

新课标同步导学

高一数学

(必修1、2)

大连教育学院 编

本册主编 赵文莲 王书臣



全程解读 要点精练 拓展创新 高考预测



电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry

<http://www.phei.com.cn>

新课标同步导学

高一数学

(必修 1、2)

大连教育学院 编

本册主编 赵文莲 王书臣

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书由知名的学科专家和优秀的一线教师联合编写。本书采用新的教学理念,在内容取舍和体例编排上,注重学生的自主研究、亲身实践与开拓创新,强调对学生进行知识和能力的同步培养。

本书与人教社普通高中课程标准实验教科书B版《数学》必修1、必修2同步、配套,可配合师生课堂教学使用,同时由于内容实用,也可供高中学生自学参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

新课标同步导学. 高一数学. 1、2:必修/大连教育学院编;赵文莲,王书臣本册主编. —北京:电子工业出版社,2006.8

ISBN 7-121-03026-8

I. 新… II. ①大… ②赵… ③王… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第092245号

责任编辑:张旭

印刷:大连华伟印刷有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编100036

经销:各地新华书店

开本:787×1092 1/16 印张:12.5 字数:440千字

印次:2006年8月第1次印刷

定价:15.00元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换;若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010) 68279077。质量投诉请发邮件至 zls@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

丛书编委会

主 任 张 涛

副 主 任 薛圣玉 蓝新忠 孙 让

编 委 钱国利 贾荣固 赵文莲 王书臣

黄艳明 林 红 张 鹏 孟繁伟

蓝新忠 王 惠 王 洁 王延玲

邹爱丽 刘国男 郭 弘 苗懿明

孙 让 刘 红 杨增祥 于立学

本册主编 赵文莲 王书臣

本册编者 刘长华 聂 群 袁庆祝 孙 勇

赵文莲 李少锋 王洪志 杨光宇

夏元奇

编写说明

本书的编写较以往的教辅书有较大的突破,主要体现在以下三个方面:

1. 全新的知识体系。本书按“自学引领”、“知能导向”、“典例辅析”、“自我发展”等环节展开,知识内容力求由浅入深,能力要求循序渐进。“典例精析”中所选例题或是最新高考题,或是往年好题、精题。全书注重知识点,以及重点和难点的解析,重在数学思想方法的引导,重在高考考点和应试技巧在课程学习阶段的提前渗透。“自我发展”又按“基础闯关”、“应用迁移”、“开放创新”逐步深入和展开。所选习题新颖、覆盖面广,真正体现出了基础、应用、创新之间的有机结合。

2. 可读性强。本书选取了许多课本之外的数学知识,不仅能拓展学生的知识视野,同时也对课堂内容做了有益的补充。阅读本书后,一定会有一种耳目一新、豁然开朗的全新感受和体会。

3. 实用性、练习性并重。每章结束,作者对本章的重点、难点、高考热点予以精要的总结,并配以相应的单元测试,同时对所选的习题都附有准确、简洁的答案和提示,体现了与教材的有效配合,具有极强的实用性和练习性。

本书由大连教育学院邀请学科教学研究人员、特级教师、骨干教师共同参与编写,具体分工如下:第一章由刘长华、聂群编写,第二章由袁庆祝、孙勇编写,第三章由刘长华、赵文莲、聂群编写,第四章由李少锋、王洪志编写,第五章由杨光宇、夏元奇编写。

编者

2006年7月

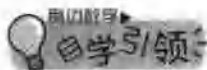
目 录

第一章 集合	1
1.1 集合与集合的表示方法	1
1.2 集合之间的关系与运算	4
1.2.1 集合之间的关系	4
1.2.2 集合的运算	7
单元达标	10
第二章 函数	12
2.1 函数	12
2.1.1 函数的概念	12
2.1.2 函数的表示方法	15
2.1.3 函数单调性	20
2.1.4 函数奇偶性	24
2.2 一次函数和二次函数	28
2.2.1~2.2.2 一次函数和二次函数的图像与性质	28
2.2.3 待定系数法	33
2.3 函数的应用	36
2.4 函数和方程	41
2.4.1~2.4.2 函数的零点与二分法	41
单元达标	45
第三章 基本初等函数(I)	48
3.1 指数与指数函数	48
3.1.1 有理指数幂及其运算	48
3.1.2 指数函数	51
3.2 对数与对数函数	55
3.2.1 对数及运算	55
3.2.2 对数函数	57
3.2.3 指数函数与对数函数的关系	59
3.3 幂函数	61
3.4 函数的应用举例	64
单元达标	67
第四章 立体几何初步	70

