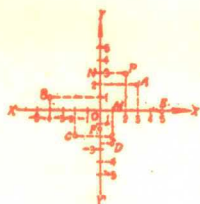


建筑职工紅專学校教材

代 数

哈尔滨建筑工程学院 編

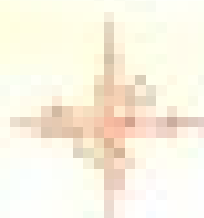


建筑工业出版社

中国工商银行



中国工商银行



中国工商银行

建筑职工专科学校教材

代 数

哈尔滨建筑工程学院 编

建筑工程出版社出版

• 1959 •

代 数

哈尔滨建筑工程学院 编

· *

1959年5月第1版 1959年9月第2次印刷 5,066—20,075册

850×1168 $\frac{1}{32}$ · 75千字* · 印张3 · 定价(9)0.39元

建筑工程出版社印刷厂印刷 · 新华书店发行 · 书号: 1622

建筑工程出版社出版(北京市西郊百万庄)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第052号)

前 言

在党的鼓足干劲，力争上游，多快好省地建设社会主义的总路线光辉照耀下，全国人民掀起了一个波澜壮阔的建设高潮。伟大的祖国正在以“一天等于二十年”的速度飞跃前进。在跃进声中，我国劳动人民为了夺取知识堡垒，攀登技术高峰，正以豪迈的步伐、冲天的干劲，向科学文化大进军，各地各行业红专学校、职工业余学校雨后春笋般地出现。这些学校都迫切需要解决教材问题。

我院应届毕业生工民建专业54—3班的同学们，在党的“教育为无产阶级政治服务”、“教育与生产劳动相结合”方针的指导下，为了满足各方面的需要，着手编写了这套红专建筑工程学校教材。

同学们在党的领导和支持下，破除迷信、解放思想，遵循革命热情和科学精神相结合的原则，经过半年的课余劳动，终于编写出这套长达一百万字（十余门课程）的教材。

这套教材是针对高小毕业的文化程度编写的，同时，内容的简、繁、深、浅也尽量照顾建筑业职工工作需要的特点，力求文字通俗，讲解透彻，习题试验等注意了采取建筑工程当中的事物，以达到理论联系实际的目的。

在编写过程中，同学们拜访了工人同志，并且虚心听取了他们的意见。由于条件的限制，这项工作还做得十分不够。编写工作还得到了学院老师们热心的指导和帮助。因此，这套教材是集体劳动的成果，是群众智慧的汇集。

