

北京航空学院

科学报告会论文集

庆祝建校三十周年

第九分册 机械设计类

1982.10



前



建校三十年来,我院科研工作遵循党的方针政策,密切结合教学,取得不少成果,在此基础上,总结出了一批有一定理论价值与实践意义的学术论文。

战斗在祖国各地的校友们,在为实现我国四个现代化这一伟大历史任务的过程中,同样做出了可喜的成绩,此次他们热情响应母校三十周年校庆征稿的号召,把自己多年来从事教学、科研与工程技术实际工作中所积累起来的宝贵经验,进行理论总结,书写成文,投寄我院。

为隆重纪念我院三十周年校庆日,加强院内外的学术交流与联系,我处特编辑这套校庆论文集。文集刊载本院与校友近期科研成果或技术总结的详细文摘。为节省篇幅,在编辑时将作者原列参考文献删去。

论文按专题分类出版:

1. 材料科学与工程类
2. 无线电电子学类
3. 自动控制类
4. 发动机类
5. 飞行器与力学类
6. 计算机类、管理工程类、情报学类
7. 制造工程类
8. 数理类
9. 机械设计类
10. 医疗类、体育类
11. 社会科学类
12. 大学生论文集

由于编辑出版力量有限,时间也较仓促,难免有遗漏和不妥之处,欢迎批评指正。

北京航空学院 科研处

1982年10月

第九分册 机械设计类

目 录

1. 液体静压多腔轴承动态性能参数的简化计算	武弘毅 (1)
2. 转子——轴承系统失稳转速的求法	陈燕生 (6)
3. 普遍雷诺方程推导和讲授中的问题	陈燕生 (13)
4. 空气润滑多孔材料止推轴承稳定性的实验研究	张锡圣 王之珊 孙大成 (21)
5. 液体静压多腔径向轴承动特性系数的计算	谢沛霖 陈燕生 武弘毅 (28)
6. 谐波齿轮传动效率的计算方法	王洪星 (37)
7. 有限长挤压油膜轴承的有效解法	沈心敏 刘侯周 闻英梅 (44)
8. 角变位渐开线斜齿圆柱齿轮传动的优化设计	李振刚 郭可谦 (51)
9. 计算齿根应力的平截面法与折截面法	吴继泽 章永锋 王焕成 杨景新 (60)
10. 利用割集的概念求系统可靠度的计算机算法	夏毅 (70)
11. 齿轮、蜗杆传动接触强度坐标式计算线图	黄少颜 (79)
12. 中点曲线的一种求法	曾中坚 (90)
13. 齿轮离心负荷对齿根应力影响的有限元分析	鲁明山 (99)

14. 轴测坐标系的射影定位	于长江	(107)
15. 一种通用的作图法—— <i>B'ezier</i> 作图法	马丽华	(112)
16. 为 <i>BENSON</i> 绘图机扩充的七个绘制圆弧的子程序	尚凤武	(127)
17. 曲面物体的隐藏线消除	黄毓瑜	(136)
18. 恒速传动装置中的润滑系统设计	王永柏	(144)
19. 小模数钟表摆线齿轮齿形之奇异设计	刘建康	(154)
20. 某型机襟翼滑动机构结构设计的分析	高世全	(162)

液体静压多腔轴承动态性能参数的简化计算

机电系 武弘毅

随着液体静压支承的推广以及工况的复杂化,动态性能的研究日益受到重视并取得进展。*D.V. Singh*等和 *M.K. Ghosh* 分别用有限元素法和有限差分法求得毛细管节流四腔液体静轴承在不同压力下的刚度系数和阻尼系数,但只局限于轴不转动的工况条件,与实际情况有一定差距。为了计算转子——轴系在动态失稳时的界限转速,可用有限差分法计算在不同转速下的动态特性系数,并对其稳定性进行分析。但是这些计算都是以二维雷诺方程和油腔流量平衡联立求解,用超松弛迭代的数值解完成,数据准确但用时多,尚待改进。为此,根据计算静态性能的原理,提出动态性能的简化计算方法,以适用于工程计算中的需要(在允许的误差范围下,大大减小了计算机时)。

图1给出了多腔轴承的构造简图。计算中假设:

- (1) 忽略了油膜的曲率影响,即流量计算用平行板的流量计算式,为此,则
- (2) 流动为层流,油液不可压缩;
- (3) 各油腔单元的压力不变,与油腔的压力相等。

根据流量平衡,即压力为 p_s 的油源通过 R_{CK} 节流液阻进入油腔的流量与从压力为 p_K 的油腔中流出的流量相等的原则,可建立各油腔压力的关系式:

