21 世纪高等院校经典教材同步辅导

ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

XINHAOYUXITONG

信号与系统

第二版

全程导学及习题全解

下册

主　编　李　华

副主编　熊　笑　余成金　张　鹏

主　审　邓　晖

◆知识归纳　梳理主线重点难点

◆习题详解　精确解答教材习题

◆提高练习　巩固知识迈向更高

中国时代经济出版社

China Modern Economic Publishing House

21 世纪高等院校经典教材同步辅导
ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

XINHAOYUXITONG

信号与系统

第二版

全程导学及习题全解

下册

主 编 李 华
副主编 熊 笑 余成金 张 鹏
主 审 邓 晖

◆知识归纳 梳理主线重点难点
◆习题详解 精确解答教材习题
◆提高练习 巩固知识迈向更高

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统全程导学及习题全解．下册/李华主编．—北京：中国时代经济出版社，2007.2

（21世纪高等院校经典教材同步辅导）

ISBN 978－7－80221－243－5

Ⅰ．信…　Ⅱ．李…　Ⅲ．信号系统－高等学校－教学参考资料　Ⅳ．TN911．6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第148869号

信号与系统全程导学及习题全解（下册）

李华 主编

出版者	中国时代经济出版社
地址	北京东城区东四十条24号 青蓝大厦东办公区11层
邮政编码	100007
电话	(010)68320825(发行部) (010)88361317(邮购)
传真	(010)68320634
发行	各地新华书店
印刷	北京市白帆印务有限公司
开本	787×1092　1/16
版次	2007年2月第1版
印次	2007年2月第1次印刷
印张	11.125
字数	220千字
印数	1～5000册
定价	13.50元
书号	ISBN 978－7－80221－243－5

内容简介

本书主要是根据高教出版社出版、郑君里编写的教材《信号与系统》(第二版)的课后习题解答,分上下册,分别对应教材的上下册。上册共分六章:绪论、连续时间系统的时域分析、傅里叶变换、拉普拉斯变换、滤波、调制与抽样、信号的矢量空间分析;下册也为六章:离散时间系统的时域分析、Z变换、离散傅里叶变换、模拟与数字滤波器、反馈系统、状态变量分析。每章分三部分,分别为概要总结、经典例题和教材的详细课后习题解答。本书可以作为电子信息、通信、控制、电气信息专业、自动化、计算机等专业高职高专、函授和成人教育的配套教材,也可供研究生入学考试辅导。

前　　言

本书是《信号与系统》(郑君里编著,高等教育出版社第二版)的配套辅导教材。"信号与系统"是一门理论性强、结构严谨、内容广泛的电子信息类专业的基础课程。它不仅与后续课程,如高频电路、通信基础、数字信号处理等有紧密联系,而且在培养学生的创新能力,提高学生的科研素质方面都有着重要作用。为了学好这门课程,首先要对基本概念和基本理论有较好的把握,它不仅需要较强的逻辑推理能力,深入地思考,反复领会,更需要做大量的习题,在解题过程中,一方面提高自己的解题技巧;另一方面,也是更重要的方面,是深化对基本概念和基本理论的认识。所以解题过程就是进一步领悟的过程,深入理解的过程。因此,做大量的习题是学好该门课程的关键之一。而由于"信号与系统"课程的习题对于初学者有一定的难度,初学者面对习题经常会感到无从入手,为了帮助初学者能顺利学好"信号与系统"这门课,并满足报考研究生的需求,我们编写了这本辅导教材。本书分六章,每章由概要总结、经典例题和教材的详细课后习题解答组成。第一部分的概要总结将每章的基本知识点、重要概念、常用的公式变化都列出来,让读者能在较短时间内对整个章节有大致的了解;第二部分是典型例题,每章三～五道题,这些题是结合了基本概念、最经常的题型、往年考研例题而编写出来的,具有很强的代表性,其目的是给初学都提供解题的思路,具有一定的启示作用,帮助初学者提高对基本概念和基本理论的认识,也是该门课程对学生的基本要求;第三部分是郑君里教材的详细课后习题解答。我们希望读者在刚开始做题时,不要忙于去翻阅解答,更不要抄袭解答去应付你的老师。解题是自我提高的过程,思考,思考,再思考;当你经过长时间的思考后,再去参阅习题解答,并举一反三,你就会有所领悟,受益匪浅。本书由李华、熊笑、余成金、张鹏等同志编写,全书由邓晖老师主审。邓晖老师严谨的治学态度,使编者受益匪浅,对此深表感谢。本书编写过程中得到陈晓峰、张景刚等同志的大力协助,并得到中国时代经济出版社的领导和有关编辑的大力支持,为此表示忠心的感谢!对《信号与系统》教材的作者郑君里老师,表示衷心的感谢!