编写这样一套教材，是一件不容易的事情，由于同学们的思想水平和知识水平不高，特别是缺乏生产实践经验，错误和不当的地方一定很多，我们殷切地希望同志们不吝指教。

哈尔滨建筑工程学院

1959年5月1日

目 录

前 言

緒 論	(1)
-----------	-------

第一章 代数式	(5)
---------------	-------

§ 1 代数式	(5)
---------------	-------

§ 2 幂	(6)
-------------	-------

§ 3 項、系数	(6)
----------------	-------

§ 4 运算的顺序和括号的使用	(7)
-----------------------	-------

第二章 有理数	(9)
---------------	-------

§ 1 負数的引进	(9)
-----------------	-------

§ 2 有理数大小的比較	(12)
--------------------	--------

§ 3 有理数的算术运算	(14)
--------------------	--------

第三章 有理代数式	(19)
-----------------	--------

§ 1 有理代数式	(19)
-----------------	--------

§ 2 整式	(21)
--------------	--------

§ 3 因式分解	(34)
----------------	--------

§ 4 分式	(42)
--------------	--------

第四章 一元一次方程	(53)
------------------	--------

§ 1 方程的基本概念	(53)
-------------------	--------

§ 2 最簡單的一元一次方程 移項	(54)
-------------------------	--------

§ 3 一元一次方程的解法	(55)
---------------------	--------

§ 4 一元一次方程的应用	(56)
---------------------	--------

第五章 数的开平方	(62)
-----------------	--------

§ 1 平方根	(62)
---------------	--------

§ 2 正数开平方的运算性質	(62)
----------------------	--------

§ 3 整数开平方	(64)
-----------------	--------

§ 4 数字开平方的应用	(67)
--------------------	--------

第六章 一元二次方程	(69)
------------------	--------

§ 1 引言	(69)
--------------	--------

§ 2	二次方程的标准式	(70)
§ 3	完全的一元二次方程的解法	(70)
§ 4	不完全的一元二次方程的解法	(73)
§ 5	二次方程应用	(74)
第七章	二元一次方程組	(77)
§ 1	二元一次方程	(77)
§ 2	二元一次方程組	(78)
§ 3	用代入法解二元一次方程組	(78)
§ 4	用加减法解二元一次方程組	(81)
§ 5	直角坐标系	(83)
§ 6	二元一次方程的图象	(83)
§ 7	用图象法解二元一次方程組	(88)

緒 論

大家已經學習過算術了，現在我們開始學習代數。

在開始學習的時候，先向大家介紹一下代數的基本概念。在介紹這些概念以前，我們簡單地講一講數學。

數學是一門非常有趣的科學。數學知識是我們的祖先在生產勞動中積累起來的經驗。隨着人類不斷的改造自然，進行生產鬥爭，數學知識就逐漸地發展起來，數學也就開始由一些零碎的數學知識形成為獨立的學問。

數學分高等數學和初等數學，本書所要研究的屬於初等數學範圍。初等數學，大體上可以分成圖形和數量兩個系統。研究圖形的叫幾何，研究數量的是算術和代數。此外初等數學里還包括有三角學，粗略地說它是研究三角形的邊與角的關係的，這在三角學里要詳加介紹。

從上面的敘述我們看得出代數只是數學中的一部分，它和算術同是一個體系。

代數本身還有許多門類，在中等學校里所學的代數，屬於初等代數的範圍。這本教材所要闡述的，主要是初等代數里所要講的一些內容。

由於教學時間所限，本書又只能學習初等代數里面的最主要內容。

下面我們把初等代數的基本概念簡單地說明一下，使大家在學習之前，就對代數有個初步的認識。這樣，就可以知道到底要學習些什麼？如何學習？使自己心裡有個底。

前面我們已經說過，代數和算術同屬一個體系。和算術一樣，它也是研究數量的科學，不過在研究問題以及運算方法上，

都比算術前進了一步。它能使運算方法簡捷便利，同時還能使問題的解決帶有普遍意義，使得我們記憶和理解起來都很方便。分別說明如下：

一、利用文字代表數字，使得問題的研究得到普遍性的解答，同時使研究深入。

在算術里是用數字來表示數的，比方 1, 2, 3, ……;

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $6\frac{3}{4}$, ……及 0 等。這裡每一個數，是代表着固定

不變的數值，運用這些數，能夠解決人們一些生活中的問題，現在我們先看一看下面的例子：

問題 1. 老王 每小時走路 3 公里，經過 2 小時 他走了多少里？

解答是： $3 \times 2 = 6$ 公里，老王經過 2 小時走了 6 公里。這個例子說明怎樣利用已知的數，通過運算而得到所要求的結果。

問題 2. 老張每小時走路 4 公里，經過 2 小時半，他走了多少路？

這個問題和問題 1 是用同一個方法來解決的，它們只是所給數值不同。問題 2 的解答式子是 $4 \times 2.5 = 10$ 公里，就是說老張經過 2 小時半走了 10 公里。

上面兩個問題的解答式子是相同的，所不同的只是數值。因此，凡是和上面兩個問題有相同條件的一切問題，都可以用一句話來解答，那就是說，要求一個人走多少路，就用這個人走路的速度乘上這個人走路的时间。