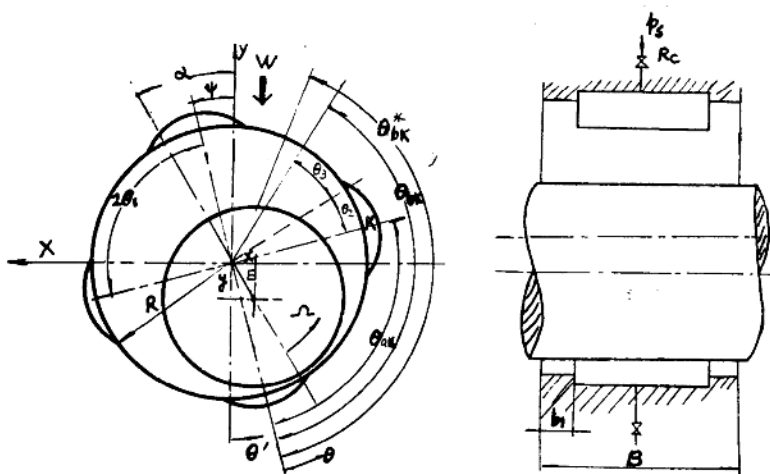


图 1

$$\begin{aligned} & \bar{p}_{K-1} \left(-\frac{\lambda_n B_{K-1}}{2} \right) + \bar{p}_K \left[r_K + \frac{N}{2\pi} A_K + \frac{\lambda_n}{2} (B_K + B_{K-1}) \right] \\ & + \bar{p}_{K+1} \left(-\frac{\lambda_n B_K}{2} \right) \\ & = r_K - \frac{3N}{2\pi} K \omega (C_K + 2D_K) \end{aligned} \quad (1)$$

式中

$$\begin{aligned} A_K &= \left\{ \left(1 + \frac{3}{2} \right) \theta - \varepsilon (3 + \varepsilon^2) \sin(\theta - \alpha + \psi) + \right. \\ & \quad \left. \frac{3}{2} E^2 \sin(\theta - \alpha + \psi) \cdot \cos(\theta - \alpha + \psi) + \frac{\varepsilon^3}{3} \sin^3(\theta - \alpha + \psi) \right\} \bigg|_{\theta_{bK-1}^*}^{\theta_{bK}^*} \\ B_K &= [1 - \varepsilon \cos(\theta_{bK}^* - \alpha + \psi)]^3 \\ C_K &= \varepsilon [\cos(\theta_{bK-1}^* - \alpha + \psi) - \cos(\theta_{bK}^* - \alpha + \psi)] \\ D_K &= \{ (\bar{V}_x \sin \alpha + \bar{V}_y \cos \alpha) [\sin(\theta_{bK}^* - \alpha + \psi) \\ & \quad - \sin(\theta_{bK-1}^* - \alpha + \psi)] - (\bar{V}_x \cos \alpha - \bar{V}_y \sin \alpha) \\ & \quad [\cos(\theta_{bK}^* - \alpha + \psi) - \cos(\theta_{bK-1}^* - \alpha + \psi)] \} \\ r_K &= \frac{R_{C0}}{R_{CK} \cdot \lambda_0} \end{aligned}$$

式中，下脚 K ， $K-1$ 等表示油腔号；上脚*表示计算值，没有的表示几何值；此外：

$$\varepsilon = \frac{E}{h_0}; \quad h_0: \text{轴承的半径间隙};$$

N : 多腔轴承的油腔数;

λ_0 : 设计状态下的液阻比;

R_{C0} : 设计状态下的进油液阻;

μ : 油液的动粘度;

$$\lambda_n = \frac{N b_1 (B - b_1)}{4\pi \theta_3 h_0^3}$$

$$K_\omega = \frac{\mu \Omega b_1 (B - b_1)}{p_s h_0^2}$$

其余符号意义见图1。

对于 N 个油腔就建立 N 个方程式，从中可解出各油腔的压力。已知油腔压力就可以计算出它的承载能力。

这样,不同的微扰条件的承载能力也可计算出,同时可以根据刚度和阻尼的定义计算出轴承在某一位置 (x_0, y_0) 的八个动态特性系数来。根据转子运动特征方程和Routh稳定准则可计算出界限状态下的当量刚度 $\bar{K}_{eq}$ 和涡动比 λ_c 。

$$\bar{K}_{eq} = \frac{\bar{K}_{xx}\bar{D}_{yy} + \bar{K}_{yy}\bar{D}_{xx} - \bar{K}_{xy}\bar{D}_{yx} - \bar{K}_{yx}\bar{D}_{xy}}{\bar{D}_{xx} + \bar{D}_{yy}}$$

$$\lambda_c^2 = \frac{(\bar{K}_{eq} - \bar{K}_{xx})(\bar{K}_{eq} - \bar{K}_{yy}) - \bar{K}_{xy}\bar{K}_{yx}}{\bar{D}_{xx}\bar{D}_{yy} - \bar{D}_{xy}\bar{D}_{yx}}$$

式中, K 表示刚度, D 表示阻尼, 下脚表示载荷和位移的方向。并根据以下原则来判断它的稳定性, 即

- (1) $\bar{K}_{eq}$ 小于零时系统不稳定;
- (2) $\bar{K}_{eq}$ 为正且 λ_c^2 为负值时, 系统恒稳。
- (3) $\bar{K}_{eq}$ 和 λ_c^2 为正时, 则界限状态的质量 m_c 较轴系的质量 m 大时, 系统稳定, 即