限于编者水平,书中难免有不妥或错误之处,恳请读者指正。

编　者

2007 年 1 月

目　　录

第七章　离散时间系统的时域分析

本章学习重点

(一)序列

1. 离散时间信号——序列：是一组序列值的集合$\{x(n)\}$

2. 典型序列

(1)单位样值信号

(2)单位阶跃序列

(3)矩形序列

(4)斜变序列

(5)指数序列

(6)正弦序列

(7)复指数序列

(二)离散时间系统

1. 离散时间系统按性能分为线性、非线性、时不变、时变等类型. 其中“线性、时不变系统”目前最为常用，线性离散时间系统满足均匀性与叠加性.

2. 离散时间系统的行为可用差分方程来表示，常系数线性差分方程的解法一般有

(1)迭代法

(2)时域经典法

(3)分别求零输入响应与零状态响应

(4)变换域方法

本章主要用求齐次解和卷积的方法.

3. 离散线性时不变系统作为因果系统的充分必要条件

$$h(n)=0(\text{当 } n<0)\text{或 } h(n)=h(n)u(n)$$

4. 离散时间系统稳定的充分必要条件是单位样值响应绝对可积，即

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}|h(n)|\leqslant M$$

式中M为有界正值.

(三)系统响应与卷积

1. 系统响应$y(n)$与激励$x(n)$和单位样值响应$h(n)$之间的关系：$y(n)$是$x(n)$与$h(n)$的卷积，即

$$y(n)=x(n)*h(n)$$

2. 解卷积

(1)给定 $y(n)$,$h(n)$求 $x(n)$

$$x(n)=[y(n)-\sum_{m=0}^{n-1}x(m)h(n-m)]/h(0)$$

(2)给定 $x(n)$,$y(n)$求 $h(n)$

$$h(n)=[y(n)-\sum_{m=0}^{n-1}h(m)x(n-m)]/x(0)$$

典型例题讲解

例 1 判断以下各序列是否为周期性的.如果是周期性的,试确定其周期.

(1)$x(n)=A\cos(\frac{3\pi}{7}n-\frac{\pi}{8})$;

(2)$x(n)=e^{j(\frac{n}{8}-\pi)}$

解 (1)$\omega_0=\frac{3\pi}{7}$,则$\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{2\pi}{3\pi/7}=\frac{14}{3}$.令 $T=\frac{14}{3}m$,显然,使 T 为整数的最小整数 m 为 3,此时 $T=14$.

$\therefore x(n)$为周期序列,周期为 14.

(2)$\omega_0=\frac{1}{8}$,则$\frac{2\pi}{\omega_0}=16\pi$ 是无理数.

$\therefore x(n)$是非周期序列.

例 2 已知一线性时不变离散系统,当激励 $x_1(n)=G_5(n)$时,其零状态响应为 $y_1(n)=(2-2^{-n})u(n)-[2-2^{-(n-5)}]u(n-5)$,现要设计另一离散系统,其形式如图 7-1 所示.若要使其与上述系统等效,试确定系统中的系数 a.

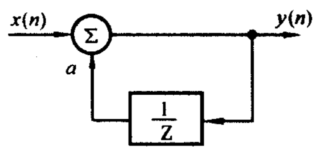


图 7-1

解 根据系统框图列写出差分方程为

$$y(n)-ay(n-1)=x(n)$$

已知 $x_1(n)=G_5(n)=u(n)-u(n-5)$时,零状态响应为

$$y(n)=(2-2^{-n})u(n)-[2-2^{-(n-5)}]u(n-5) \quad ①$$

则差分方程可写成

$$y(n)-ay(n-1)=u(n)-u(n-5) \quad ②$$

由②式和 $y(-1)=0$ 得 $y(0)=ay(-1)+1=1$,$y(1)=ay(0)+1=a+1$

由①式得 $y(1)=\frac{3}{2}$,

$\therefore a+1=\frac{3}{2}$,即 $a=\frac{1}{2}$.

例 3 已知系统差分方程为:

$$y(n)-3y(n-1)+2y(n-2)=x(n)+x(n-1),y(-1)=2,y(0)=0$$

(1)求系统的零输入响应 $y_{zi}(n)$和单位样值响应;

(2)若 $x(n)=2^n u(n)$,求系统的零状态响应.

解 (1)系统的特征方程为 $\alpha^3-3\alpha+2=0$,特征根为 $\alpha_1=1$,$\alpha_2=2$.

故设 $y_{zi}(n)=C_1+C_2 2^n$

将 $y(-1)=2, y(0)=0$ 代入上式，得 $C_1=4, C_2=-4$.