如果用字母 S 代表一個人走的路（公里）， v 代表這人走路的速度（每小時走多少公里）， t 代表走路的时间（小時），那就得到下面這個式子：

$$S = v \times t.$$

這個式子比用話來解答顯得簡單方便，它是一個解答公式，代表着速度、時間和距離三個數量中間存在的關係。凡是和上面兩個問題有相同條件的一切問題，都可以用這個公式來解決。在

这三个数量（速度、時間、距离）中知道任何两个，就可以把已知的数值代替公式里相当的字母，再照算术运算的方法，求出所要求的解答。用字母代表数，一般說来，可以表示某一个方法；用这个方法，可以解答条件相同、只是数值不同的許多問題。

現在再来看看利用字母代表数的又一个例子：我們知道在算术里有一个已經为大家所熟悉的运算規律，就是乘法的交換律。

因为 $3 \times 7 = 21$ ，

$$7 \times 3 = 21$$

所以 $3 \times 7 = 7 \times 3$ 。

这样的性質，是算术里任何数都具有的性質，那么，我們就可以利用字母代数，把它們的共同性質表示出来。用字母 a ， b 代表算术里的任何两个数，就可以把这个性質表示成：

$$a \times b = b \times a$$

从上面的例子，我們可以得到下面的結論：

1. 用字母代表数，可以把条件相同的那一类問題的解决一般地表示出来。这样不但形式簡單，而且用起来也非常方便。

2. 用字母代表数，可以把数的共同性質表示出来。因为数字只能代表特殊的、个别的数值。我們不能把所有的数的性質全部写出来，因此，用字母代表数，就可以全部概括了。

二、討論了数的方向問題，扩充了数的范围，即引进了負数的概念。

算术中的运算，常有相当大的限制，超出了这个限制，算法就不能通行。例如在算术的減法中，減数如大于被減数，則此減法便不能通行。因此在代数中就創造新的数，如負数，来弥补算术的不足。这将在第二章里要詳細談到。

对于数的扩充，并不是凭空造出来的。首先，它是根据实际的需要，同时还必須以原有的数做基础。数扩充以后还要在原有的基础上来确定它們的运算方法、运算的性質、大小的比較以及如何运用它們来解决实际問題。这样，数的概念才得到发展，而且一天天完备起来。

最后还要指出，数的概念以后还要不断的向前发展。

三、成立了代数方程，使得运算方法简便。

这是代数課中一部分很重要的内容，通过它来解决很多的实际问题。在以后的章节里要詳細講述这个问题，这里只提出一个最基本的概念。我們根据问题的条件，利用所給的已知数值和所要求的未知数之間的关系，写出一个或若干个等式来，这些等式就是方程式，通过它求得未知数。在我們这本讲义里，只研究一元一次方程、二元一次方程組和一元二次方程。

总的說来，代数是算术的繼續和扩充。数学家牛頓說：“代数是广义的算术”。从这句话里，我們也可以体会到代数的真义了。

第一章 代 数 式

§ 1 代 数 式

用文字（或数字与文字）以运算符号连接起来的式子，叫做代数式（这里所说的运算符号是指加、减、乘、除、乘方和开方）。

例如，式子 $40t$ ， vt ， $8a+5b$ ， $a-b$ ， $\frac{S}{t}$ ， $a-(b+c)$ ， $\frac{ah}{2}$ ，

$\frac{12}{x}$ 等都是代数式。

用字母或者数字表示的一个单独的数，如 x ， 3 ， 0.481 等，也可以看做是代数式。代数式是代数学中研究的主要对象。

如果用数值代替代数式里的字母，并且按指定的顺序进行指定的运算，那么，所得的结果就叫做代数式的值。

例如，当 $a=10$ ， $h=8$ 的时候，代数式 $\frac{ah}{2}$ 的值就是 $\frac{10 \times 8}{2} = 40$ 。当代数式里的字母，取不同数值时，代数式的值也不同。

例如，当 $a=0.75$ ， $h=0.4$ 的时候，代数式 $\frac{ah}{2}$ 的值就变成 $\frac{0.75 \times 0.4}{2} = 0.15$ 。

