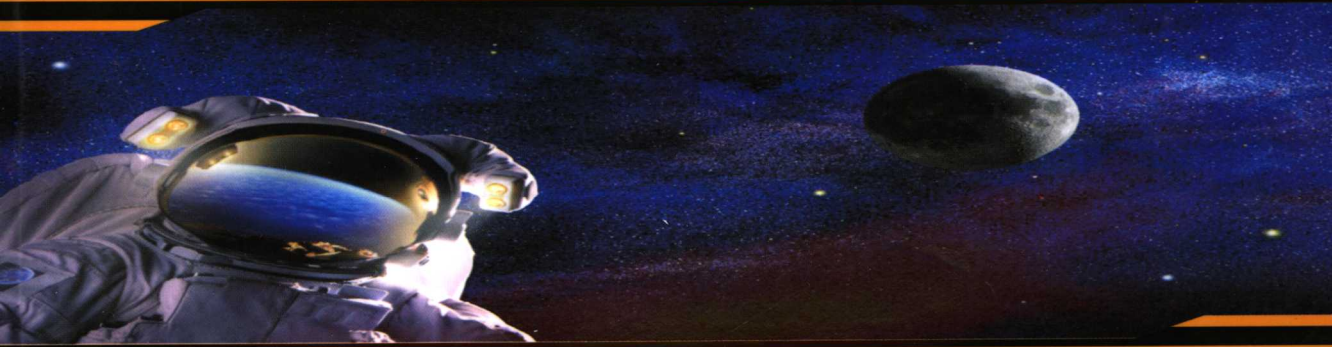
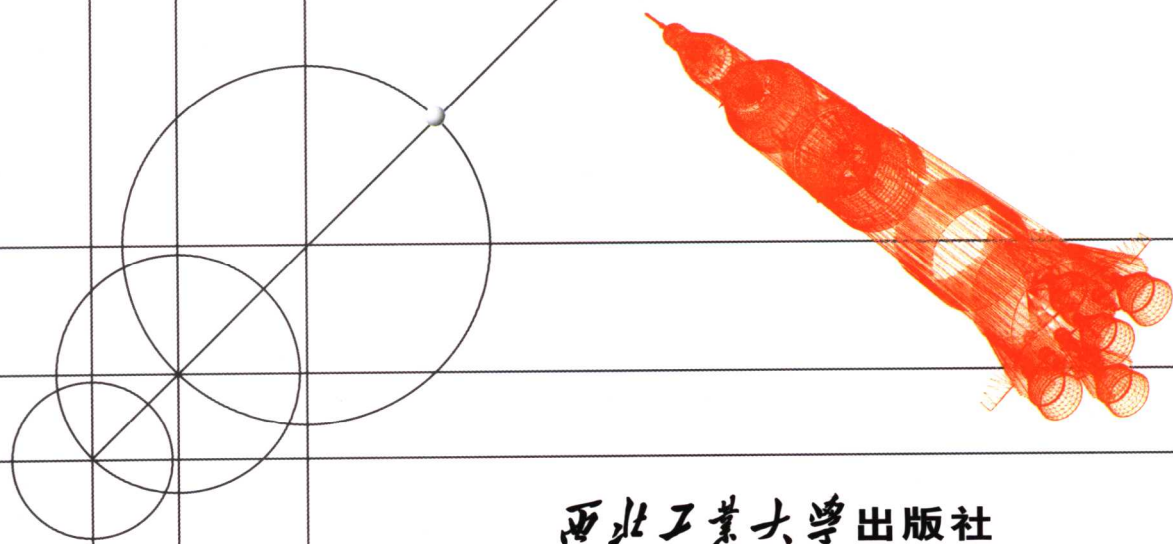


高等学校教材·航空、航天、航海系列  
TEXTBOOKS FOR HIGHER EDUCATION



# 远程火箭与 卫星轨道力学基础

王志刚 施志佳 编著



西北工业大学出版社



高等学校教材·航空、航天、航海系列  
TEXTBOOKS FOR HIGHER EDUCATION

□ 封面设计 / 扬帆  
□ 责任编辑 / 雷军  
季苏平

ISBN 7-5612-2137-1



ISBN 7-5612-2137-1 / TJ·37

定价：22.00元

高等学校教材

# 远程火箭与卫星轨道力学基础

王志刚 施志佳 编著

西北工业大学出版社

**【内容简介】** 本书从理论基础的角度介绍了远程火箭弹道学与卫星轨道力学的基本原理和方法。全书共分10章,内容包括常用坐标系与变质量力学原理,火箭飞行的力学环境,火箭的运动方程,火箭载荷自由飞行段的运动,卫星轨道基本理论,卫星轨道摄动理论,星-地空间几何,常用卫星轨道,卫星轨道的调整与转移,再入段弹道等。

本书主要作为飞行器设计、航天器控制专业及其相关专业的本科生教材,也可作为有关专业研究生的教学参考书和从事航天器设计、研究和研制等科技人员的参考资料。

### 图书在版编目(CIP)数据

远程火箭与卫星轨道力学基础/王志刚,施志佳编著. —西安:西北工业大学出版社, 2006.10

ISBN 7-5612-2137-1

I. 远… II. ①王… ②施… III. ①火箭弹道—弹道学 ②卫星—轨道力学 IV. ①TJ013 ②V412.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第110462号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路127号 邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491757