则　$y_{zi}(n)=4-4\times2^n=4-2^{n+2}$

对于单位样值响应，其差分方程为

$$h(n)-3h(n-1)+2h(n-2)=\delta(n)+\delta(n-1)$$

∴当 $n<0$ 时，$h(n)=0$；

　当 $n=0$ 时，$h(0)=1$；

　当 $n=1$ 时，$h(1)=4$；

当 $n>1$ 时，$h(n)-3h(n-1)+2h(n-2)=0$.

由系统特征方程，设 $h(n)=D_1+D_2 2^n$，

将 $h(0)=1, h(1)=4$ 代入得，$D_1=-2, D_2=3$

∴$h(n)=(-2+3\times2^n)u(n)$

(2)其零状态响应为输入与单位样值响应的卷积，即

$$y_{zs}(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}2^m u(m)[-2+3\times2^{n-m}]u(n-m)$$

$$=\sum_{m=0}^{n}(-2\times2^m+3\times2^n)=[(3n-1)\times2^n+2]u(n)$$

习题全解

7—1　分别绘出以下各序列的图形.

(1)$x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$

(2)$x(n)=2^n u(n)$

(3)$x(n)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n u(n)$

(4)$x(n)=(-2)^n u(n)$

(5)$x(n)=2^{n-1}u(n-1)$

(6)$x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}u(n)$

解　(1)序列 $x(n)$ 的图形见图 7—1(a)；

(2)序列 $x(n)$ 的图形见图 7—1(b)；

(3)序列 $x(n)$ 的图形见图 7—1(c)；

(4)序列 $x(n)$ 的图形见图 7—1(d)；

(5)序列 $x(n)$ 的图形见图 7—1(e)；

(6)序列 $x(n)$ 的图形见图 7—1(f).

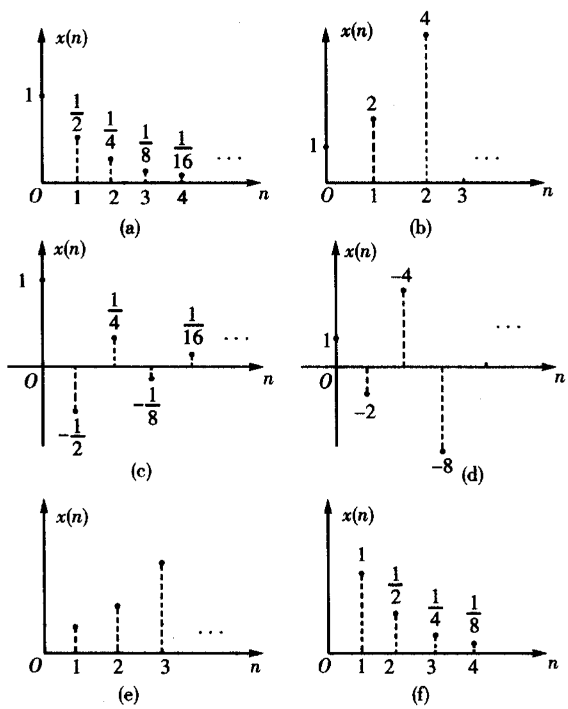


图 7—1

7—2　分别绘出以下各序列的图形.

(1)$x(n)=nu(n)$

(2)$x(n)=-nu(-n)$

(3)$x(n)=2^{-n}u(n)$

(4)$x(n)=\left(-\frac{1}{2}\right)^{-n}u(n)$

(5)$x(n)=-\left(\frac{1}{2}\right)^{n}u(-n)$

(6)$x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}u(n+1)$

解 (1)序列 $x(n)$的图形见图 7—2(a);

(2)序列 $x(n)$的图形见图 7—2(b);

(3)序列 $x(n)$的图形见图 7—2(c);

(4)序列 $x(n)$的图形见图 7—2(d);

(5)序列 $x(n)$的图形见图 7—2(e);

(6)序列 $x(n)$的图形见图 7—2(f).

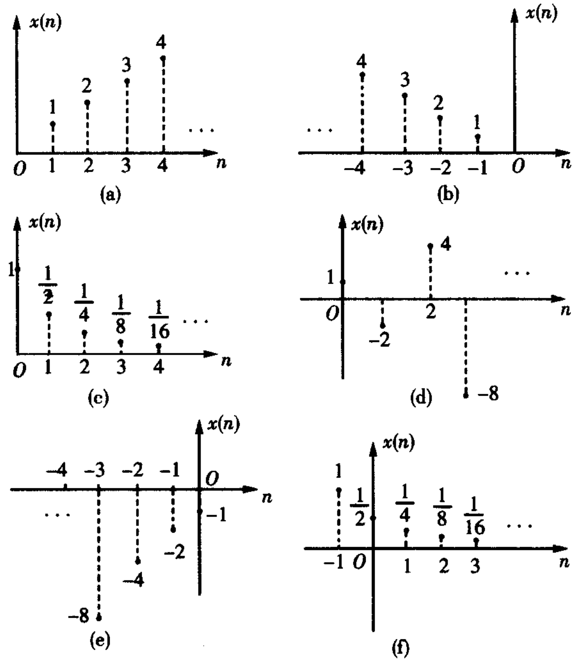


图 7—2

7—3 分别绘出以下各序列的图形.