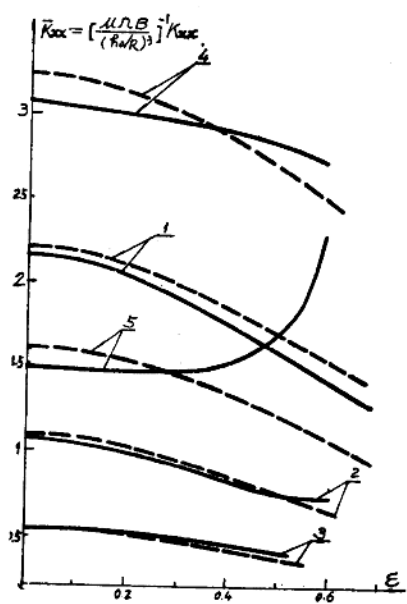
$$m_c = \frac{\bar{K}_{eq}}{\lambda_c^2} > m$$

图2给出了利用上述计算式计算四腔固定节流静压轴承动态参数与用二维流计算的比较曲线。除 $\bar{\theta}_3 = -\frac{\theta_3}{\theta_1}$ 和静压轴承的Sommerfeld数 $\Lambda = \frac{\mu\Omega}{p_s(h_0/R)^2}$ 不同外, 其他参数相同, 实线为二维计算值, 虚线为简化计算值, 其中 1—— $\bar{\theta}_3 = 0.1, \Lambda = 0.55$; 2—— $\bar{\theta}_3 = 0.1, \Lambda = 1.1$; 3—— $\bar{\theta}_3 = 0.1, \Lambda = 2.2$; 4—— $\bar{\theta}_3 = 0.25, \Lambda = 0.45$; 5—— $\bar{\theta}_3 = 0.25, \Lambda = 0.9$ 。简化计算取 $\theta_{bK}^* = \theta_{bK}$ 。

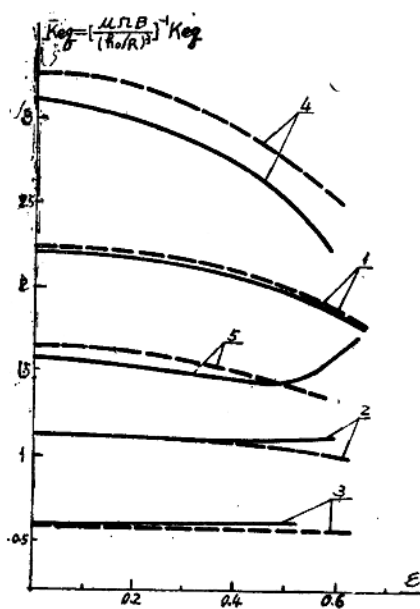
图2a给出了刚度 $\bar{K}_{xx}$ 的变化曲线, 从图中可看出两种计算的结果, 其变化规律基本一致。由于简化计算中假设了油腔单元与油腔的压力相等, 实际上夸大了它的承载能力, 简化计算值略大于二维计算值; $\bar{\theta}_3$ 增大, 其夸大的也多, 因而误差也就增大了; Λ 的增大, 其动压作用使得承载能力增大, ε 的增大, 油楔的作用更大, 但一维计算中未能充分反映这一因素, 因此, 随着 Λ 的增大, 两者的误差减小; 随着 ε 的增大, 两者变化规律相反, 且误差增大。其余的刚度 $\bar{K}_{yy}, \bar{K}_{xy}, \bar{K}_{yx}$, 以及阻尼系数的变化趋势类似, 简化计算值偏小, 对抑制涡动的主要因素反映不充分。

但是轴承稳定性能的优劣单从八个系数值的对比是难以分辨的, 而是要看其综合效应即 $\bar{K}_{eq}$ 和 λ_c^2 的比值。由于简化计算对主要涡动因素和制涡因素都反映得不够, 由图2b, 图2c可见, $\bar{K}_{eq}$ 和 λ_c^2 的变化规律更趋一致, 误差减小。用比较界限失稳的质量和界限失稳角速度更易看到它们的误差大小, 详见附表。

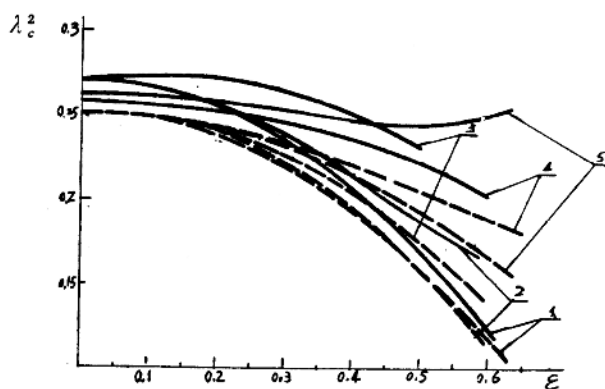
从图2的曲线比较和附表中的数据可以看出, 考虑了工程计算中有一定的安全裕度, 其误差在一定范围内是允许的。一般当 $\varepsilon \leq 0.3$ 时是可用的, 当 $\bar{\theta}_3 = 0.1$ 和 $\Lambda \leq 1$ 时, ε 可以使用到0.5左右。以本计算例题为例, 该计算机时只是二维流计算的 $\frac{1}{15} \sim \frac{1}{20}$ 。因此, 这种计算方法是可以在工程设计中使用的。但尚需进一步完善和在工程应用中进行考验。



(a)



(b)



(c)