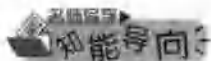
4.1 空间几何体	70
4.1.1 多面体与棱柱	70
4.1.2 棱锥与棱台	74
4.1.3 圆柱、圆锥、圆台和球	77
4.1.4~4.1.5 投影、直观图与三视图	80
4.1.6 棱柱、棱锥、棱台和球的表面积	84
4.1.7 柱、锥、台和球的体积	87
4.2 点、线、面之间的位置关系	91
4.2.1 平面的基本性质与推论(一)	91
4.2.1 平面的基本性质与推论(二)	95
4.2.2 空间中的平行关系(一)	98
4.2.2 空间中的平行关系(二)	103
4.2.3 空间中的垂直关系(一)	108
4.2.3 空间中的垂直关系(二)	113
单元达标	118
第五章 平面解析几何初步	122
5.1 平面直角坐标系中的基本公式	122
5.2 直线的方程	125
5.2.1~5.2.2 直线的斜率、直线方程的几种形式	125
5.2.3~5.2.4 两条直线的位置关系及点到直线的距离	128
5.3 圆的方程	131
5.3.1 圆的方程	131
5.3.2 直线与圆的位置关系	134
5.3.3 圆与圆的位置关系	138
5.4 空间直角坐标系	141
单元达标	144
参考答案	146

第一章 集 合

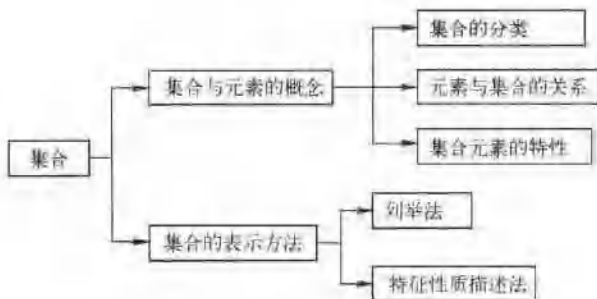
1.1 集合与集合的表示方法



在生活、工作和学习中,我们经常要考察一些有确定对象组成的整体,我们把一些能够确定的不同对象组成的整体称为集合.如果把我校今年新入学的高一学生的全体构成一个集合,那么每一个新生与这个集合是什么关系?如何表示这个集合?抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 上所有点如何用简单的符号语言表示呢?



1. 知识结构



2. 思维启迪

- (1) 应注重构成集合的元素必须满足确定性、互异性和无序性,解题时应加以注意.
- (2) 元素与集合之间的关系是“属于”或“不属于”的关系,二者必居其一.
- (3) 注意“空集”的概念,注意“0”是自然数.
- (4) 掌握用列举法和描述法表示集合的方法,用描述法表示的集合,要弄清集合中的元素是什么?它符合什么条件?从而准确理解集合的意义.



例1 下列各组对象的全体能否构成一个集合?

- (1) 《高一数学》中的所有难题;
- (2) 方程 $(x+1)(x-2)(x-3)=0$ 的实数解;
- (3) 正方形的全体;
- (4) 方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 的实数解.

【解析】 (1) “难题”的标准不明确,所以不构成集合.

(2) 方程 $(x+1)(x-2)(x-3)=0$ 的实数解是确定的,构成集合.

(3) 一个四边形是否为正方形是确定的,构成集合.

(4) 方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 无实数解,集合中不含任何元素,集合为空集.

【反思】 判断一组对象是否构成集合,关键是判断对象的确定性.

例2 用适当的方法表示下列集合:

(1) 方程组 $\begin{cases} 2x-3y=14 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$ 的解集;

(2) 在二次函数 $y=-x^2-2$ 图像上的所有点组成的集合;

(3) 被5除余2的正整数的集合;

(4) 到坐标轴距离相等的点.

【解析】 (1) $\{(x,y) \mid \begin{cases} 2x-3y=14 \\ 3x+2y=8 \end{cases}\} = \{(x,y) \mid \begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}\} = \{(4,-2)\}.$

(2) $\{(x,y) \mid y=-x^2-2, x \in \mathbf{R}\}.$

(3) $\{x \in \mathbf{N} \mid x=5k+2, k \in \mathbf{N}\}.$

(4) $\{(x,y) \mid |y|=|x|, x \in \mathbf{R}\}.$

【反思】 一般来说,较简单的,较清晰的表示方法,就是较适当的方法.为了更好地掌握集合语言,应注意文字语言和符号语言的互译.列举法将元素一一列出,简单、清晰;描述法揭示了集合中元素的共同属性,解题时就需要根据具体问题选择表示方法.一般地,有限集用列举法,无限集用描述法较为恰当.另外,应注意表示元素的方法要正确.