(1)$x(n)=\sin\left(\frac{n\pi}{5}\right)$

(2)$x(n)=\cos\left(\frac{n\pi}{10}-\frac{\pi}{5}\right)$

(3)$x(n)=\left(\frac{5}{6}\right)^{n}\sin\left(\frac{n\pi}{5}\right)$

解 (1)序列 $x(n)$的图形见图 7—3(a);

(2)序列 $x(n)$的图形见图 7—3(b);

(3)序列 $x(n)$的图形见图 7—3(c);

题 7—1 至 7—3 旨在考查不同形式的离散时间序列,加深对基础概念的理解和认识.

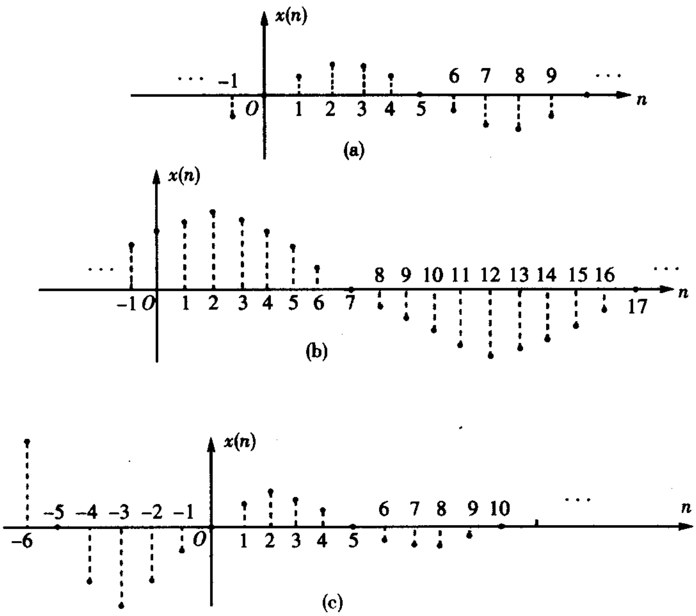


图 7—3

7—4　判断以下各序列是否周期性的，如果是周期性的，试确定其周期.

(1) $x(n)=A\cos\left(\frac{3\pi}{7}n-\frac{\pi}{8}\right)$

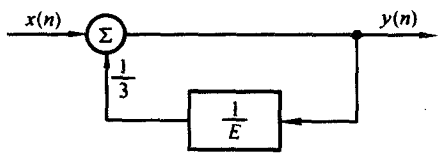
(2) $x(n)=e^{j\left(\frac{n}{8}-\pi\right)}$

解　若对于整数 N，有 $x(n+N)=x(n)$，则 $x(n)$ 是周期序列. 设序列的频率为 ω_0（存在的话），则如果 $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 是有理数，$x(n)$ 是周期性的；如果 $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 是无理数，$x(n)$ 就是非周期性的.

(1) 由于 $\frac{2\pi}{\frac{3\pi}{7}}=\frac{14}{3}$ 是有理数，所以 $x(n)$ 是周期性的，周期为 14.

(2) 由于 $\frac{2\pi}{\frac{1}{8}}=16\pi$ 是无理数，所以 $x(n)$ 是非周期性的.

7—5　列出题图 7—5 所示系统的差分方程，已知边界条件 $y(-1)=0$. 分别求以下输入序列时的输出 $y(n)$，并绘出其图形（用逐次迭代方法求）.



题图　7—5

(1) $x(n)=\delta(n)$

(2) $x(n)=u(n)$

(3) $x(n)=u(n)-u(n-5)$

解　根据题图 7—5 可列出该系统的差分方程为

$$y(n)=x(n)+\frac{1}{3}y(n-1)\text{，边界条件 } y(-1)=0$$

(1) 当 $x(n)=\delta(n)$ 时，进行迭代求解如下：

$$y(0)=x(0)+\frac{1}{3}y(-1)=1+\frac{1}{3}\times 0=1$$

$$y(1)=x(1)+\frac{1}{3}y(0)=0+\frac{1}{3}\times 1=\frac{1}{3}$$

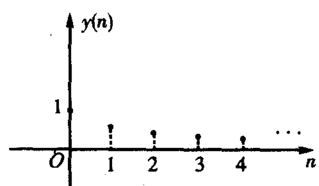
$$y(2)=x(2)+\frac{1}{3}y(1)=0+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\vdots$$

$$y(n)=x(n)+\frac{1}{3}y(n-1)=\left(\frac{1}{3}\right)^n$$

所以　$y(n)=\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$ 或 $y(n)=3^{-n}u(n)$

其图形见图 7—5(a).