图 2

附表 两种计算方法的比较 $b_1/B=0.1$; $B/D=1$; $\psi=0$

e	计算工况	$\bar{\omega}^*$			$\bar{K}_{e,q}$			λ_c^2			$\bar{m}_e$			$\bar{\Omega}_e$		
		A	B	Δ	A	B	Δ	A	B	Δ	A	B	Δ	A	B	Δ
0.1	$\bar{\theta}_s=0.1$ $A=1.1$	0.16	0.15	6%	1.1	1.1	0	0.27	0.25	7%	4.1	4.45	9%	5.1	5.5	8%
	$\bar{\theta}_s=0.25$ $A=0.9$	0.23	0.20	12%	1.5	1.6	6%	0.26	0.25	5%	5.9	6.5	10%	5.1	5.7	11%
	$\bar{\theta}_s=0.1$ $A=2.2$	0.13	0.11	15%	0.57	0.55	4%	0.27	0.25	7%	2.1	2.2	5%	4.1	4.5	10%
0.3	$\bar{\theta}_s=0.1$ $A=1.1$	0.48	0.44	8%	1.1	1.1	1%	0.24	0.22	8%	4.5	4.8	7%	3.1	3.3	7%
	$\bar{\theta}_s=0.25$ $A=0.9$	0.68	0.60	12%	1.47	1.54	5%	0.25	0.23	8%	5.8	6.7	15%	2.9	3.3	15%
	$\bar{\theta}_s=0.1$ $A=2.2$	0.38	0.33	13%	0.57	0.54	5%	0.26	0.23	12%	2.2	2.4	9%	2.4	2.7	13%
0.5	$\bar{\theta}_s=0.1$ $A=1.1$	0.78	0.72	8%	1.1	1.0	6%	0.19	0.16	16%	5.7	6.4	12%	2.7	3.0	11%
	$\bar{\theta}_s=0.25$ $A=0.9$	1.15	0.97	16%	1.42	1.38	3%	0.25	0.19	19%	5.8	7.2	24%	2.2	2.7	23%
	$\bar{\theta}_s=0.1$ $A=2.2$	0.6	0.51	15%	0.58	0.52	10%	0.23	0.17	26%	2.5	3.0	20%	2.0	2.4	20%
说明	A : 二维雷诺方法有限差分数值解值; B : 本文简化计算法值;															
	Δ : 相对误差 $\Delta = \frac{ A-B }{A}$; $\bar{\omega}^* = \frac{2}{A} \bar{\omega}$; $\bar{\Omega}_e = \sqrt{\frac{\bar{K}_{e,q}}{\lambda_c^2 \bar{\omega}^*}}$; $\bar{m}_e = \frac{\bar{K}_{e,q}}{\lambda_c^2}$															
明		其余符号意义见文中说明。														

轉子—軸承系統失穩轉速的求法

机电系 陈燕生

符 号

B : 轴承宽度, $\bar{B} = \frac{B}{D}$;

b_1 : 轴流封油边宽度, $\bar{b}_1 = \frac{b_1}{B}$;

D : 轴承直径;

$\bar{d}_{ij}$: 阻尼系数, $\bar{d}_{ij} = \frac{d_{ij}\psi^3}{\mu B}$;

e : 偏心量, $\varepsilon = \frac{e}{h_0}$;

f : 轴在 W 作用下的挠度, $\bar{f} = \frac{f}{h_0}$;

h_0 : 半径间隙, $\frac{2h_0}{D} = \frac{h_0}{R} = \psi$ 间隙比;

k : 轴刚度;

$\bar{k}_{ij}$: 刚度系数, $\bar{k}_{ij} = \frac{K_{ij}\psi^3}{\mu B \Omega}$;

N : 腔数;

p_s : 供油压力;

W : 载荷, 重量, $\bar{w} = \frac{W\psi^2}{\mu B R \Omega}$; $\bar{w}^{-1} = S$

θ : 油腔单元半角, $\theta = \frac{\pi}{N}$;

θ_1 : 周流封油边所对半角, $\bar{\theta}_1 = \frac{\theta_1}{2\theta}$;

λ_c : 界限涡动比, $\lambda_c = \frac{\omega_c}{\Omega_c}$;

A : 混合轴承相当 *Sommerfeld* 数 $A = \frac{\mu \Omega}{p_s \psi^2}$;

μ : 油绝对粘度;

ψ : 间隙比 $\psi = \frac{h_0}{R}$; 载荷角;

Ω : 轴角速度 (1/秒);

Ω_c : 刚性转子失稳界限角速 (1/秒); $\overline{\Omega}_c = \frac{\Omega_c}{\Omega_0}$;

Ω_{ck} : 弹性转子失稳界限角速; $\overline{\Omega}_{ck} = \frac{\Omega_{ck}}{\Omega_0}$;

Ω_k : 临界角速 (1/秒)

Ω_0 : $\Omega_0 = \sqrt{\frac{W}{mh_0}}$ (1/秒)

ω : 涡动频率 (1/秒)

一、 引 言

油膜稳定性是滑动轴承动态性能中的一项重要标志,与转子的弹性效应及其它影响因素相结合,对整个转子—轴承系统的稳定性产生重大影响。油膜振荡是半速涡动频率等于系统的自振频率时的一种非线性失稳现象,因瞬态分析计算轴心轨迹繁难费时,通常以开始发生半速涡动时的线性失稳为界限,而把这时的界限转速定为失稳转速。这样就能利用微扰下求得的线性化油膜动特性系数直接列出运动方程求解,并据以判断系统的稳定性和计算失稳转速。