网 址:www.nwpup.com

印刷者:陕西宝石兰印务有限责任公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:13.875

字 数:332千字

版 次:2006年10月第1版 2006年10月第1次印刷

定 价:22.00元

# 前 言

---

根据飞行器设计专业教学改革和加强本科生航天专业基础知识教学的需要,为航天器设计、航天器动力学与控制、GPS 导航定位等的教学和科研奠定基础,我们开设了“航天器飞行力学”课程。“航天器飞行力学”课程由“远程火箭飞行力学”和“卫星轨道力学”两部分组成,现有的教材中没有一部完全适合该课程的教学需要。因此,我们从课程教学的需要出发,结合多年教学实践的体会和科研的心得,参考了有关教材、专著等资料,先后编写和修订了讲义“远程火箭与卫星轨道力学基础”。该讲义内容已经过 4 年教学实践,效果良好,在此基础上,我们进一步修订而编成此教材。在编写过程中,我们根据近地飞行航天器(弹道导弹类和卫星类)飞行力学的教学需要,从飞行力学原理的共性角度,把弹道导弹飞行的主动段、被动段和再入段的飞行力学理论与卫星类航天器飞行的发射段、轨道运行段和返回再入段的飞行力学理论融为一个理论体系,并突出各自的特性。这是在现有教材基础上的一个创新探索。

本书由“远程火箭飞行力学”和“卫星轨道力学”两大部分组成,从理论基础的角度介绍了远程火箭弹道学与卫星轨道力学的基本原理和方法。全书共分 10 章:第 1 章,常用坐标系与变质量力学原理;第 2 章,火箭飞行的力学环境;第 3 章,火箭的运动方程;第 4 章,火箭载荷自由飞行段的运动;第 5 章,卫星轨道基本理论;第 6 章,卫星轨道摄动理论;第 7 章,星-地空间几何;第 8 章,常用卫星轨道;第 9 章,卫星轨道的调整与转移;第 10 章,再入段弹道。书后还有两个附录:附录 A 为雷诺迁移定理;附录 B 为球面三角学。

本书主要作为飞行器设计专业、航天器控制和相关专业的本科生教材,也可作为有关专业研究生的教学参考书和从事航天器设计、研究和研制等科技人员的参考资料。

在本书的编写过程中,符文星给予了总体指导和大力支持;方群教授审阅了全书,提出了许多宝贵的修改意见,在此表示衷心的感谢!

鉴于编者教学经验和编写水平有限,书中缺点和错误在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

2006 年 6 月

# 目 录

---

绪 论	1
第 1 章 常用坐标系与变质量力学原理	4
1.1 常用坐标系及其变换	4
1.1.1 常用坐标系	4
1.1.2 坐标系间转换	5
1.1.3 一些欧拉角的联系方程	11
1.2 坐标系间矢量导数的关系	13
1.3 变质量力学原理	14
1.3.1 变质量质点运动的力学原理	14
1.3.2 变质量质点系运动的力学原理	16
第 2 章 火箭飞行的力学环境	20
2.1 附加力与附加力矩	20
2.1.1 附加相对力	20
2.1.2 附加哥氏力	22
2.1.3 附加哥氏力矩	22
2.1.4 附加相对力矩	23
2.2 推力	24
2.3 引力与重力	26
2.3.1 地球的运动	26
2.3.2 地球的形状	28
2.3.3 地球的引力	29
2.3.4 重力	35
2.4 气动力与气动力矩	38
2.4.1 气动力	38
2.4.2 气动力矩	42
2.5 控制系统的控制力和控制力矩	45

2.5.1 火箭姿态控制系统 .....	45
2.5.2 控制力和控制力矩 .....	47
<b>第3章 火箭的运动方程 .....</b>	<b>51</b>
3.1 矢量形式的动力学方程 .....	51
3.1.1 质心动力学方程 .....	51
3.1.2 绕质心转动的动力学方程 .....	51
3.2 地面发射坐标系中的弹道方程 .....	52
3.2.1 地面发射坐标系中的质心动力学方程 .....	52
3.2.2 箭体坐标系中的绕质心转动动力学方程 .....	56
3.2.3 补充方程 .....	57
3.3 地面发射坐标系中的弹道计算方程 .....	61
3.4 速度坐标系中的弹道方程 .....	63
3.4.1 速度坐标系中的质心动力学方程 .....	63
3.4.2 速度坐标系中的弹道方程 .....	65
3.4.3 弹道方程简化成纵向运动方程和侧向运动方程 .....	65
<b>第4章 火箭载荷自由飞行段的运动 .....</b>	<b>68</b>
4.1 自由飞行段的轨道方程 .....	68
4.2 轨道方程参数的意义及其确定 .....	70
4.3 圆锥截线形状与主动段终点参数的关系 .....	72
4.4 椭圆的几何参数与主动段终点参数的关系 .....	73
4.5 成为人造卫星或导弹的条件 .....	75
4.6 射程与主动段终点参数的关系 .....	76
4.6.1 被动段射程的计算 .....	77
4.6.2 自由段射程的计算 .....	78
4.6.3 由特定的自由段起点参数求被动段的最大射程 .....	80
<b>第5章 卫星轨道基本理论 .....</b>	<b>83</b>
5.1 二体轨道 .....	83
5.2 卫星轨道要素 .....	84
5.3 卫星位置和速度公式 .....	89
5.4 卫星轨道定轨公式 .....	92
<b>第6章 卫星轨道摄动理论 .....</b>	<b>94</b>
6.1 卫星轨道摄动因素 .....	94
6.2 卫星轨道摄动方程 .....	94
6.2.1 卫星轨道摄动基本方程 .....	94
6.2.2 卫星的球坐标运动方程 .....	95

