、例题，分析问题的思路、方法等（也可边想边在草稿本上写一写）尽量想得完整。然后打开笔记与书本，对照还有哪些没记清的，把它补起来，使得当天上课内容巩固下来，同时也能检查当天课堂听课的效果。

2. 做好单元复习

学完一个单元后应进行阶段复习，复习方法同平时复习一样，采取回忆式复习而后与书、笔记相对照，使其内容完善，并做好单元小结。

3. 做好单元小结

单元小结内容应包括以下部分：

(1) 单元（章）的知识网络；

(2) 本章的基本思想与方法（最好能以典型例题形式表达出来）；

(3) 自我体会：对本章自己做错的地方应有记载，分析原因及找到正确答案，还应记录下你觉得最有价值的思想方法或例题，以及你认为还未解决的问题，以便今后补上。

四、关于习题量的问题

有同学把提高数学成绩的希望寄托在大量做题上，这是不妥当的。做题的目的在于检查所学的知识、方法掌握的情况。如果掌握得不准，甚至有偏差，那么多做题的结果，反而巩固了缺欠，因此，我们认为，在准确地把握住基本知识和方法的基础上做一定量的练习才是必要的。对于中档难度的题，尤其要讲究做题的效益，即做题后有多大收获，在做题后进行一定的“反思”，思考一下本题所用的基础知识，数学思想方法是什么，为什么要这样想，是否还有别的想法和解法，本题的分析方法与解法，在解其他问题时，是否用过，把它们联系起来，你就会得到更多的经验和教训。养成善于思考的好习惯，将非常有利于你今后的学习。当然没有一定量（老师布置的作业量）的练习就不能形成技能，也是不行的。

最后想说的是：“兴趣”和信心是学好数学的最好的向导。这里说的“兴趣”并不是将来去研究数学，做数学家的意思，而指不反感，不当作负担。“伟大的动力产生于伟大的理想。”只要明白学习数学的重要，你就会有无穷的力量，并逐步对数学感到兴趣。有了一定的兴趣，信心就会增强，也就不会因为某次考试的成绩不理想而泄气，在不断总结经验和教训的过程中，你也就会越来越认识到“兴趣”和信心是你学习中的最好的向导。

最后祝大家在中专的数学学习中取得优异的成绩。

第一章 数学基础知识

中国有句古训叫做“温故而知新”，说的是旧的知识通过复习总结就会有新的认识和体会，希望同学们在学习新知识之前，温习下面的内容，以便能顺利地进入新数学课程的学习。

第一节 科学记数法

我们把一个大于 10 的实数记成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a 是整数，数位只有一位且满足 $1 \leq a < 10$ ，这种记数的方法就叫做科学记数法，它给数的表示带来了极大的方便。

例 1 用科学记数法记出下列各数：

$$(1) 1\ 000\ 000; \quad (2) 57\ 000\ 000; \quad (3) 7\ 400\ 000\ 000.$$

$$\text{解：}(1) 1\ 000\ 000 = 1 \times 10^6; \quad (2) 57\ 000\ 000 = 5.7 \times 10^7;$$

$$(3) 7\ 400\ 000\ 000 = 7.4 \times 10^9.$$

例 2 下列用科学记数法记出的数，原来各是什么数？

$$(1) 8.5 \times 10^6; \quad (2) 7.04 \times 10^5; \quad (3) 3.96 \times 10^4.$$

$$\text{解：}(1) 8.5 \times 10^6 = 8\ 500\ 000; \quad (2) 7.04 \times 10^5 = 704\ 000;$$