例3 求数集 $\{1, x, x^2-x\}$ 中的元素 x 所应满足的条件.

【解析】 由集合中元素的互异性知: $x \neq 1$, 且 $x^2-x \neq 1$, 且 $x^2-x \neq x$, 所以 x 应满足的条件为 $\{x \in \mathbf{R} \mid x \neq 0 \text{ 且 } x \neq 1 \text{ 且 } x \neq 2 \text{ 且 } x \neq \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}\}.$

【反思】 此类题型求解时要注意集合元素的互异性.



基础闯关

一、选择题

1. 设集合 $M = \{x \in \mathbf{R} \mid x \leq \sqrt{29}\}$, $a = 2\sqrt{7}$, 则

- A. $a \notin M$ B. $a \in M$
C. $\{a \mid a = 2\sqrt{7}\} \in M$ D. 以上都不正确

2. 在下列集合中,表示同一集合的是 ()

- A. $M = \{(1,2)\}, N = \{(2,1)\}$
B. $M = \{3,2\}, N = \{2,3\}$
C. $M = \{(x,y) \mid x+y=1\}, N = \{y \mid x+y=1\}$
D. $M = \{1,2\}, N = \{(1,2)\}$

3. 集合 $\{1,5,9,13,17\}$ 用描述法来表示,其中正确的是 ()

- A. $\{x \mid x \text{ 是小于 } 18 \text{ 的正奇数}\}$
B. $\{x \mid x=4k+1, k \in \mathbf{Z} \text{ 且 } k < 5\}$
C. $\{x \mid x=4k-3, k \in \mathbf{N} \text{ 且 } k \leq 5\}$
D. $\{x \mid x=4k-3, k \in \mathbf{N}, \text{ 且 } k < 6\}$

4. 已知集合 $M = \{a \mid \frac{6}{5-a} \in \mathbf{N}, \text{ 且 } a \in \mathbf{Z}\}$, 则 M 为 ()

- A. $\{1,2,3,4\}$ B. $\{2,3\}$
C. $\{1,2,3,6\}$ D. $\{-1,2,3,4\}$

5. 下列关系正确的是 ()

- A. $\mathbf{Z} \in \mathbf{Q}$ B. $(2,1) \in \{(2,1)\}$
C. $\mathbf{N} \notin \mathbf{R}$ D. $2 \in \{(2,1)\}$

6. 集合 $A = \{(x,y) \mid x \cdot y \geq 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ 表示 ()

- A. 第一象限的点
B. 第三象限的点
C. 第一象限和第三象限的点
D. 不在第二象限也不在第四象限的点

二、填空题

7. 由实数 $-a, |a|, \sqrt{a^2}, a$ 组成的集合最多含有 _____ 个元素.

8. 方程 $x^2-5x+6=0$ 的解集可表示为 _____.

9. 集合 $A = \{x \mid x^2+x+1=0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} \mid x(x^2+6x+10)=0\}$, $C = \{x \in \mathbf{Q} \mid 4x+5 < 0\}$, 其中是空集的是 _____.

10. 集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $B = \{y \mid y = x^2 + 2006, x \in A\}$, 用列举法表示集合 $B =$ _____.

11. 下列结论:①方程 $(x-1)^2(x-5)(x+2)=0$ 的根的集合为 $\{1,1,1,-2,5\}$;② $0 \in \emptyset$;③集合 $\{\text{一个内角是 } 30^\circ, \text{ 一条边长为 } 6 \text{ 的等腰三角形}\}$ 中有 4 个元素;④集合 $A = \{0,1\}$, $B = \{\{1\}, \{0\}, \{0,1\}\}$, 则

$A \in B$, 其中正确的是_____.

12. 已知集合 $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6}{3-x} \in \mathbb{N} \right\}$,

$B = \{ y \mid y = -|x|, x \in A \}$, 则用列举法表示集合 $B =$ _____.

应用迁移

三、解答题

13. (1) 用列举法表示下列集合: $\{(x, y) \mid x + y = 6, x \in \mathbb{N}_+, y \in \mathbb{N}_+\}$;

(2) 用描述法表示下列集合:
 $\left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{11} \right\}$.