6.2.3 卫星轨道要素的摄动方程 .....	96
6.3 地球形状摄动 .....	103
6.3.1 地球引力场的位函数 .....	103
6.3.2 近地轨道的地球形状摄动 .....	104
6.3.3 静止轨道的地球的形状摄动 .....	106
6.4 日月引力摄动 .....	112
6.4.1 日月天文常数 .....	112
6.4.2 日月摄动引力 .....	113
6.4.3 轨道平面内摄动 .....	116
6.4.4 轨道倾角摄动 .....	117
6.5 太阳光压摄动 .....	120
6.6 大气摄动 .....	123
<b>第7章 星-地空间几何 .....</b>	<b>125</b>
7.1 星下点轨迹 .....	125
7.2 可见覆盖区 .....	125
7.3 通信波束服务区 .....	127
7.4 遥感图像几何定位 .....	128
7.5 发射窗口 .....	129
7.5.1 发射三要素 .....	130
7.5.2 阳光窗口 .....	131
7.5.3 平面窗口 .....	133
<b>第8章 常用卫星轨道 .....</b>	<b>136</b>
8.1 太阳同步轨道 .....	136
8.2 临界和冻结轨道 .....	137
8.3 回归轨道 .....	138
8.4 静止轨道 .....	141
8.5 星座轨道 .....	146
8.5.1 全球连续覆盖卫星群 .....	146
8.5.2 地球同步卫星群 .....	148
<b>第9章 卫星轨道的调整与转移 .....</b>	<b>152</b>
9.1 概述 .....	152
9.1.1 航天器的轨道机动 .....	152
9.1.2 轨道机动所需的推进剂消耗 .....	152
9.2 轨道保持和轨道校正 .....	153
9.2.1 校正脉冲与轨道要素变化 .....	153
9.2.2 对大气摄动的补偿(圆轨道的情况) .....	156



9.2.3 对大气摄动的补偿(椭圆轨道的情况) .....	158
9.2.4 地球静止卫星的位置修正 .....	160
9.2.5 多个轨道要素的修正 .....	160
9.3 轨道转移 .....	161
9.3.1 轨道转移 .....	161
9.3.2 共面圆轨道之间的转移 .....	162
9.3.3 共面椭圆轨道之间的转移 .....	167
9.3.4 非共面轨道转移 .....	169
9.4 航天器的近距离相对运动 .....	172
9.4.1 在惯性坐标系中的相对运动方程 .....	172
9.4.2 在轨道坐标系中的相对运动方程 .....	173
9.4.3 在视线坐标系中的二维相对运动方程 .....	174
9.4.4 航天器轨道运动的模态 .....	176
9.5 航天器相对运动的转移矩阵 .....	177
9.5.1 相对运动状态转移方程 .....	177
9.5.2 状态转移方程在双脉冲轨道转移中的应用 .....	179
9.5.3 状态转移方程在多脉冲轨道交会中的应用 .....	180
<b>第 10 章 再入段弹道 .....</b>	<b>181</b>
10.1 再入段运动方程 .....	181
10.1.1 矢量形式的再入段动力学方程 .....	181
10.1.2 地面发射坐标系中再入段空间运动方程 .....	182
10.1.3 以总攻角、总升力表示的再入段空间弹道方程 .....	184
10.1.4 简化的再入段平面运动方程 .....	189
10.2 零攻角再入时运动参数的近似计算 .....	190
10.2.1 再入段最小负加速度的近似计算 .....	191
10.2.2 热流的近似计算 .....	193
10.2.3 运动参数的近似计算 .....	196
10.3 有升力再入弹道 .....	199
10.3.1 问题的提出及技术途径 .....	199
10.3.2 再入走廊的确定 .....	203
<b>附录 A 雷诺迁移定理 .....</b>	<b>206</b>
<b>附录 B 球面三角学 .....</b>	<b>209</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>213</b>

# 绪 论

飞行器的飞行可以分为航空、航天、航宇三种不同的类型。飞行器在地球大气层之内的飞行称为航空；在地球大气层之外，太阳系引力影响范围之内的飞行称为航天；飞出太阳系引力影响范围，进入宇宙空间的飞行称为航宇。当前世界科学技术发展水平，已经能成功地进行航空和航天，但是尚未进行航宇。