$$(3) 3.96 \times 10^4 = 39\ 600.$$

注：在一个数的科学计数法中，10 的指数比原数的整数位数少 1，如原数有 n 位整数，则指数就是 $n - 1$ 。

例 3 用科学记数法记出下列各数：

$$(1) \text{地球离太阳约有一亿五千万千米}; \quad (2) \text{地球上煤的储量估计为 15 万亿吨以上}.$$

$$\text{解：}(1) 150\ 000\ 000\ 000 = 1.5 \times 10^{11} \text{ 米};$$

$$(2) 15\ 000\ 000\ 000\ 000 = 1.5 \times 10^{13} \text{ 吨}.$$

注：像例 3 这样的问题先把文字翻译成数字，然后再用科学记数法来表示。

第二节 单位换算

在生产实践和日常生活中，单位换算是我们经常都会碰到的问题，掌握好它，无论对我们的工作还是生活都有很大的帮助。

1. 重量单位换算

要知道物体的轻重，必须用重量单位来计量。常用的重量单位有吨、千克、克、毫克、

例 3 填空：

- (1) 50 000 平方米 = 公顷； (2) 120 000 公顷 = 平方千米；
 (3) 18 平方米 = 平方分米； (4) 24 500 平方毫米 = 平方分米；
 (5) 768 平方厘米 = 平方米； (6) 3 600 平方分米 = 平方米。

4. 体积单位换算

要知道物体体积的大小，就要用体积单位来计量，常用的体积单位有立方米、立方分米（升）、立方厘米（毫升）、立方毫米等，如表 1-5 所列。

表 1-5 常用的体积单位表

名 称	立方米	立方分米	立方厘米	立方毫米
进 率	1 000	1 000	1 000	—

例 4 填空：

- (1) 16 立方米 = 立方分米； (2) 170 000 立方厘米 = 立方米；
 (3) 7 600 立方分米 = 立方米； (4) 36.5 立方分米 = 立方厘米。

5. 时间单位换算

要知道时间的长短，必须用时间单位来计量，常用的时间单位有年、月、日（天）、时、分、秒，地球自转一周所用的时间叫做一日，地球绕太阳旋转一周所用的时间叫做一年，比年大的时间单位是世纪，100 年是一个世纪。常用的时间单位表如表 1-6 所列。

表 1-6 常用的时间单位表

名 称	世 纪	年	月	日 (天)	时	分	秒
进 率		100	31 (一、三、五、七、八、十、十二各月) 30 (四、六、九、十一各月) 28 (平年二月) 29 (闰年二月)	24	60	60	—

注：通常公历年份是 4 的倍数的是闰年，但如果公历年份是整百数时必须 是 400 的倍数才是闰年。

例 5 填空：

- (1) 平年 1 年是 () 日，闰年 1 年是 () 日；
 (2) 公历 2000 年是不是闰年？ ()

例 6 下面的公元年份哪些是平年？哪些是闰年？

1974 1980 1996 1900 1600

例 7 填空：

- (1) 1 420 时 = 月 时； (2) 3 时 20 分 = 分；
 (3) 2 时 16 分 = 时； (4) 678 秒 = 分 秒。

6. 角度单位换算

常用的角度计量单位有：度、分、秒等，如表 1-7 所列。

$$r = \frac{l}{2\pi} = \frac{18.84}{2 \times 3.14} = 3, \quad S = \pi r^2 = 9\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

第四节 立体图形的表面积、体积计算

1. 正方体

$$V = a^3, \quad S = 6a^2.$$

2. 长方体

$$V = abc, \quad S = 2(ab + bc + ac).$$

3. 圆柱

$$V = \pi r^2 h, \quad S = 2\pi r^2 + 2\pi r h.$$

4. 圆锥

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h, \quad S = \pi r^2 + \pi r l.$$

5. 球

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad S = 4\pi r^2.$$

例 1 一个长 6 m, 宽 5 m, 高 4 m 的长方体水池, 它的容积是多少? 大约需要多少平方米的瓷砖?

解: 据已知条件可知:

$$V = 6 \times 5 \times 4 = 120 \text{ (m}^3\text{)},$$

$$S = 2(6 \times 5 + 5 \times 4 + 6 \times 4) = 148 \text{ (m}^2\text{)}.$$

答: 水池的容积是 120 m³, 大约需要 148 m² 的瓷砖.