14. 设 A 表示集合 $\{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, B 表示集合 $\{|a + 3|, 2\}$, 若已知 $5 \in A$, 且 $5 \notin B$, 求实数 a 的值.

15. 已知集合 $A = \{a - 3, 2a - 1, a^2 + 1\}$, 其中 $a \in \mathbb{R}$, (1) 若 $-3 \in A$, 求实数 A 的值; (2) 当 a 为何值时, 集合 A 的表示不正确?

16. 已知集合 $A = \{p \mid (p - 1)x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$, 求一次函数 $y = 2x - 1, x \in A$ 函数值的取值范围.

17. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} \mid ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbb{R}\}$, (1) 若 A 是空集, 求 a 的取值范围; (2) 若 A 中至多有一个元素, 求 a 的取值范围.

18. 含有三个实数的集合可表示为 $\left\{ a, \frac{b}{a}, 1 \right\}$, 也可表示为 $\{a^2, a + b, 0\}$, 求 $a^{2005} + a^{2006}$ 的值.

开放创新

19. 集合 $A = \{x | x^2 + mx - n = 0, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{t | (t + m + 6)^2 + n = 0\}$, 若 $A = \{3\}$, 求集合 B .

20. 数集 A 满足条件: 若 $a \in A$, 则有 $\frac{1+a}{1-a} \in A$ ($a \neq 1$).

(1) 已知 $2 \in A$, 求证: 在 A 中必定还有另外三个元素, 求出这三个数;

(2) 求证: 若 $a \in A$, 则 $-\frac{1}{a} \in A$.

1.2 集合之间的关系与运算

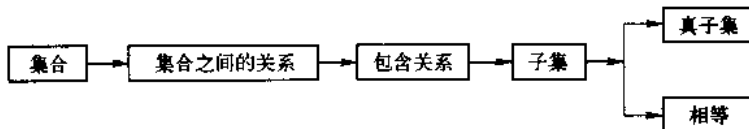
1.2.1 集合之间的关系



把我们班的全体同学组成的集合记为 U , 男生组成的集合为 A , 女生组成的集合为 B , 班会与团支部的同学组成的集合为 C . 类比实数, 你会想到集合之间的一些什么关系呢?



1. 知识结构



2. 思维启迪

(1) 集合 A 是集合 B 的子集, 最本质的内容是“集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素”. 其含义有两点: ① 不管集合 A 是否有元素, 也不管集合 A 含有有限个元素还是含有无限个元素; ② 只要是 A 的元素, 一定是 B 的元素. 抓住这两点, 就不难判断出空集是任何集合的子集, 空集的子集是空集.

(2) “集合 A 是集合 B 的子集”是“ A 是 B 的真子集”的必要条件. 另外, B 中至少有一个元素不属于集合 A , 即属于集合 B 但不属于集合 A 的元素可以是有限个, 也可以是无限个, 从而判断出空集是任何非空集合的真子集, 空集没有真子集.

若 $A \subseteq B, A \subseteq C, B = \{0, 1, 2\}, C = \{0, 2, 4\}$, 则满足上述条件的集合 A 的个数为 个.

【解析】由子集的定义, 满足条件的集合为 $\emptyset, \{0\}, \{2\}, \{0, 2\}$. 故答案为 4 个.

【反思】集合 A 是 B, C 的子集, 首先考虑空集 $\emptyset$, 然后再考虑由元素 0, 2 组成的非空集合.

(1) 写出 $\{a, b, c\}$ 的所有子集.

(2) 已知 $\{a, b\} \subseteq A \subseteq \{a, b, c, d\}$, 写出所有的集合 A .

【解析】(1) 由子集的定义, $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$. (2) 由真子集的定义, $\{a, b\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}$.

【反思】在集合的子集中, 空集与集合本身容易被漏掉, 要分清子集与真子集的符号.

已知三元集合 $A = \{x, xy, x - y\}, B = \{0, |x|, y\}$, 且 $A = B$, 求 x 与 y 的值.

【解析】 $\because 0 \in B, A = B, \therefore 0 \in A, \therefore$ 集合为三元素集合, $\therefore xy \neq x, \therefore x \neq 0$, 又 $0 \in B, y \in B, \therefore y \neq 0, \therefore x - y = 0$, 即 $x = y$, 此时 $A = \{x, x^2, 0\}, B = \{0, |x|, y\}$, 由 $A = B$ 得 $x^2 = |x|, \therefore x = 0$ (舍去), $x = 1$ (舍去), $x = -1$.

经验证得: $x = -1, y = -1$.