*E. J. Gunter*应用线性化理论按 *Routh—Hurwitz* 稳定准则检验单质量刚性转子—轴承系统的稳定性。一些文献中进而研究分析了弹性转子及其它因素对失稳界限的影响。对于多质量转子轴承大型系统,则需计及油膜对临界转速的影响及其它因素,同时算出有阻尼临界转速和失稳转速。

随着液体静压轴承应用于高速磨头等方面,需要有较简便的失稳转速确定方法,以便于工程设计计算和分析。本文在阐明单质量转子—轴承系统失稳转速求解的基础上,根据已提供的毛细管节流四腔静压油膜轴承的动特性系数数据,介绍其失稳转速的确定方法和分析。它也适用于其它型式的动静压混合轴承。

二、滑动轴承失稳角速的基本计算式

转子—轴承系统的油膜振荡由复杂的流体力学过程和动力学过程所引起,油膜力与轴颈中心位置及其速度成非线性函数关系。但只研究稳定性时则可将系统线性化。对于一个结构和运行参数已定的轴承,在多种转速下算出动特性系数,结合转子运动方程通过稳定性判据,找到由稳定到不稳定的转变时的转速,就是该转子—轴承系统的失稳转速。在计算中可计入转速变动时温度、粘度以及非层流的效应。确定失稳转速需要一个试凑迭代过程。

为便于一般工程计算,进一步简化为,某轴承的动特性系数只是偏心率(或承载能力系数)的函数(指固定瓦动压轴承)。换言之,当轴承的静载荷、结构型式尺寸和油粘度等已

定时, 动特性系数为转速的函数, 而不去考虑粘度变化等因素的影响。这样便可利用已知的动特性系数数据去计算失稳转速。

不仅如此, 油膜力的线性处理还使我们可以先独立地分析轴承的稳定性, 然后再考虑转子的其它效应, 如轴的弹性、支承座的弹性和阻尼等。

取单个质量对称布置的刚性转子轴承系统, 设转子质量为 $2m$, 轴无质量且转子无不平衡力。在一定工况下 $\left(\bar{\omega}_c = \frac{\omega \psi^2}{\mu B R \Omega_c} \right)$ 给以微扰, 则在轴心绕静平衡点做既不收敛又不发散的微小涡动的界限状态下, 油膜表现为一个刚度为 k_{eq} 的各向同性弹簧。令此时的涡动频率为 ω_c , 则失稳界限相当于固有频率为 ω_c 的无阻尼共振,

$$\omega_c = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}}$$

或

$$\frac{W}{\bar{\omega}_c h_0} \bar{k}_{eq} = m \omega_c^2 = m (\lambda_c \Omega_c)^2 \quad (1)$$

式中

$$\bar{k}_{eq} = \frac{\bar{k}_{xx} \bar{d}_{yy} + \bar{k}_{yy} \bar{d}_{xx} - \bar{k}_{xy} \bar{d}_{yx} - \bar{k}_{yx} \bar{d}_{xy}}{\bar{d}_{xx} + \bar{d}_{yy}}$$

$$\lambda_c^2 = \frac{(\bar{k}_{eq} - \bar{k}_{xx})(\bar{k}_{eq} - \bar{k}_{yy}) - \bar{k}_{xy} \bar{k}_{yx}}{\bar{d}_{xx} \bar{d}_{yy} - \bar{d}_{xy} \bar{d}_{yx}}$$

由于八个动特性系数值应按 $\bar{\omega}_c$ 值查得, 但 $\bar{\omega}_c$ 值却因失稳角速 Ω_c 值待定而尚未确定, 故由 (1) 式计算 Ω_c 仍要经过试凑。

可以证明仅当 $\bar{k}_{eq}$ 和 λ^2 都为正值时才具有一个失稳角速; 当 $\bar{k}_{eq}$ 为负时为恒不稳, 当 $\bar{k}_{eq}$ 为正而 λ^2 为负时为恒稳, 不必去计算 Ω_c 。由 (1) 式,

$$\bar{\Omega}_c = \frac{\Omega_c}{\sqrt{\frac{W}{m h_0}}} = \sqrt{\frac{\bar{k}_{eq}}{\lambda_c^2 \bar{\omega}_c}} = \sqrt{\frac{\bar{k}_{eq}}{\lambda_c^2}} S_c \quad (2)$$

由此可做各型轴承的 $\bar{\Omega}_c \sim S_c$ 曲线以比较稳定性能的优劣, 或用试凑法计算失稳角速 Ω_c 。

可见从八个动特性系数难以准确看出不同轴承稳定性的好坏, 应给出轴承的 $\bar{k}_{eq}$ 和 λ_c 的数据。

转子—轴承系统的失稳转速因轴的弹性而降低。仍取单个质量对称布置的系统, 但轴的刚度为 $2k$ 。微扰后轴的弹性恢复力、转子惯性力和油膜力构成轴颈的运动。在界限状态下, 油膜呈现纯弹簧性能 k_{eq} , 与轴刚度串联后得:

$$\frac{k k_{eq}}{k + k_{eq}} = m (\lambda_c \Omega_c)^2$$

或

$$k_{eq} = \frac{m k \lambda_c^2 \Omega_c^2}{k - m \lambda_c^2 \Omega_c^2} \quad (3)$$