例 2 一个圆柱形水桶, 从里面量底面直径是 30 cm, 高是 35 cm, 这个水桶的容积是多少升?

解: 据已知条件, $r = 15$, $h = 35$, 故

$$V = \pi r^2 h = 225 \times 35\pi = 7875\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

答: 水桶的容积是 7.875π 升.

例 3 一个篮球的直径约为 18 cm, 它的表面积是多少? 体积是多少?

解: 据已知条件可知 $r = 9$, 则

$$S_{\text{球}} = 4\pi r^2 = 4 \times 9^2 \pi = 324\pi \text{ (cm}^2\text{)},$$

$$V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 729\pi = 972\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

答: 篮球的表面积是 324π cm², 体积是 972π cm³.

第五节 实数的基本性质与运算

一、实数的分类

1. 自然数

人类在数物体个数时，逐渐产生了自然数：

$$0, 1, 2, 3, 4, \dots, 10, 11, \dots$$

自然数也就是人们用来数物体个数的符号，1是自然数的记数单位，从0开始逐次加1，可以得到任一个自然数，对任一个自然数 a ， $a+1$ 又是一个新的自然数，因此自然数的个数是无限的。

2. 分数

后面几章在自然数集中，除法不是总能进行的，例如，我们知道 $2 \div 3$ ，它的商不可能是任何自然数。为了用数表示这个商，人们发明了分数，办法是，把单位1化小，把单位1分成3份（图1.2），取其中1份作为度量单位，这一小份记作 $\frac{1}{3}$ ，这样2中就有6个 $\frac{1}{3}$ 。6个 $\frac{1}{3}$

分成3份，每份应是2个 $\frac{1}{3}$ ，2个 $\frac{1}{3}$ 记作 $\frac{2}{3}$ ， $\frac{2}{3}$ 就是单位为 $\frac{1}{3}$ 的分数，于是 $2 \div 3$ 的商可用 $\frac{2}{3}$ 表

示，即 $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ 。

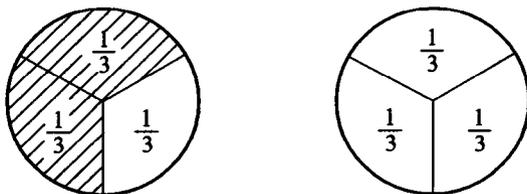


图 1.2

一般地，对于两个任意的非零自然数 a 、 b ，形如 $\frac{b}{a}$ 的数叫做正分数。正分数 $\frac{b}{a}$ 的度量单

位是 $\frac{1}{a}$ ， $\frac{b}{a}$ 等于 b 个 $\frac{1}{a}$ 。

分数的基本性质：对每个分数 $\frac{b}{a}$ 和一个非零自然数 m ，都有

$$\frac{b}{a} = \frac{bm}{am} = \frac{b \div m}{a \div m},$$

这就是说，分数的分子和分母同乘以或同除以一个非零自然数，分数值不变，这样，同一个分数值就有无数多的分数形式。例如

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \dots$$

分子与分母互质的分数叫做最简分数，利用分数的基本性质可以把任一个分数化成最简分数，这个过程的每一步都叫做约分；如果两个分数的分母不同，利用分数的基本性质可把它们化为分母相同的分数，这个过程叫做通分，例如， $\frac{3}{4}$ ， $\frac{4}{5}$ 可通分为：

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}, \quad \frac{4}{5} = \frac{16}{20}.$$

分数加法、减法和乘法、除法的运算法则，可归纳如下：

$$(1) \frac{b}{a} \pm \frac{d}{c} = \frac{bc \pm ad}{ac};$$

$$(2) \frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{bd}{ac}; \quad \frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}.$$