【反思】掌握集合相等的概念与集合中元素的互异性是解答本题的关键.

基础闯关

一、选择题

1. 设集合 $M = \{x \in \mathbb{R} | x \leq \sqrt{10}\}, a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$, 则 ()

- A. $a \in M$ B. $a \notin M$
C. $|a| \in M$ D. $|a| \subseteq M$

2. 集合 $\{2, 4, 6\}$ 的非空真子集共有 ()

- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

3. 集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x < 3\}, B = \{x | x \geq a, x \in \mathbb{R}\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \leq -1$ B. $a < -1$

- C. $a > -1$ D. $a \geq 3$

4. 已知集合 $M = \{\text{圆内接梯形}\}$, 集合 $N = \{\text{等腰梯形}\}$, 则 M, N 之间的关系是 ()

- A. $M \subseteq N$ B. $M \subset N$
C. $N \subseteq M$ D. $M = N$

5. 符合条件 $\{a\} \subseteq P \subseteq \{a, b, c\}$ 的集合 P 的个数是 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

6. 若集合 $M = \{x | x = 4k \pm 1, k \in \mathbb{Z}\}, N = \{y | y = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 则有 ()

- A. $M = N$ B. $M \subseteq N$ C. $M \subset N$ D. $N \subseteq M$

二、填空题

7. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + x - 6 = 0\}, B = \{x \in \mathbb{R} | mx - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 m 的值构成的集合为 .

8. 非空集合 $S \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 并且对于 S 中的关系还必须满足, 当 $a \in S$ 时, $6 - a \in S$, 符合这种特点的集合 S 共有 个.

9. 集合 $A = \{x, 1\}, B = \{y, 1, 2\}$, 其中 $x, y \in \{1, 2, \dots, 9\}$ 且 $A \subseteq B$, 满足这些条件的有序对 (x, y) 的个数是 .

10. 集合 $M = \{1, 3, x\}, N = \{1, x^2 - x + 1\}$ 且 $N \subseteq M$, 则实数 $x =$.

11. 集合 $A = \{x | x = -a^2 + 4, a \in \mathbb{R}\}, B = \{y | y = -b^2 + 3, b \in \mathbb{R}\}$, 则集合 A, B 之间的关系是 .

12. 已知集合 $A = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\}, B = \{y | y = 4n \pm 1, n \in \mathbb{Z}\}, C = \{m \in \mathbb{R} | \frac{m-3}{2} \in \mathbb{Z}\}$, 则 A, B, C 之间的关系是 .

应用迁移

三、解答题

13. 设 $A = \{x | -3 \leq x \leq 4\}, B = \{x | 2m - 1 \leq x \leq m + 1\}$, 当 $B \subseteq A$ 时, 求实数 m 的取值范围.

14. 集合 $A = \{x | x^2 + ax + 1 = 0\}$, $B = \{1, 2\}$ 且 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

15. 已知集合 $A = \{2, 4, x^2 - 5x + 9\}$, $B = \{3, x^2 + ax + a\}$, $C = \{x^2 + (a+1)x - 3, 1\}$, 其中 $a, x \in \mathbb{R}$. 求: (1) 使 $A = \{2, 3, 4\}$ 的 x 的值; (2) 使 $2 \in B$, $B \subseteq A$ 的 a, x 的值.

16. 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{y | y = x + a, x \in A\}$, $C = \{z | z = x^2, x \in A\}$, 且 $B \subseteq C$, 求 a 的取值范围.

17. 若集合 $A = \{x | x = 6a + 8b, a, b \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = 2m, m \in \mathbb{Z}\}$, 求证 $A = B$.

18. 如果 $M = \{x | x = a^2 + 1, a \in \mathbb{N}_+\}$, $P = \{y | y = b^2 - 4b + 5, b \in \mathbb{N}_+\}$, 试证明 $M \subseteq P$.

开放创新

19. 集合 $A = \{y | y = x^2 + 2x + 4, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{z | z = x^2 - 2x + 4a, x \in \mathbb{R}\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

20. 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - ax + (a-1) = 0\}$, $C = \{x | x^2 - bx + 2 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, $C \subseteq A$, 求实数 a, b 的取值范围.