因

$$k_{eq} = \bar{k}_{eq} - \frac{W}{W h_0}$$

得

$$\begin{aligned}\frac{\Omega_{ck}}{\Omega_0} &= \sqrt{\frac{\bar{k}_{eq}}{\lambda_c^2 \bar{w}_c} \cdot \frac{1}{\frac{\bar{k}_{eq}}{\bar{w}_c} + \left(\frac{\Omega_k}{\Omega_0}\right)^2}} \\ &= \frac{1}{\lambda_c \sqrt{1 + \frac{\bar{w}_c}{\bar{k}_{eq}} \left(\frac{\Omega_k}{\Omega_0}\right)^2}}\end{aligned}\quad (4)$$

注意到上式中 $\left(\frac{\Omega_k}{\Omega_0}\right)^2 = \frac{mh_0k}{Wm} = \frac{h_0}{f} = \frac{1}{\bar{f}}$; 而 $f = \frac{W}{k}$ 是轴在中央质点处的静

挠度, $\bar{f} = \frac{f}{h_0}$ 是无量纲静挠度。上式可写为

$$\frac{\Omega_{ck}}{\Omega_0} = \frac{1}{\lambda_c \sqrt{1 + \frac{\bar{w}_c}{\bar{k}_{eq} \bar{f}}}} = \frac{1}{\lambda_c \sqrt{1 + (S_c \bar{k}_{eq} \bar{f})^{-1}}}\quad (4a)$$

$$\text{当 } \frac{\bar{w}_c}{\bar{k}_{eq} \bar{f}} \ll 1 \text{ 时, } \Omega_{ck} \approx \frac{\Omega_k}{\lambda_c}\quad (4b)$$

(4) 式虽便于计算和做图, 但因等号两边都与轴刚度有关, 难于直接表现轴挠度对失稳角速的影响。为此将 (4) 式两边各乘以 $\frac{\Omega_k}{\Omega_0}$, 得

$$\begin{aligned}\bar{\Omega}_{ck} = \frac{\Omega_{ck}}{\Omega_0} &= \frac{1}{\lambda_c \sqrt{\left(\frac{\Omega_k}{\Omega_0}\right)^2 + \frac{\bar{w}_c}{\bar{k}_{eq}}}} \\ &= \frac{1}{\lambda_c \sqrt{\bar{f} + (\bar{\Omega}_c \lambda_c)^{-2}}}\end{aligned}\quad (5)$$

$$\text{或 } \bar{\Omega}_{ck} = \frac{\bar{\Omega}_c}{\sqrt{1 + \bar{f} \lambda_c^2 \bar{\Omega}_c^2}}\quad (5a)$$

$$\text{当 } \frac{\bar{w}_c}{\bar{k}_{eq} \bar{f}} \ll 1 \text{ 时, } \bar{\Omega}_{ck} = \frac{1}{\lambda_c \sqrt{\bar{f}}}, \text{ 即 } \Omega_{ck} = \frac{\Omega_k}{\lambda_c}\quad (5b)$$

给定了值便可利用上式做出某型轴承转子系统的稳定界限图, 直接看出轴弹性的影响。

用 (5) 式可通过试凑确定某系统的失稳角速。

但由稳定界限曲线 $\bar{\Omega}_{ck} \sim S_c$ 图求 Ω_{ck} 更方便。

由已知数据, 给定了值, 按 (5a) 式做三油楔动压轴承的 $\Omega_{ck} \sim S_c$ 曲线如图1。经坐标原点各射线的正切为一个与转速无关的常数, 即

$$\frac{\Omega_{ck}}{\Omega_0} \bigg/ \frac{\mu R B \Omega_{ck}}{W \psi^2} = \frac{W \psi^2}{\mu B R \Omega_0} = \bar{w}_0$$