(a)

图 7—5

(2) 当 $x(n)=u(n)$ 时，进行迭代求解如下：

$$y(0)=x(0)+\frac{1}{3}y(-1)=1+\frac{1}{3}\times 0=1=\frac{3-\left(\frac{1}{3}\right)^0}{2}$$

$$y(1)=x(1)+\frac{1}{3}y(0)=1+\frac{1}{3}\times 1=\frac{4}{3}=\frac{3-\left(\frac{1}{3}\right)^1}{2}$$

$$y(2)=x(2)+\frac{1}{3}y(1)=1+\frac{1}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{13}{3^2}=\frac{3-\left(\frac{1}{3}\right)^2}{2}$$

$$\vdots$$

$$y(n)=x(n)+\frac{1}{3}y(n-1)=\frac{3-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{2}$$

所以　$y(n)=[\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n]u(n)=\frac{3-3^{-n}}{2}u(n)$

其图形见图 7－5(b).

(3)当 $x(n)=u(n)-u(n-5)$时，进行迭代求解如下：

$$y(0)=x(0)+\frac{1}{3}y(-1)=1=\frac{3-\left(\frac{1}{3}\right)^0}{2}$$

$$y(1)=x(1)+\frac{1}{3}y(0)=\frac{4}{3}=\frac{3-\left(\frac{1}{3}\right)^1}{2}$$

$$y(2)=x(2)+\frac{1}{3}y(1)=\frac{13}{3^2}=\frac{3-\left(\frac{1}{3}\right)^2}{2}$$

$$y(3)=x(3)+\frac{1}{3}y(2)=\frac{3-\left(\frac{1}{3}\right)^3}{2}$$

$$y(4)=x(4)+\frac{1}{3}y(3)=\frac{3-\left(\frac{1}{3}\right)^4}{2}$$

$$y(5)=x(5)+\frac{1}{3}y(4)=0+\frac{1}{3}y(4)=\frac{1}{3}\times\frac{121}{3^4}=\frac{121}{3^5}$$

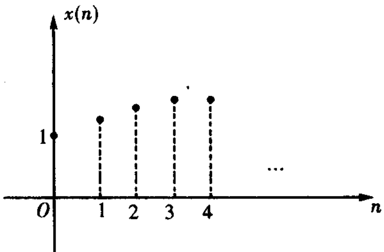
$$y(6)=x(6)+\frac{1}{3}y(5)=0+\frac{1}{3}y(5)=\frac{121}{3^6}$$

$$\vdots$$

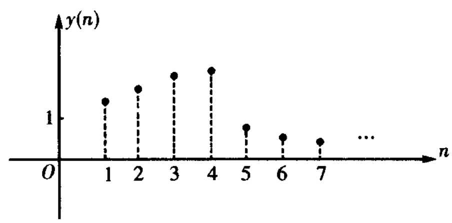
$$y(n)=\frac{121}{3^n}(n\geqslant 5\text{ 时})$$

所以　$y(n)=\left[\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n\right][u(n)-u(n-5)]+\frac{121}{3^n}u(n-5)$

其图形见图 7－5(c).



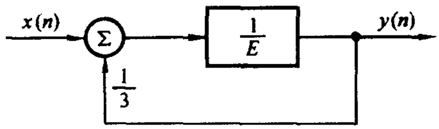
(b)



(c)

图 7－5

7—6　列出题图 7—6 所示系统的差分方程，已知边界条件 $y(-1)=0$ 并限定当 $n<0$ 时，全部 $y(n)=0$，若 $x(n)=\delta(n)$，求 $y(n)$. 比较本题与 7—5 题相应的结果.



题图　7—6

解　根据题图 7—6 可列出该系统的差分方程

$y(n)=\frac{1}{3}y(n-1)+x(n-1)$，边界条件 $y(-1)=0$.