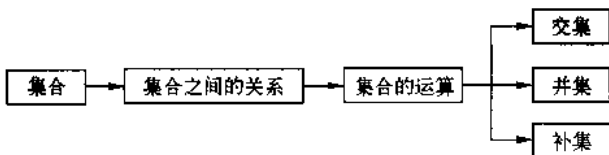
1.2.2 集合的运算

我们知道,实数有加法运算,类比实数的加法运算,集合是否也可以“相加”呢?考虑下列各个集合,你能说出它们之间的关系吗?

$$A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}, C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\};$$

$$A = \{\text{有理数}\}, B = \{\text{无理数}\}, C = \{\text{实数}\}.$$

1. 知识结构



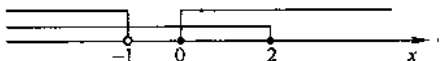
2. 思维启迪

(1) 子集(包括真子集)是描述两个集合的关系,但交集、并集、补集则是表示两个集合的运算关系,运算结果是一个新的集合.

(2) 集合交、并、补运算的综合应用时,要理解用集合语言叙述的数学命题,要能准确地将之转化成为相关的代数语言或几何语言.抓住集合语言向非集合语言的转化是打开解题的钥匙.同时解题时要充分利用维恩图及数轴、数形结合等方法考虑问题.

例1 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x \leq 2\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 0\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $\complement_U B$, $\complement_U (A \cap B)$.

【解析】 借助于数轴,由交集、并集、补集的定义可知 $A \cap B = \{x | 0 \leq x \leq 2 \text{ 或 } x < -1\}$, $A \cup B = \mathbf{R}$, $\complement_U B = \{x | -1 \leq x < 0\}$, $\complement_U (A \cap B) = \{x | -1 \leq x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$.



【反思】 数集之间的交、并、补的运算借助数轴来解决,非常直观,要注意 $A \cap B$ 与 $A \cup B$ 的区别与联系,以及边界位置的数是否在其中.

例2 定义集合 M 与 N 的运算: $M \odot N = \{x | x \in M, \text{ 或 } x \in N, \text{ 且 } x \notin M \cap N\}$, 则 $(M \odot N) \odot M$ 等于 ()

- A. M B. N C. $M \cap N$ D. $M \cup N$

【解析】 画出其维恩图,如图 1-1 所示, $\therefore$ 选 B.

【反思】 本题定义了两个集合之间的一种新运算,只要搞清其定义,再利用维恩图,求解显得更直观,更加思路清晰.

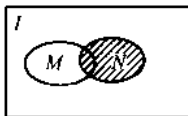


图 1-1

例3 已知集合 $A = \{x | x^2 + (2m-3)x - 3m = 0\}$, $B = \{x | x^2 + (m-3)x + m^2 - 3m = 0\}$, 如果 $A \neq B$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 m 的值以及 $A \cup B$.

【解析】 由 $A \cap B \neq \emptyset$, 故有 $a \in A \cap B$, 使
$$\begin{cases} a^2 + (2m-3)a - 3m = 0 \\ a^2 + (m-3)a + m^2 - 3m = 0 \end{cases}$$

以上两式相减, 可得 $ma - m^2 = 0$. 于是 $m = 0$, $m = a$. 当 $m = 0$ 时, 可得 $A = B$. 这与 $A \neq B$ 矛盾, 当 $m = a$ 时, 代入可得 $m^2 + (2m-3)m - 3m = 0$. 解得 $m = 2$, $A = \{-3, 2\}$, $B = \{-1, 2\}$, $\therefore A \cup B = \{-3, -1, 2\}$.

【反思】 解答集合问题时,有时需要对给定的条件进行转化,只有通过转化,给定的条件才能得以

有效利用.如图形语言、文字语言、集合语言的相互转化.

例4 有54名学生,其中会打篮球的36人,会打排球的人数比会打篮球的人数多4人,这两种球都不会的人数是都会的人数的 $\frac{1}{4}$ 还少1,问既会打篮球,又会打排球的有多少人?

【解析】 设两球都会的人数为 x ,则至少会一种球的人数为 $36+40-x$,两种球都不会的人数为 $\frac{x}{4}-1$. $\therefore 36+40-x+\frac{x}{4}-1=54$,解得 $x=28$.

$\therefore$ 两种球都会的人数为28人.

【反思】 $A \cup B$ 中元素个数等于 A 中元素个数与 B 中元素个数之和减去交集中元素个数.