航天又可按引力影响范围再细分为近地飞行、近月飞行和行星际飞行。在银河系-太阳系系统中，太阳系的引力影响球是近似以太阳为中心的、半径约为  $9.46 \times 10^{12}$  km 的球面。在太阳-地球系统中，地球的引力影响球是近似以地球为中心的、半径约为  $9.3 \times 10^5$  km 的球面。在地球-月球系统中，月球的引力影响球是近似以月球为中心的、半径约为  $6.6 \times 10^4$  km 的球面。

航天器在地球引力影响范围之外、太阳系引力影响范围之内的航天飞行称为行星际飞行；航天器在地球引力影响范围之内的航天飞行称为近地飞行。近月飞行是近地飞行中的一种特殊的情况，因为月球引力的影响球包含在地球引力影响球之内（月-地平均距离为  $3.8 \times 10^5$  km），当近地飞行器进入月球引力影响范围时，称为近月飞行。

人造地球卫星为近地飞行的航天器，卫星在自由运动时，近似地认为只受与距离平方成反比的地球引力的作用。1957年10月第一颗人造卫星成功地发射，标志着人类开始了航天飞行的阶段，并开辟了航宇飞行的道路。

由于航天器具有许多优越的特性，可以完成过去难以进行的多种任务，从而给科学技术、国民经济、人民生活、国防等方面带来了巨大而深远的影响。航天技术通过新技术、新产品、新材料、新工艺以及新的管理方法向国民经济部门推广和转移，也带来了可观的经济效益。

航天器按其性能可以分为以下五类。

(1) 利用航天器对地球、地外空间以及地外物体进行研究，获得天文、地理、物理、化学、生物学等基础科学的新知识，深化和丰富了人类对自然界的认识，并为进一步的航天飞行做理论和技术上的准备。这类航天器包括以下几种：

1) 宇航探测器：各种月球、行星以及行星际探测器，人造地球卫星，行星及月球的人造卫星等。

2) 科学和技术实验人造地球卫星：对卫星本身的技术进行实验的卫星技术实验站，进行环境观察的观察站，进行天文观测的天文观测站等。

(2) 利用人造地球卫星飞行高度高、覆盖面积大、速度快的优越性能，进行地面以及大气层信息的收集、处理和传输。这类应用技术卫星包括以下几种：

1) 地球观察站：侦察卫星、地球资源技术卫星、气象卫星、海洋监视卫星、预警卫星等。

2) 中继站：用于进行电磁波信息传输的通信卫星、直播卫星、跟踪卫星、跟踪和数据中继卫星等。

3) 基准站: 用于提供定位信息的导航卫星、测地卫星等。

(3) 开发和利用地外空间的半永久性和永久性的空间站。

(4) 载人或不载人的往返于航天器与地面基地之间的运输系统, 包括运载火箭、运货飞船、载人飞机、航天飞机、空天飞机等。

(5) 作为武器系统直接为军事目的服务, 包括弹道导弹、轨道武器系统、定向能武器和动能武器的天基作战平台、歼击卫星等。

远程火箭的整个运动过程包含发射、轨道运行、再入返回等飞行阶段。根据其在飞行过程中的受力情况, 通常可以将其飞行轨道分几段进行。首先根据飞行器的主发动机工作与否, 将飞行轨道分为两段, 一是主动段, 另一是被动段。而被动段则根据飞行器所受空气动力的大小分为自由飞行段和再入飞行段。将飞行轨道进行分段的目的是在不同的飞行段上可采用不同的方法来积分运动方程式, 以求得飞行器运动的客观规律。

下面以远程弹道为例介绍各飞行阶段的特点。

(1) 主动段: 从导弹离开发射台到主发动机停止工作为止的一段弹道。因为在这一飞行段中发动机一直工作, 故称为主动段, 或称动力飞行段。该段的特点就是发动机和控制系统一直在工作, 作用在弹道上的主要有重力及发动机推力、空气动力、控制力和它们产生的相应的力矩。导弹的主发动机点火工作, 在其提供的推力超过导弹所受的重力后, 导弹的高度约为 200 m, 速度约为 40 m/s。此后, 导弹在控制系统作用下开始“转弯”, 并指向“目标”。随着时间的增长, 导弹的飞行速度、飞行的高度和行程均逐渐增大, 而速度与发射点处地平线的夹角逐渐减小。当发动机关机时, 亦即到主动段终点时, 导弹的速度约为 7 000 m/s, 主动段终点离地面的高度约为 200 km, 离发射点的水平距离约为 700 km。该段的飞行时间约为 200~300 s。

(2) 被动段: 从主发动机推力为零起到导弹落向地面为止的一段弹道。在被动段开始时, 弹头与弹体分离, 这一段弹道也就是弹头的弹道。若在弹头上不安装动力系统与控制系统, 则弹头依靠在主动段终点获得的能量作惯性飞行。由于该段弹头不受发动机的推力作用, 因此将该段称为被动段或无动力飞行段。虽然在被动段中, 不对弹头进行控制, 但作用在弹头上的力是可以相当精确地计算的, 因而基本上可较准确地掌握弹头的运动规律, 从而可保证弹头在一定射击精度要求下命中目标。