则具有某 $\bar{w}_0$ 值的射线与给定了值的界限曲线之交点就是这个转子—轴承系统的失稳角速值。

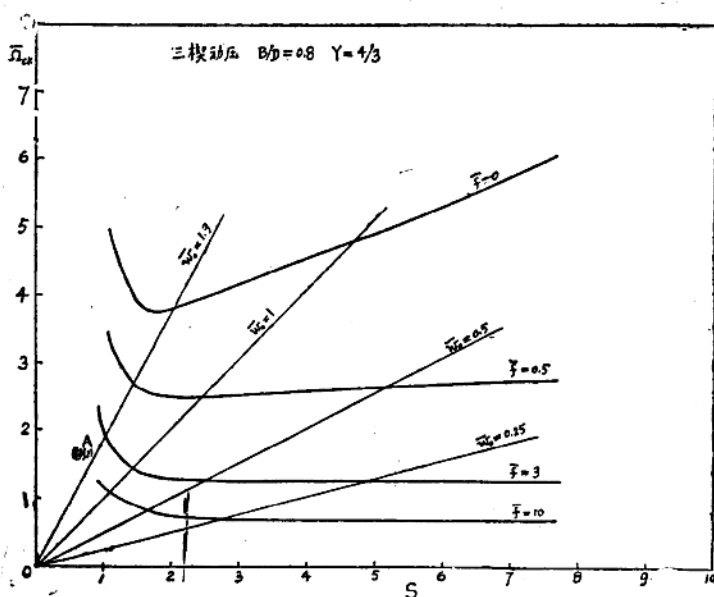


图 1

三、动静压混合轴承转子系统失稳角速的求法

动静压轴承的油膜力来自动压和静压的混合作用，其静、动态性能不仅是偏心率 ε （或承载能力系数 $\bar{w}$ ）的函数，还取决于参数 $A = \frac{\mu \Omega}{p_s \psi^2}$ 。此外，对于有腔轴承，由于腔及管路（节轴器至腔）中油的可压缩性，其动态性能还和转子的振动频率有关，特别是在高频下。当频率不高以及腔和管道容积小而又排除藏气时，动态性能与频率实际上无关。对于使用油膜多腔轴承的高速转子系统，即使把轴当做刚性轴（ $\bar{f}=0$ ），半速涡动频率约为数百赫，可不考虑频率效应。计算动特性参数时就如固定瓦动压轴承一样，只是要把雷诺方程和各腔流量平衡方程联立求解压力场。

毛细管节流四腔油膜轴承在一定参数下的部分动特性系数数据参看我院研究生谢沛霖的论文，现仅将有关性能数据列于表 1。

由表 1 数据按 (5a) 式可做相应的失稳界限曲线如图 2。在每一 $\bar{f}$ 值下各有一组曲线分别对应不同的 A_s 值。各组曲线随 $\bar{f}$ 增大而下降的规律与图 1 相似。此外可看到 $\bar{f} \geq 3$ 各曲线合并为一几乎水平的直线，只在小 S 值（ $\varepsilon > 0.5$ ）下略有差异。这种轴承在 $\varepsilon < 0.5$ 时可近似认为

$$W \approx k_{eq} e, \text{ 故 } k = \frac{W}{f} \approx \frac{k_{eq} e}{\bar{f} h_0}, \quad \text{即 } \frac{k}{k_{eq}} = \frac{\varepsilon}{\bar{f}}.$$

$\bar{f}$ 很大以及 $\bar{f}$ 较大而 ε 小时， $k \ll k_{eq}$ ；轴和油膜的串联刚度已取决于 k ，所以各组曲线趋于重合（ $\bar{f}$ 很大）或大部分重合而仅在大 ε 区尚不重合（ $\bar{f}$ 较大）。

表1 毛细管节流四腔: $\bar{p}_0=0.5$, $B/D=1$, $\bar{b}_1=\bar{\theta}_1=0.1$, $\psi=0$

A_c	ε	$\bar{w}_c = S_c^{-1}$	$\bar{k}_{eq}$	λ_c^2	$\bar{\Omega}_c$	A_c	ε	$\bar{w}_c = S_c^{-1}$	$\bar{k}_{eq}$	λ_c^2	$\bar{\Omega}_c$
0.55	0.1	0.24	2.17	0.27	5.8	0.55	0.4	0.95	2.03	0.21	3.2
1.10		0.16	1.10	0.27	5.1	1.10		0.64	1.07	0.22	2.8
2.20		0.13	0.58	0.27	4.0	2.20		0.49	0.57	0.25	2.2
0.55	0.2	0.49	2.14	0.26	5.8	0.55	0.5	1.16	1.93	0.17	3.2
1.10		0.32	1.10	0.26	3.6	1.10		0.79	1.06	0.19	2.7
2.20		0.25	0.58	0.27	2.9	2.20		0.60	0.58	0.23	2.2
0.55	0.3	0.73	2.10	0.24	3.5	0.55	0.6	1.35	1.79	0.13	3.3
1.10		0.48	1.08	0.24	2.9	1.10		0.93	1.09	0.16	2.7
2.20		0.38	0.57	0.26	2.4	2.20		0.68			

毛细管节流四腔: $\bar{p}_0=0.5$, $B/D=1$, $\bar{b}_1=0.1$, $\bar{\theta}_1=0.25$, $\psi=0$

A_c	ε	$\bar{w}_c = S_c^{-1}$	$\bar{k}_{eq}$	λ_c^2	$\bar{\Omega}_c$	A_c	ε	$\bar{w}_c = S_c^{-1}$	$\bar{k}_{eq}$	λ_c^2	$\bar{\Omega}_c$
0.45	0.1	0.36	3.05	0.26	5.7	0.45	0.4	1.38	2.70	0.24	2.9
0.90		0.23	1.53	0.26	5.0	0.90		0.94	1.43	0.25	2.5
0.45	0.2	0.71	2.97	0.25	4.1	0.45	0.5	1.64	2.47	0.22	2.6
0.90		0.47	1.51	0.26	3.6	0.90		1.17	1.42	0.24	2.2
0.45	0.3	1.07	2.86	0.25	3.3	0.45	0.6	1.87	2.12	0.20	2.4
0.90		0.70	1.47	0.25	2.9	0.90		1.41	1.61	0.25	2.1

为了确定失稳角速值,原则上可按(5a)式试凑计算。但因试凑中不但要试取 $\bar{\omega}_0$ 值,还得同时试取 λ_c 值后才能定下 λ_c 和 $\bar{\lambda}_{c,q}$,实际上很麻烦。