基础闯关

一、选择题

1. 若 A, B 均为非空集合, $A \subseteq B, U$ 为全集,则下列集合中是空集的是 ()

- A. $A \cap B$ B. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$
C. $(\complement_U A) \cap B$ D. $A \cap (\complement_U B)$

2. 设 U 为全集,集合 $M, N \subseteq U$,若 $M \cup N = N$,则 ()

- A. $\complement_U N \subseteq \complement_U M$ B. $M \subseteq \complement_U N$
C. $\complement_U M \subseteq \complement_U N$ D. $\complement_U N \subseteq M$

3. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 集合 $A, B \subseteq U$,若 $A \cap B = \{2\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{4\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1, 5\}$,则下列结论中正确的是 ()

- A. $3 \in A, 3 \in B$ B. $3 \notin A, 3 \in B$
C. $3 \notin A, 3 \notin B$ D. $3 \in A, 3 \notin B$

4. 已知集合 $M = \{(x, y) | y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$,集合 $N = \{(x, y) | y = x + 1, x \in \mathbb{R}\}$,则 $M \cap N$ 等于 ()

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{(0, 1), (1, 2)\}$
C. $\{y | y = 1 \text{ 或 } y = 2\}$ D. $\{y | y \geq 1\}$

5. 设 $S = \{2, 4, 1-a\}$, $A = \{2, a^2 - a + 2\}$,若 $\complement_S A = \{-1\}$,则 a 的值是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

6. 若集合 $M = \{-3, x^2 + 1, x + 1\}$, $N = \{x^2, -1 - x, 2x - 1\}$, $M \cap N = \{0, -3\}$,则 x 的值为 ()

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

二、填空题

7. 如图1-2所示,用集合表示图中阴影部分为_____.

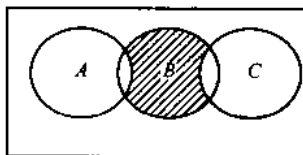


图1-2

8. 某班有学生54人,其中5人有兄弟,3人有姐妹,2人有兄弟又有姐妹,求该班独生子女的人数为_____.

9. 设集合 $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, \text{ 且 } -10 \leq x \leq -1\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, \text{ 且 } |x| \leq 5\}$,则 $A \cup B$ 中的元素个数是_____.

10. 集合 $A = \left\{x \mid \frac{x+1}{2} \in \mathbb{N}_+\right\}$, $B = \{x | x = 3k, k \in \mathbb{N}\}$,全集 $U = \mathbb{N}$,则 $(\complement_U A) \cap B =$ _____.

11. 设 A, B 为两个集合,下列四个命题:

- ① 若 $A \not\subseteq B$,则对任意 $x \in A$ 都有 $x \notin B$.
② 若 $A \not\subseteq B$,则 $A \cap B = \emptyset$.
③ 若 $A \not\subseteq B$,则 $B \not\subseteq A$.

④ 若 $A \not\subseteq B$,则存在 $x \in A$ 使得 $x \notin B$,其中正确命题的序号是_____.

12. 集合 $M = \{x | x = 3n, n = 1, 2, 3, 4\}$, $N = \{x | x = 3^k, k = 1, 2, 3\}$,若集合 S 满足 $M \cap N \subseteq S \subseteq M \cup N$,则这样的 S 有_____个.

应用迁移

三、解答题

13. 已知集合 $P = \{y | y = -x^2 + 2x + 5, x \in \mathbb{R}\}$, $Q = \{y | y = 3x - 4, x \in \mathbb{R}\}$,求 $P \cup Q, P \cap Q$.

14. 设 $A = \{x | x^2 - ax - b = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2ax + b + 1 = 0\}$, 且 $A \cap B = \{1\}$, 求 $A \cup B$.

15. 已知 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x | x \subseteq A\}$, $M = \{A\}$. 求 $\complement_B M$.

16. 全集 $U = \{2x | 1 \leq x \leq 7, x \in N\}$, $A \cap B = \{2, 8, 14\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{10, 12\}$, $\complement_U (A \cup B) = \{6\}$, 求 A, B .

17. 集合 $A = \{x | -5 < x < 5\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$, (1) 当 m 为何值时, $A \cap B = \emptyset$ 成立? (2) m 为何值时, $(\complement_U A) \cap B = B$.

18. 已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$, $\emptyset \subsetneq A \cap B, A \cap C = \emptyset$, 求 a 的值.

开放创新

19. 已知集合 $A = \{x | x^2 + px + q = 0\}$, 集合 $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $N = \{1, 4, 7, 10\}$, 若 $A \cap M = \emptyset$, $A \cap N = A$, 求 p, q 的值.

20. 若集合 A_1, A_2 满足 $A_1 \cup A_2 = A$, 则称 (A_1, A_2) 为集合 A 的一种分析, 并规定: 当且仅当 $A_1 = A_2$ 时, (A_1, A_2) 与 (A_2, A_1) 为集合的同一种分析, 问集合 $A = \{a_1, a_2\}$ 有多少种不同的分析?