前面已提及, 被动段又可分为自由段和再入段, 这主要是由于自由段的飞行高度较高, 空气稀薄, 可以略去空气动力的影响, 而再入段要考虑空气动力对弹头的作用。由于空气密度随高度的变化是连续的, 因而截然划出一条有、无空气的边界是不可能的, 为了简化研究问题起见, 人为地以一定的高度划出一条边界作为大气边界层。事实上, 一般离地高度为 80 km 左右处的大气密度只有地面大气密度的万分之一, 因此可取该高度为自由段与再入段的分界点。

1) 自由段: 远程导弹主动段终点的高度约为 200 km, 弹头由主动段终点飞行至再入点的一段是在极为稀薄的大气中进行, 这时, 作用在弹头上的重力远大于空气动力, 故可近似地将空气动力略去, 即可认为弹头是在真空中飞行。自由段弹道可近似地看做椭圆曲线的一部分, 并且此段弹道的射程和飞行时间占全弹道的 80%~90% 以上。

考虑到对中远程导弹而言, 其主动段终点高度约为 100 km, 为讨论问题方便, 有时将再入点取为与主动段终点等高度的点。

须要指出的是, 导弹在主动段运行时, 因受到空气动力矩和控制力矩的作用, 而产生了绕质心的旋转运动。因此, 在主动段终点(即自由段起点处), 当导弹绕质心的旋转角速度不为零

时,由于弹头和弹体分离时的扰动,在自由段不受空气动力矩和控制力矩作用的弹头不会保持其在分离时的姿态,而是以固定的角速度绕其质心自由转动。

2)再入段:再入段就是弹头重新进入大气层后飞行的一段弹道。弹头高速进入大气层后,将受到巨大的空气动力作用,由于空气动力的作用远远大于重力的影响,这既引起导弹强烈的气动加热,也使导弹作剧烈的减速运动。所以,弹头的再入段弹道与自由段有着完全不同的特性。

航天科学技术是当代重要的技术领域,是当代生产力发生飞跃变化的重要技术根源,对于当代科学技术的面貌产生了显著的影响。航天科学技术(或称为空间科学技术)是人类利用不同类型的航天器来研究和开发地外空间及地外物体的一大类科学技术的总称,航天科学技术包含了与航天飞行有关的一系列理论和技术问题。以航天器的运动规律作为研究内容的航天器动力学是航天科学技术的重要组成部分。

航天动力学是以数学、力学和控制理论等为基础,研究各类航天器在各飞行阶段运动规律的一门学科。航天器的运动可以分为质心运动和绕质心运动。当航天器在大气层内飞行时,如发射主动段和再入返回段,由于有大气作用,这两种运动相互影响较强,不能分开来研究,需要联立求解描述这两种运动的方程组来分析航天器的运动规律。而当航天器在大气层外飞行时,虽然这两种运动是相互影响的,但考虑到控制系统的作用,特别是在航天飞行环境下,由于没有大气作用,这两种运动相互影响相对较弱,可以分别进行研究,因而航天动力学又可分为轨道动力学和姿态动力学两部分。由于航天器的性能、飞行环境、飞行中的导航制导和控制、飞行器的结构和动力装置与航天器运动状态有着密切的关系,因而在航天器的研究、设计、使用、实验过程中提出了大量有关航天动力学的问题,促进了航天动力学的发展。

本书主要介绍远程火箭弹道学和地球卫星轨道力学。

# 第 1 章 常用坐标系与变质量力学原理

## 1.1 常用坐标系及其变换

在飞行力学中,为方便描述影响火箭运动的物理量及建立火箭运动方程,要建立多种坐标系。这里介绍其中常用的一些坐标系及这些坐标系之间的相互转换关系。另一些坐标系将在具体章节中进行介绍和引用。

### 1.1.1 常用坐标系

#### 1. 地心惯性坐标系 $O_E X_I Y_I Z_I$

坐标系的原点在地心  $O_E$  处。 $O_E X_I$  轴在赤道面内指向平春分点,由于春分点随时间变化而具有进动性,根据 1796 年国际天文协会决议,1984 年起采用新的标准历元,以 2000 年 1 月 1.5 日的平春分点为基准。 $O_E Z_I$  轴垂直一赤道平面,与地球自转轴重合,指向北极。 $O_E Y_I$  轴与  $O_E X_I$  轴和  $O_E Z_I$  轴组成右手直角坐标系。

该坐标系可用来描述洲际弹道导弹、运载火箭的飞行弹道以及地球卫星、飞船等的轨道。

#### 2. 地心坐标系 $O_E X_E Y_E Z_E$

坐标系原点在地心  $O_E$ ,  $O_E X_E$  轴在赤道平面内指向某时刻  $t_0$  的起始子午线(通常取格林尼治天文台所在子午线),  $O_E Z_E$  轴垂直于赤道平面指向北极。 $O_E X_E Y_E Z_E$  为一右手直角坐标系。由于  $O_E X_E$  轴与所指向的子午线随地球一起转动,因此这个坐标系为一动坐标系。

地心坐标系对确定火箭相对于地球表面的位置很适用。

#### 3. 发射坐标系 $Oxyz$

坐标原点与发射点  $O$  固连,  $Ox$  轴在发射点水平面内,指向发射瞄准方向,  $Oy$  轴垂直于发射点水平面指向上方。 $Oz$  轴与  $xOy$  面相垂直并构成右手直角坐标系。由于发射点  $O$  随地球一起旋转,所以发射坐标系为一动坐标系。