在分数应用问题中，有两个重要的类型：

(1) 求某数的几分之几。（用乘法计算）

(2) 已知某数的几分之几是多少，求某数。（用除法计算）

这两种类型同学们一定要理解，并加以记忆。

例 1 25 的 $\frac{3}{5}$ 是多少？

解： $25 \times \frac{3}{5} = 15$ ，所以 25 的 $\frac{3}{5}$ 是 15。

例 2 已知某数的 $\frac{3}{5}$ 是 15，求某数？

解： $15 \div \frac{3}{5} = 25$ ，所以某数是 25。

小数是分别以 10, 100, 1 000, ... 为分母的分数，例如

$$0.2 = \frac{2}{10}, \quad 0.23 = \frac{23}{100}, \quad 1.234 = \frac{1234}{1000} \dots$$

3. 无理数

由勾股定理知道，边长为 1 的正方形的对角线边长等于 $\sqrt{2}$ ，如图 1.3 所示。

我们可以证明， $\sqrt{2}$ 不能写成分数的形式，即不存在两个非零自然数 a 、 b 使

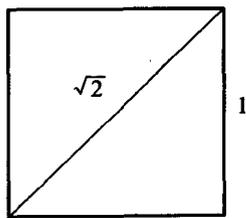
$$\sqrt{2} = \frac{b}{a}.$$

像 $\sqrt{2}$ 和圆周率 π 都不能用分数精确地表示，它们叫做正无理数，虽然每一个无理数不能表示为分数，但都可用分数或小数去近似地表示它，并且可达到任意精确的程度，例如

$$1.4, 1.41, 1.414, 1.4141, \dots$$

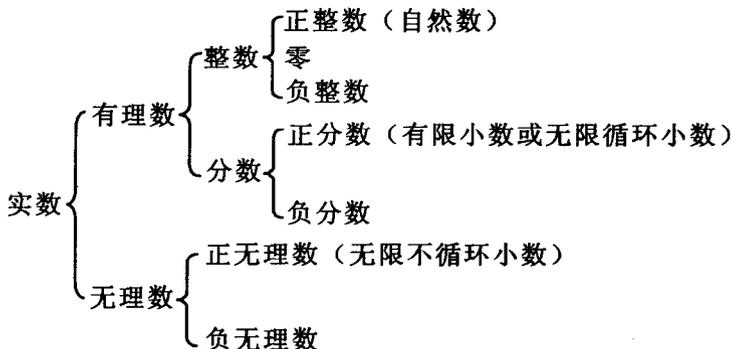
都可作为 $\sqrt{2}$ 的不足近似值。

正分数与正无理数叫做正实数。



1
图 1.3

此外，为了表示具有相关意义的量，我们还引入了正数与负数，这样实数可分类如下：



二、实数的相关概念

1. 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴，数轴上的所有点与全体实数可建立一一对应关系，如图 1.4 所示。

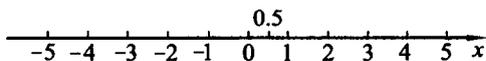


图 1.4

数轴的建立，使数和形有了联系，任何一个实数与数轴上的点一一对应。根据数轴上的位置，可对两数的大小进行比较，即数轴上表示的两个数，右边的总比左边的大。

2. 相反数

在数轴上原点的两旁，离原点相等距离的两个点所表示的数，称这两个数互为相反数。如 6 与 -6、 a 与 $-a$ 都互为相反数。0 的相反数是 0。

a 与 b 互为相反数 $\Leftrightarrow a + b = 0$

3. 绝对值

一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离，记为 $|a|$ 。数轴上表示 3 的点与原点的距离是 3，所以 3 的绝对值是 $|3| = 3$ ，数轴上表示 -5 的点与原点的距离是 5，所以 -5 的绝对值是 $|-5| = 5$ 。0 的绝对值是 0 ($|0| = 0$)。由此可得：

$$|a| = \begin{cases} a & a > 0 \text{ (正数的绝对值是它的本身)} \\ 0 & a = 0 \text{ (零的绝对值是零)} \\ -a & a < 0 \text{ (负数的绝对值是它的相反数)} \end{cases}$$

两个负数，绝对值大的反而小。

三、实数的运算

在实数范围内加、减、乘、除、乘方运算都可以进行，但开方运算并不一定能进行（如