代数式里的字母，可以取各种不同的数值，但是，这些数值不应使代数式失掉意义。

例如，在代数式 $\frac{12}{x}$ 里， x 可以取任何整数或者分数的数值，但不能取数值“0”，因为用“0”做除数的除法是没有意义

的。

記住，在代数式中禁止用零做为除数。

§ 2 幂

几个相同的数（或字母）相乘的运算方法叫做乘方，乘方结果叫做幂。

例如， $\overbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}^n = a^n$ ，这里 a 叫做幂的底数， n 叫做幂的指数， a^n 叫做 a 的 n 次幂。

$$a \times a \times a = a^3;$$

$$a \times a \times a \times a \times a = a^5.$$

a^2 讀做 a 的平方， a^3 讀做 a 的立方。一般地說， a^n 讀做 a 的 n 次方，例如 a^4 讀做 a 的四次方， x^5 讀做 x 的五次方等等。

有人認為象 3、 X 等是沒有指数的。实际上它們的指数是 1，当指数为 1 时，可以省略不写。例如 x ，它的指数为 1，即 $x^1 = x$ 。

§ 3 項 系数

在一个代数式里，被加号或减号分开的部分叫做項。例如下面的代数式包含三項：

$$x + 4xy - 5y.$$

这三項就是 x ， $4xy$ ， $5y$ 。如果一个代数式只有一項，就叫做單項式；包含兩項的叫作二項式；包含兩項以上的叫作多項式。

若把一項看作几个乘数的乘积，則各乘数叫做該項的因数。如 $4xy$ 中 4 、 x 、 y 分别为 $4xy$ 的因数。

通常，在未知因数前面的已知因数叫做該項中未知因数的系数。例如：在 $5xy$ 中， 5 是 y 的系数。在 ax 中， a 是 x 的系数。在 $6xy$ 中， 6 是 xy 的系数。

§ 4 运算的顺序和括号的使用

代数里所研究的运算有加、减、乘、除、乘方和开方六种，前四种运算我們已經学习过了，第五种运算——乘方，第六种运算——开方，以后再学习。

加和减是第一級运算，乘和除是第二級运算，乘方和开方是第三級运算。

在一个式子里，如果没有括号指明演算的顺序，那末，应该按下列顺序进行演算。

(1) 只有同一級运算的，从左到右依次演算；

(2) 有二級或三級运算的，先算第三級，再算第二級，最后算第一級。

例如，在計算 $3a^2b - \frac{2b^3}{c} + d$ 的时候，应当先进行乘方的运算（把 a 平方，把 b 三乘方）；再进行乘法和除法的运算（3 乘以 a^2 再乘以 b ；2 乘以 b^3 再除以 c ），最后进行加法和减法的运算（ $3a^2b$ 减去 $\frac{2b^3}{c}$ 再加上 d ）。当 $a = 5$ ， $b = 2$ ， $c = 4$ ， $d = 6$ 的时候，实际的計算就是

$$\begin{aligned} & 3 \times 5^2 \times 2 - \frac{2 \times 2^3}{4} + 6 \\ &= 3 \times 25 \times 2 - \frac{2 \times 8}{4} + 6 = 150 - 4 + 6 = 152. \end{aligned}$$

如果在某些情况，需要不按照这种顺序进行演算，就使用括号，把应当先进行的运算括在括号里面。例如，式子 $5+7 \times 2$ 和 $(5+7) \times 2$ 所表示的意义就不一样：

$$5+7 \times 2 = 5+14 = 19,$$

而 $(5+7) \times 2 = 12 \times 2 = 24.$

同样，式子 $(a+b)c - d$ 的意思，是表示先把 a 和 b 加

起来，然后乘以 c ，最后再减去 d 。

如果在一个代数式里需用几层括号来划分它的演算顺序时，应用不同形式的括号。通常使用的括号有小括号“ $()$ ”，中括号“ $[]$ ”和大括号“ $\{ \}$ ”三种，中括号用在小括号的外层，大括号用在中括号的外层。如 $a \{ 5x + y[6xy + 3 \times (2x + 3y) + 2a] + ab \}$ 。