这里所述是发射坐标系的一般定义。当把地球分别看成是圆球或椭球时,其坐标系的具体含义是不同的。因为过发射点的圆球表面的切平面与椭球表面的切平面不重合,即当把地球看成圆球时,  $Oy$  轴与过  $O$  点的半径  $R$  重合,如图 1.1 所示;而当把地球看成椭球时,  $Oy$  轴与椭圆过  $O$  点的主法线重合,如图 1.2 所示。它们与赤道平面的夹角分别称为地心纬度(记作  $\phi_0$ )和地理纬度(记作  $B_0$ )。在不同的切平面  $Ox$  轴与子午线切线正北方向的夹角分别称为地心方位角(记作  $\alpha_0$ )和射击方位角(记作  $A_0$ ),这些角度均以绕  $Oy$  轴转动方向为正。

利用发射坐标系可建立火箭相对于地面的运动方程,便于描述火箭相对大气运动所受到的作用力。

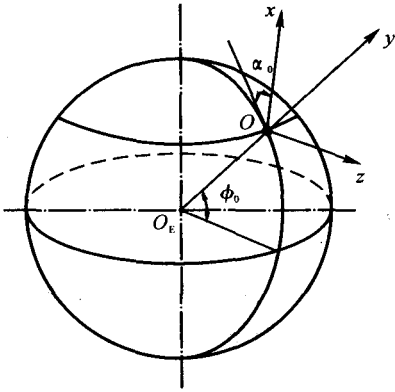


图 1.1 发射坐标系之一

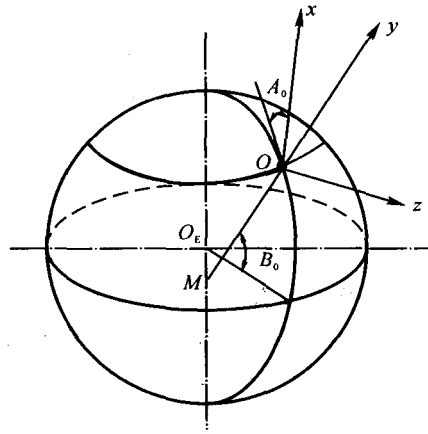


图 1.2 发射坐标系之二

4. 发射惯性坐标系  $O_A x_A y_A z_A$

火箭起飞瞬间,坐标原点  $O_A$  与发射点  $O$  重合,各坐标轴与发射坐标系各轴也相应重合。火箭起飞后, $O_A$  点及坐标系各轴方向在惯性空间保持不动。

利用该坐标系来建立火箭在惯性空间的运动方程。

5. 平移坐标系  $O_T x_T y_T z_T$

该坐标系原点  $O_T$  根据需要可选择在发射坐标系原点  $O$ ,或是火箭的质心  $O_1$ ,始终与  $O$  或  $O_1$  重合,但其坐标轴与发射惯性坐标系各轴始终保持平行。

该坐标系用来进行惯性器件的对准和调平。

6. 箭体坐标系  $O_1 x_1 y_1 z_1$  (弹体坐标系)

坐标原点  $O_1$  为火箭的质心。 $O_1 x_1$  轴为箭体外壳对称轴,指向火箭的头部。 $O_1 y_1$  轴在火箭的主对称面内,该平面在发射瞬时与发射坐标系  $xOy$  平面重合, $O_1 y_1$  轴垂直于  $O_1 x_1$  轴。 $O_1 z_1$  轴垂直于主对称面,顺着发射方向看去, $O_1 z_1$  轴指向右方。 $O_1 x_1 y_1 z_1$  为右手直角坐标系。

该坐标系在空间的位置反映了火箭在空中的姿态。

7. 速度坐标系  $O_1 x_v y_v z_v$

坐标系原点为火箭的质心。 $O_1 x_v$  轴沿飞行器的飞行速度方向。 $O_1 y_v$  轴在火箭的主对称面内,垂直于  $O_1 x_v$  轴, $O_1 z_v$  轴垂直于  $x_v O_1 y_v$  平面,顺着飞行方向看去, $O_1 z_v$  轴指向右方, $O_1 x_v y_v z_v$  为右手直角坐标系。

用该坐标系与其他坐标系的关系反映出火箭的飞行速度矢量状态。

1.1.2 坐标系间转换

1. 地心惯性坐标系与地心坐标系之间的方向余弦阵

由定义可知,这两坐标系的  $O_E Z_1, O_E Z_E$  是重合的,而  $O_E X_1$  指向平春分点, $O_E X_E$  指向所讨论时刻格林尼治天文台所在子午线与赤道的交点, $O_E X_1$  与  $O_E X_E$  的夹角要通过天文年历年表查算得到,记该角为  $\Omega_G$ ,显然,这两个坐标系之间仅存在一个欧拉角  $\Omega_G$ ,因此不难写出两个坐标系的转换矩阵关系为

$$\begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E \end{bmatrix} = E_1 \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

其中

$$E_1 = \begin{bmatrix} \cos\Omega_G & \sin\Omega_G & 0 \\ -\sin\Omega_G & \cos\Omega_G & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