当 $x(n)=\delta(n)$ 时，

$$y(0)=x(-1)+\frac{1}{3}y(-1)=0+\frac{1}{3}\times 0=0$$

$$y(1)=x(0)+\frac{1}{3}y(0)=1+0=1$$

$$y(2)=x(1)+\frac{1}{3}y(1)=0+\frac{1}{3}\times 1=\frac{1}{3}$$

$$y(3)=x(2)+\frac{1}{3}y(2)=0+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\vdots$$

$$y(n)=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}u(n-1)$$

与题 7—5(1) 比较，本题中，当 $n=1$ 时，$y(n)$ 为第一个非零值. 而题 7—5(1) 中，当 $n=0$ 时，$y(n)$ 取第一个非零值. 本题结果是题 7—5(1) 向右移一个单位的结果.

7—7　在题 7—5 中，若限定当 $n>0$，全部 $y(n)=0$，以 $y(1)=0$ 为边界条件，求当 $x(n)=\delta(n)$ 时的响应 $y(n)$，这时，可以得到一个左边序列，试解释为什么会出现这种结果.

解　由题 7—5 知

$$y(n)=x(n)+\frac{1}{3}y(n-1)$$

所以 $y(n-1)=3[y(n)-x(n)]$，且当 $n>0$ 时，$y(n)=0$，$y(1)=0$，

迭代时分别令 $n=1,0,-1,-2\cdots$. 于是

$$y(0)=3[y(1)-x(1)]=0-0=0$$

$$y(-1)=3y(0)-3x(0)=0-3=-3$$

$$y(-2)=3y(-1)-3x(-1)=-3^2$$

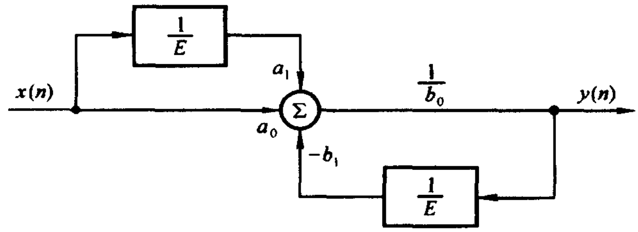
$$\vdots$$

$$y(n)=-3^{-n}$$

所以 $y(n)=-3^{-n}u(-n-1)$　为一个左边序列.

之所以得到一个左边序列，是因为限定了 $n>0$ 时，$y(n)=0$，所以 $y(n)$ 的非零值只可能出现在 $n<0$ 范围内. 从离散系统的记忆性来看，由于 $x(n)=\delta(n)$，当 $n=0$ 时有 1 的输入，若 $n<0$ 时，$y(n)=0$，则不可能满足边界条件 $y(1)=0$.

7—8 列出题图 7—8 所示系统的差分方程，指出其阶次.



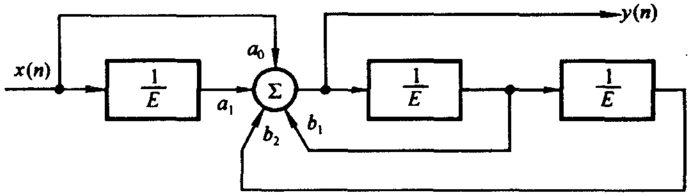
题图 7—8

解 题图 7—8 所示系统的差分方程为

$$b_0 y(n)+b_1 y(n-1)=a_0 x(n)+a_1 x(n-1)$$

是一阶差分方程.

7—9 列出题图 7—9 所示系统的差分方程，指出其阶次.



题图 7—9

解 题图 7—9 所示系统的差分方程为

$$y(n)-b_1 y(n-1)-b_2 y(n-2)=a_0 x(n)+a_1 x(n-1)$$

是二阶差分方程.

7—10 已知描述系统的差分方程表示式为

$$y(n)=\sum_{r=0}^{7} b_r x(n-r)$$

试绘出此离散系统的方框图. 如果 $y(-1)=0$，$x(n)=\delta(n)$，试求 $y(n)$，指出此时 $y(n)$ 有何特点，这种特点与系统的结构有何关系.

解 此离散系统的方框图见图 7—10 所示.

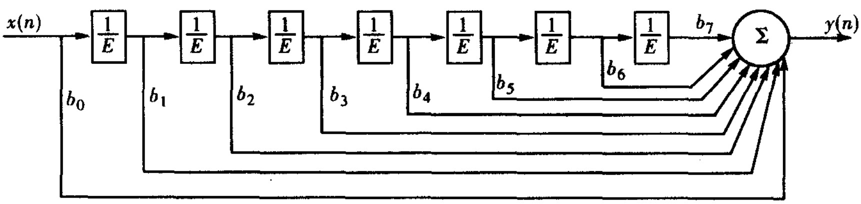


图 7—10

$$x(n)=\delta(n)\text{，则 } y(n)=\sum_{r=0}^{7} b_r \delta(n-r)$$

所以 $y(0)=b_0$，$y(1)=b_1$，$y(2)=b_2$，$y(3)=b_3$，$y(4)=b_4$，$y(5)=b_5$，$y(6)=b_6$，$y(7)=b_7$

当 $n<0$ 或 $n>7$ 时 $y(n)=0$.