用图解法由图2求 $\bar{\Omega}_{c,k}$ 时,虽然 $\bar{\omega}_0$ 为常值,但沿射线找它与界限曲线的交点时,由于 λ 值也在随角速增长,故交点必须满足 $S_c/S = \lambda_c/\lambda$,所以和动压轴承不同,混合轴承求 $\bar{\Omega}_{c,k}$ 时必须在图上标出 $(S, \bar{\Omega})$ 的位置和相应的 λ 值,然后做射线在 $\bar{f}$ =给定值的一组曲线中找到 $\frac{\lambda_c}{\lambda} = \frac{S_c}{S}$ 的那个交点 $(S_c, \bar{\Omega}_{c,k})$,即求得 $\bar{\Omega}_{c,k} = \bar{\Omega}_{c,k} \cdot \bar{\Omega}_0$ 。(例如由图2中的B找到C)。

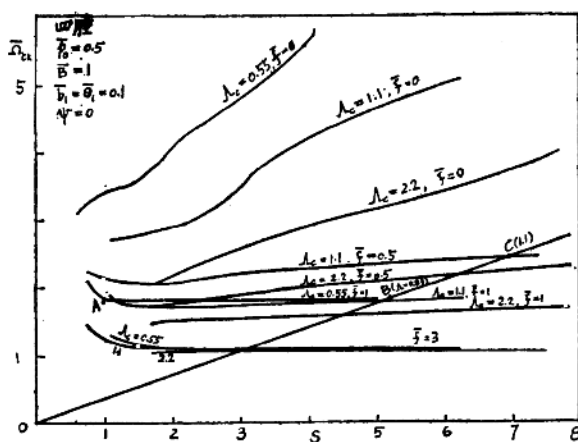


图 2

四、结 论

1. 用(5a)式或图解法可求得单质量对称弹性转子—轴承系统的失稳转速。为此应在轴承的性能图表中给出 $\bar{\lambda}_{c,q}$, λ_c 和 $\bar{\Omega}_{c,k}$ 的数据。

2. 为了提高失稳转速,究竟是增大油粘度、减小间隙比和增大宽径比(减小 $\bar{\omega}_0$ 值)有利,还是反之(加大 $\bar{\omega}_0$ 值)有利,视具体情况而定。从两极端情况看,静压多腔轴承是减小 $\bar{\omega}_0$ 有利,而圆柱动压轴承是加大 $\bar{\omega}_0$ 有利。

3. 提高静压轴承的进油压力(减小 λ 值)当然对稳定性有利(同时也提高了油膜刚度)。但泵功率、流量和温升都变大,不经济,且 λ 大时无效。

4. 单质量不对称转子应按具体情况计算刚性支承临界转速值,不对称不严重时可按(5a)式近似计算, λ 愈小时误差愈大。对于复杂(多质量、多支承等)情况应精确计算。

普遍雷諾方程推导和讲授中的問題

机电系 陈燕生

一、引言

普遍雷諾方程既适用于不可压缩流体又适用于可压缩流体,既适用于定常流也适用于非定常流。在大学本科“机器零件”课程中讲授雷諾方程时大多只需针对定常流和不可压缩流体。以此时的推导和概念不经推敲地推广于可压缩流体和非定常流,常会导致错误。

即使象O. Pinkus和B. Sterlicht的“*Theory of Hydrodynamic Lubrication*(1961)”这样一本名著,在推导普遍雷諾方程时也有错误,以致在把止推轴承式转变为径向轴承式时必须硬加上一项才能自圆其说。而二者本来应该是能够互相转化的。

其影响所及,一是造成物理概念上的混乱,使教师在难以讲解和读者吃力;二是在不少书籍文献中也随之发生错误,如J. Halling的“*Principles of Tribology*(1975)”和“机械工程手册”第22篇“摩擦、磨损与润滑(1978)”等中的有关部分。

此外,在“机器零件”课程中虽然只讲授不可压缩定常流的雷諾方程,但有时仍发生物理概念讲解上的错误,亦值得注意。

本文错误和不妥之处希得到指正。

二、普遍雷諾方程的推导

流体润滑是可压缩粘性流体力学中的一个特殊问题。原则上可由运动方程、连续流方程、能量方程、状态方程和粘温方程求解润滑膜中的压力 p 、密度 ρ 、温度 T 、粘度 μ 和流速,但实际上这却是不可能的,甚至对最简单的情况求解也是非常困难的。为了解决工程实际问题,必须将一般情况加以特殊化和简化。这就是建立雷諾方程的目的,亦即从粘性流体力学中的一般(普遍性)到润滑膜的具体(特殊性),成为润滑力学的基础。教师从这一目的出发,就会紧紧抓住各有关假设简化条件的提出和作用,避免一次罗列所有假设而不详究其作用。

从两表面间流体质量守恒原理,已知连续流方程(直角坐标系):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

或质量流量方程:

$$\int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dy + \int_0^h \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dy + \int_0^h \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dy + \int_0^h \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dy = 0 \quad (2)$$

式中 u , v 和 w 由运动方程确定。

复杂的运动方程在不计惯性力和表面曲率等影响下,经过量纲分析才能对流体膜得到简