## 2. 地心坐标系与发射坐标系之间的方向余弦阵

设地球为一个圆球,发射点在地球表面的位置可用经度  $\lambda_0$ 、地心纬度  $\phi_0$  来表示,  $Ox$  指向射击方向,该轴与过  $O$  点的子午北切线夹角为地心方位角  $\alpha_0$ ,如图 1.3 所示。

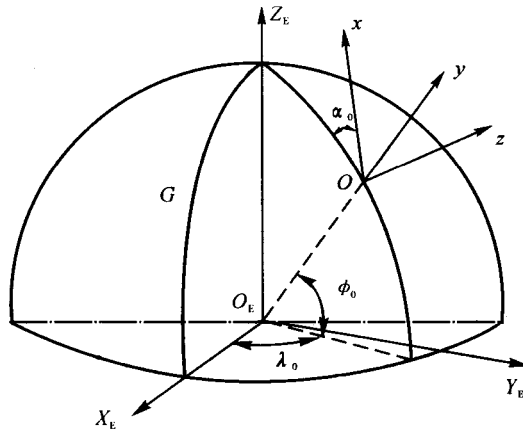


图 1.3  $O_E X_E Y_E Z_E$  与  $O x y z$  关系图

如图 1.3 所示,要使这两个坐标系各轴相应平行,可先绕  $O_E Z_E$  轴反转  $90^\circ - \lambda_0$ ,然后绕新坐标系  $O_E X'$  正转  $\phi_0$ ,即可将  $O_E Y$  轴转至与  $O y$  轴平行,此时再绕与  $O y$  平行的新的第二轴反转  $90^\circ + \alpha_0$ ,即使得两坐标系相应各轴平行。则  $-(90^\circ - \lambda_0)$ ,  $\phi_0$ ,  $-(90^\circ + \alpha_0)$  即为三个欧拉角。方向余弦阵关系式为

$$\begin{bmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \end{bmatrix} = G_E \begin{bmatrix} x_E^0 \\ y_E^0 \\ z_E^0 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

其中

$$G_E = \begin{bmatrix} -\sin\alpha_0 \sin\lambda_0 - \cos\alpha_0 \sin\phi_0 \cos\lambda_0 & \sin\alpha_0 \cos\lambda_0 - \cos\alpha_0 \sin\phi_0 \sin\lambda_0 & \cos\alpha_0 \cos\phi_0 \\ \cos\phi_0 \cos\lambda_0 & \cos\phi_0 \sin\lambda_0 & \sin\phi_0 \\ -\cos\alpha_0 \sin\lambda_0 + \sin\alpha_0 \sin\phi_0 \cos\lambda_0 & \cos\alpha_0 \cos\lambda_0 + \sin\alpha_0 \sin\phi_0 \sin\lambda_0 & -\sin\alpha_0 \cos\phi_0 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

若将地球考虑为总地球椭球体,则发射点在椭球体上的位置可用经度  $\lambda_0$ 、地理纬度  $B_0$  确定,  $Ox$  轴的方向则以射击方位角  $A_0$  表示。这样,两坐标系间方向余弦阵只需将式(1.4)中之  $\phi_0, \alpha_0$  分别用  $B_0, A_0$  代替即可得到。

## 3. 发射坐标系与箭体坐标系间的欧拉角及方向余弦阵

这两个坐标系的关系用以反映箭体相对于发射坐标系的姿态角。为使一般状态下这两个

坐标系转至相应轴平行,现采用下列转动顺序:先绕  $Oz$  轴正向转动  $\varphi$  角,然后绕新的  $y'$  轴正向转动  $\psi$  角,最后绕新的  $x_1$  轴正向转  $\gamma$  角。两坐标系的欧拉角关系如图 1.4 所示,该图是将它们原点重合在一起的。这样不难写出两个坐标系的方向余弦关系式为

$$\begin{bmatrix} x_1^0 \\ y_1^0 \\ z_1^0 \end{bmatrix} = \mathbf{B}_G \begin{bmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

其中

$$\mathbf{B}_G = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\psi & \sin\varphi\cos\psi & -\sin\psi \\ \cos\varphi\sin\psi\sin\gamma - \sin\varphi\cos\gamma & \sin\varphi\sin\psi\sin\gamma + \cos\varphi\cos\gamma & \cos\psi\sin\gamma \\ \cos\varphi\sin\psi\cos\gamma + \sin\varphi\sin\gamma & \sin\varphi\sin\psi\cos\gamma - \cos\varphi\sin\gamma & \cos\psi\cos\gamma \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

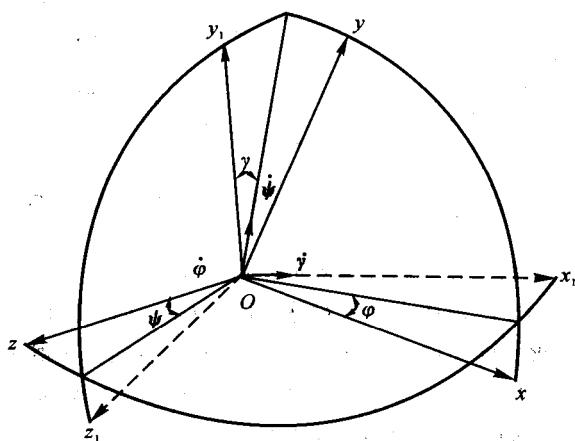


图 1.4 发射坐标系与箭体坐标系间的欧拉角关系图

由图 1.4 可看出各欧拉角的物理意义。

角  $\varphi$  称为俯仰角,为火箭纵轴  $Ox_1$  在射击平面  $xOy$  上的投影量与  $Ox$  轴的夹角,投影量在  $x$  的上方为正角。