此时 $y(n)$ 为有限长序列，在非零值区间内的值为 $b_r(r=0,\cdots,7)$ 正好是各前向支路的增益，而与过去的响应无关，这种特点取决于系统中没有反馈支路，只有前向支路.

7—11　解差分方程.

(1) $y(n)-\frac{1}{2}y(n-1)=0, y(0)=1$　　(2) $y(n)-2y(n-1)=0, y(0)=\frac{1}{2}$

(3) $y(n)+3y(n-1)=0, y(1)=1$　　(4) $y(n)+\frac{2}{3}y(n-1)=0, y(0)=1$

解　(1)特征方程 $\alpha-\frac{1}{2}=0$

所以特征根 $\alpha=\frac{1}{2}$

故齐次解为 $y(n)=C\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$

将 $y(0)=1$ 代入上式，得 $C=1$

所以 $y(n)=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$

(2)特征方程 $\alpha-2=0$

所以特征根 $\alpha=2$

故齐次解为 $y(n)=C\cdot 2^n$

将 $y(0)=\frac{1}{2}$ 代入上式，得 $C=\frac{1}{2}$

所以 $y(n)=\frac{1}{2}\cdot 2^n=2^{n-1}$

(3)特征方程 $\alpha+3=0$

所以特征根 $\alpha=-3$

故齐次解为 $y(n)=C\cdot(-3)^n$

将 $y(1)=1$ 代入上式，得 $C=-\frac{1}{3}$

所以 $y(n)=-\frac{1}{3}\cdot(-3)^n=(-3)^{n-1}$

(4)特征方程 $\alpha+\frac{2}{3}=0$

所以特征根 $\alpha=-\frac{2}{3}$

故齐次解为 $y(n)=C\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^n$

将 $y(0)=1$ 代入上式，得 $C=1$

所以 $y(n)=\left(-\frac{2}{3}\right)^n$

7—12　解差分方程.

(1) $y(n)+3y(n-1)+2y(n-2)=0, y(-1)=2, y(-2)=1$

(2) $y(n)+2y(n-1)+y(n-2)=0, y(0)=y(-1)=1$

(3) $y(n)+y(n-2)=0, y(0)=1, y(1)=2$

解 (1)特征方程 $\alpha^2+3\alpha+2=0$,解得特征根 $\alpha_1=-1,\alpha_2=-2$.

齐次解 $y(n)=C_1(-1)^n+C_2(-2)^n$

将 $y(-1)=2,y(-2)=1$ 代入上式,得方程组

$$\begin{cases}-C_1-\frac{1}{2}C_2=2\\ C_1+\frac{1}{4}C_2=1\end{cases}\quad 解得\begin{cases}C_1=4\\ C_2=-12\end{cases}$$

所以 $y(n)=4(-1)^n-12(-2)^n$

(2)特征方程 $\alpha^2+2\alpha+1=0$,解得特征根 $\alpha_1=\alpha_2=-1$

齐次解 $y(n)=(C_1n+C_2)(-1)^n$

将 $y(0)=y(-1)=1$ 代入上式,得方程组

$$\begin{cases}C_2=1\\ -(-C_1+C_2)=1\end{cases}\quad 解得\begin{cases}C_1=2\\ C_2=1\end{cases}$$

所以 $y(n)=(2n+1)(-1)^n$

(3)特征方程 $\alpha^2+1=0$,解得特征根 $\alpha_1=\mathrm{j},\alpha_2=-\mathrm{j}$

齐次解 $y(n)=C_1(\mathrm{j})^n+C_2(-\mathrm{j})^n$

将 $y(0)=1,y(1)=2$ 代入上式,得方程组

$$\begin{cases}C_1+C_2=1\\ -C_1+C_2=2\mathrm{j}\end{cases}\quad 解得\begin{cases}C_1=\frac{1}{2}-\mathrm{j}\\ C_2=\frac{1}{2}+\mathrm{j}\end{cases}$$

所以

$$\begin{aligned}y(n)&=(\frac{1}{2}-\mathrm{j})\cdot(\mathrm{j})^n+(\frac{1}{2}+\mathrm{j})\cdot(-\mathrm{j})^n\\&=(\frac{1}{2}-\mathrm{j})e^{\mathrm{j}\frac{n\pi}{2}}+(\frac{1}{2}+\mathrm{j})e^{-\mathrm{j}\frac{n\pi}{2}}\\&=\frac{1}{2}(e^{\mathrm{j}\frac{n\pi}{2}}+e^{-\mathrm{j}\frac{n\pi}{2}})-\mathrm{j}(e^{\mathrm{j}\frac{n\pi}{2}}-e^{-\mathrm{j}\frac{n\pi}{2}})\\&=\cos(\frac{n\pi}{2})+2\sin(\frac{n\pi}{2})\end{aligned}$$