单元达标

一、选择题

- 下列说法正确的是 ()
A. 由1,2,3,1,4构成的集合是{1,2,3,1,4}
B. 满足 $-2 \leq x \leq 1$ 的 x 构成的集合是 $\{-2 \leq x \leq 1\}$
C. 全体实数构成的集合是{实数}
D. 抛物线 $y = -x^2 + 1$ 上所有点的坐标构成的集合是 $\{y = -x^2 + 1\}$
- 给出下列各种关系:① $0 \in \{0\}$;② $0 \in \{0\}$;
③ $\emptyset \in \{\emptyset\}$;④ $a \in \{a\}$;⑤ $\emptyset = \{0\}$;⑥ $\{0\} \in \emptyset$;⑦
 $\emptyset \in \{0\}$;⑧ $\emptyset \subseteq \{0\}$,其中正确的是 ()
A. ②③④⑧ B. ①②④⑤
C. ②③④⑥ D. ②③④⑦
- 若集合 $M = \{y|y > 0\}$, $P = \{y|y = \sqrt{x-1}\}$,
则 $M \cap N =$ ()
A. $\{y|y > 1\}$ B. $\{y|y \geq 1\}$
C. $\{y|y > 0\}$ D. $\{y|y \geq 0\}$
- 在下列各组中的两个集合 M, P 表示同一集合的是 ()
A. $M = \{\sqrt{2}\}$, $P = \{1.414\}$
B. $M = \{3, 5\}$, $P = \{(3, 5)\}$
C. $M = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$, $P = \{1, 1-\sqrt{3}, \sqrt{2}\}$
D. $M = \{x|-1 \leq x \leq 1, x \in \mathbf{N}\}$, $P = \{1\}$
- 设 $P \subseteq \{4, 5, 8\}$ 且 P 中至多有一个偶数,则这样的集合共有 ()
A. 4个 B. 5个 C. 6个 D. 7个
- 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | -3 < x < a\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | b < x < 3\}$,且 $A = B$,则 $a+b$ 的值是 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 已知集合 $U = \{2, 3, 5\}$, $A = \{2, |a-5|\}$,如果 $\complement_U A = \{5\}$,则 a 的取值为 ()
A. 2 B. 8
C. 2或8 D. -2或8
- 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $M = \{x|x = a + b\sqrt{7}, a, b \in \mathbf{Q}, \text{且 } b \neq 0\}$,则下面结论正确的是 ()
A. $M \subseteq \complement_{\mathbf{R}} \mathbf{Q}$ B. $\complement_{\mathbf{R}} \mathbf{Q} \subseteq M$
C. $\mathbf{Q} \subseteq M$ D. $M \subseteq \mathbf{Q}$

二、填空题

- ① $2005 \subseteq \{x|x \leq 2006\}$, ② $2006 \in \{x|x < 2006\}$, ③ $\{2006\} \subseteq \{x|x \leq 2006\}$, ④ $\emptyset \in \{x|x < 2006\}$.其中正确式子的个数为_____.
- 已知集合 $M = \{\text{直线}\}$, $N = \{\text{圆}\}$,则 $M \cap N$ 中元素的个数为_____.
- 已知全集 $U = \{1, 2\}$, $A = \{x|x^2 + px + q = 0\}$, $\complement_U A = \{1\}$,则 $p+q =$ _____.
- 全集 $U = \{1, 2, 4, a^2 - a + 1\}$,若集合 $A = \{1, 3a-2\}$,集合 $B = \{3, 4\}$,则 $A \cap B =$ _____,
 $A \cup B =$ _____.
- 若集合 $A = \{x|x = -t^2, t \in \mathbf{R}\}$,集合 $B = \{x|x = |t|+5, t \in \mathbf{R}\}$,则 $\complement_{\mathbf{R}}(A \cup B) =$ _____.
- 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x|3 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x|x > 1 \text{ 或 } x \leq -2\}$,则 $\complement_U A =$ _____, $\complement_U B =$ _____.

三、解答题

- 已知集合 $U = \{2, 3, 4, -a^2\}$, $P = \{2, a^2 - a + 2\}$, $\complement_U P = \{3, -4\}$,求 a 的值.
- 已知集合 $A = \{a, a+b, a+2b\}$, $B = \{a, ac, ac^2\}$,若 $A = B$,求 c 的值.