角  $\psi$  称为偏航角,为  $Ox_1$  轴与射击平面的夹角, $Ox_1$  轴在射击平面的左方, $\psi$  角取正值。

角  $\gamma$  称为滚动角,为火箭绕  $Ox_1$  轴旋转的角度,当旋转角速度矢量与  $Ox_1$  轴方向一致时,该角  $\gamma$  取为正值。

#### 4. 发射坐标系与速度坐标系间的欧拉角及方向余弦阵

两个坐标系转动至平行的顺序及欧拉角如图 1.5 所示,图中将两个坐标系原点重合,绕  $Oz$  轴正向转动  $\theta$  角(速度倾角),接着绕  $y'$  轴正向转动  $\sigma$  角(航迹偏角),最后绕  $Ox_v$  轴正向转动  $\nu$  角(倾侧角),即可使地面坐标系与速度坐标系相重合,上述  $\theta, \sigma, \nu$  角即为三个欧拉角,图 1.5 中表示的各欧拉角均定义为正值,由此不难写出这两个坐标系的方向余弦阵为

$$\begin{bmatrix} x_v^0 \\ y_v^0 \\ z_v^0 \end{bmatrix} = \mathbf{V}_G \begin{bmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

其中,  $\mathbf{V}_G$  为方向余弦阵,即



$$\mathbf{V}_G = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\sigma & \sin\theta\cos\sigma & -\sin\sigma \\ \cos\theta\sin\sigma\sin\nu - \sin\theta\cos\nu & \sin\theta\sin\sigma\sin\nu + \cos\theta\cos\nu & \cos\sigma\sin\nu \\ \cos\theta\sin\sigma\cos\nu + \sin\theta\sin\nu & \sin\theta\sin\sigma\cos\nu - \cos\theta\sin\nu & \cos\sigma\cos\nu \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

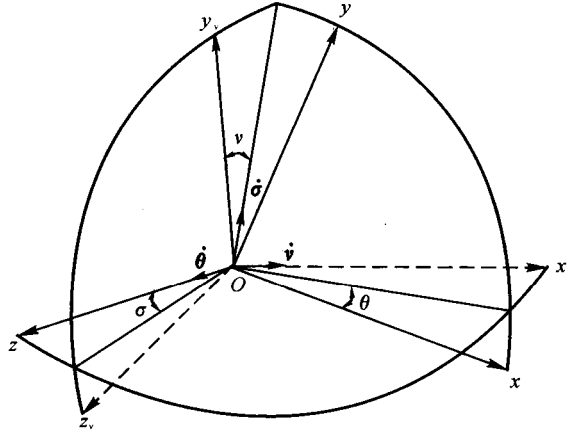


图 1.5 发射坐标系与速度坐标系间的欧拉角关系图

#### 5. 速度坐标系与箭体坐标系间的欧拉角及方向余弦阵

根据定义,速度坐标系  $O_1 y_v$  轴在火箭主对称平面  $x_1 O_1 y_1$  内。因此,这两个坐标系间的转换关系只存在两个欧拉角。将速度坐标系先绕  $O_1 y_v$  转  $\beta$  角,  $\beta$  角称为侧滑角;然后,绕轴  $O_1 z_1$  转动  $\alpha$  角,  $\alpha$  角称为攻角,即达到两个坐标系重合。两个坐标系的欧拉角关系如图 1.6 所示,图中之  $\alpha$ ,  $\beta$  均为正值方向。因此,可得两个坐标系的方向余弦关系为

$$\begin{bmatrix} x_1^0 \\ y_1^0 \\ z_1^0 \end{bmatrix} = \mathbf{B}_v \begin{bmatrix} x_v^0 \\ y_v^0 \\ z_v^0 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

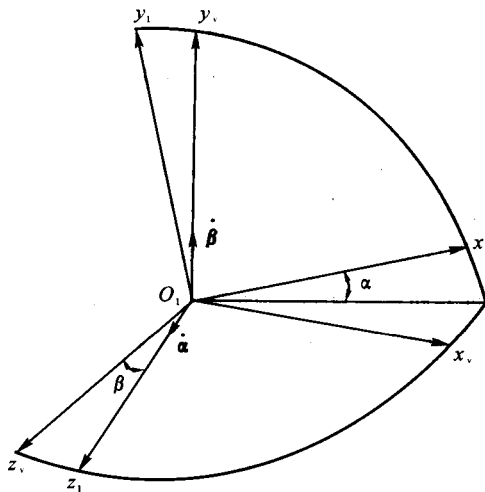


图 1.6 速度坐标系与箭体坐标系间的欧拉角关系图