7—13 解差分方程.

$$y(n)-7y(n-1)+16y(n-2)-12y(n-3)=0,$$
$$y(1)=-1,y(2)=-3,y(3)=-5$$

解 特征方程 $\alpha^3-7\alpha^2+16\alpha-12=0$

$$(\alpha^3-7\alpha^2+12\alpha)+4(\alpha-3)=0$$
$$(\alpha-3)(\alpha-2)^2=0$$

所以特征根 $\alpha_1=3,\alpha_2=\alpha_3=2$

齐次解 $y(n)=C_13^n+(C_2\cdot n+C_3)2^n$

将 $y(1)=-1,y(2)=-3,y(3)=-5$ 代入上式,得方程组

$$\begin{cases}3C_1+2(C_2+C_3)=-1\\ 9C_1+4(2C_2+C_3)=-3\\ 27C_1+8(3C_2+C_3)=-5\end{cases}\quad 解得\begin{cases}C_1=1\\ C_2=-1\\ C_3=-1\end{cases}$$

所以 $y(n)=3^n-(n+1)2^n$

7－14 解差分方程 $y(n)=-5y(n-1)+n$. 已知边界条件 $y(-1)=0$.

解 特征方程 $\alpha+5=0$, 特征根 $\alpha=-5$

所以齐次解为 $C(-5)^n$, 令特解为 D_1n+D_2, 代入原方程

$$D_1n+D_2+5[D_1(n-1)+D_2]=n$$

比较上式两边得 $D_1=\frac{1}{6}, D_2=\frac{5}{36}$

则全解 $y(n)=C(-5)^n+\frac{1}{6}n+\frac{5}{36}$

将 $y(-1)=0$ 代入上式, 得 $C=-\frac{5}{36}$

所以 $y(n)=\frac{1}{36}[(-5)^{n+1}+6n+5]$

7－15 解差分方程 $y(n)+2y(n-1)=n-2$, 已知 $y(0)=1$.

解 由差分方程知, 齐次解为 $C(-2)^n$. 令特解为 D_1n+D_2 代入原方程

$$D_1n+D_2+2D_1(n-1)+2D_2=n-2$$

比较上式两边得 $D_1=\frac{1}{3}, D_2=-\frac{4}{9}$

则全解 $y(n)=C(-2)^n+\frac{1}{3}n-\frac{4}{9}$

将 $y(0)=1$ 代入上式, 得 $C=\frac{13}{9}$

所以 $y(n)=\frac{1}{9}[13(-2)^n+3n-4]$

7－16 解差分方程 $y(n)+2y(n-1)+y(n-2)=3^n$, 已知 $y(-1)=0, y(0)=0$.

解 特征方程 $\alpha^2+2\alpha+1=0$, 特征根 $\alpha_1=\alpha_2=-1$

齐次解为 $(C_1n+C_2)(-1)^n$. 令特解为 $D3^n$, 代入原方程

$$D\cdot 3^n+2D\cdot 3^{n-1}+D\cdot 3^{n-2}=3^n$$

比较上式两边, 得 $D=\frac{9}{16}$

则全解 $y(n)=(C_1n+C_2)(-1)^n+\frac{9}{16}\cdot 3^n$

将 $y(-1)=0, y(0)=0$ 代入上式, 得方程组

$$\begin{cases}-(-C_1+C_2)+\frac{9}{16}\times\frac{1}{3}=0\\ C_2+\frac{9}{16}=0\end{cases}\quad \text{解得}\begin{cases}C_1=-\frac{3}{4}\\ C_2=-\frac{9}{16}\end{cases}$$

所以 $y(n)=(\frac{3}{4}n+\frac{9}{16})(-1)^{n+1}+\frac{1}{16}\cdot 3^{n+2}$

7－17 解差分方程 $y(n)+y(n-2)=\sin n$, 已知 $y(-1)=0, y(-2)=0$.

解 特征方程 $\alpha^2+1=0$, 特征根 $\alpha_1=\mathrm{j}, \alpha_2=-\mathrm{j}$

齐次解为 $C_1\mathrm{j}^n+C_2(-\mathrm{j})^n=C_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{n\pi}{2}}+C_2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{n\pi}{2}}=A_1\cos\frac{n\pi}{2}+A_2\sin\frac{n\pi}{2}$