关于如何进行脱括号运算，在算术里已经学习过了，这里不再重复。

在代数里， $a \div b$ 也写成 $\frac{a}{b}$ 。这时，符号“ $—$ ”不仅表示相除，还兼有括号的作用。例如： $(3 + 4) \div (7 - 5)$ 可以写成 $\frac{3+4}{7-5}$ 而不必写成 $\frac{(3+4)}{(7-5)}$ 。

练习一

1. 正方形的一边等于 a 公尺，问其周长和面积应如何表示？
2. 若正立方体的一个棱长 m 厘米，问其面积和体积应如何表示？
3. 矩形的长等于 x 公尺，但宽较长短 d 公尺，问其面积应如何表示？
4. 某二位数，其十位数字为 x ，个位数字为 y ，问此数应如何表示？
5. 在三位数内，百位数字为 a ，十位数字为 b ，个位数字为 c ，问此数应如何表示？

6. 混合两种茶，第一种茶取 a 公斤，第二种茶取 b 公斤，第一种茶每公斤价 m 元，第二种每公斤价 n 元，问每公斤混合茶的价值，应如何表示？

7. 用代数符号写出：(1) 二数 x 与 y 的平方和；(2) 它们的和的平方；(3) 它们的平方积；(4) 它们的积的平方；(5) 二数 a 与 b 的和与差的相乘积；(6) 二数 m 与 n 的和和被其差除(用“ $\div$ ”号与除号两种方式表示)。

8. 设 $a = 20$ ， $b = 8$ 及 $c = 3$ ，计算以下各式：

$$\begin{aligned} (1) (a+b)c; \quad (2) a+bc; \quad (3) (a+b)a-b; \\ (4) (a+b)(a-b); \quad (5) (a+b) \div c; \quad (6) \frac{a+b}{b-c}. \end{aligned}$$

9. 写出用 $x + y$ 与 $x - y$ 代替 $3ab$ 式中的 a 与 b 所得出的代数式。

第二章 有 理 数

§ 1 負数的引进

我們知道，算术里面的数，可以进行加、減、乘、除的运算，但是，減法必須在減数不大于被減数的时候才可以进行。很明显这是一个很大的缺陷，它使得減法的运算受到了一定的限制，在代数里，为了消除这个缺陷，把数进行了扩充（当然，扩充数不仅仅是为了这点），引进了負数的概念。

在我們的生活中，常常遇到一些相反的方向量，它們是扩充数的主要根据。現在我們来看下面的一些实际問題。

(1) 哈長鐵路甲站距双城堡30里，乙站距双城堡50里，問甲乙两站相距多远？

这个問題是不明确的，因为它沒有指出甲乙两站是在双城堡的同一边，还是在双城堡的两边。如果是第一种情形（图2-1），两站的距离应该是 $50 - 30 = 20$ （里），如果是第二种情形（图2-2），两站的距离应该是 $50 + 30 = 80$ （里）。这是由于它沒有指明两个站到双城堡的有关方向位置，仅給出两站到双城堡的距离是不够的。为了使問題明确，在这样的問題中：不但要給出它們的距离，而且还應該指出它們的方向。



图 2-1



图 2-2

(2) 离正午 3 小时是几点鐘？

這個問題也有同样的缺点，因为它沒有告訴我們是在正午前 3 小时，还是在正午后 3 小时。如果是第一种情形應該是 上午 9 时；如果是第二种情形應該是下午 3 时。因此，這個問題應該說明時間的先后才有意义。

(3) 代数書每本 0.32 元，語文書每本和代数書相差 0.05 元，問語文書每本价若干？

它沒有告訴我們那一种書价錢貴，那种書价錢賤。如果語文書比代数書貴，那末語文書每本应为 $0.32 + 0.05 = 0.37$ (元)；如果語文書比代数書便宜，那末，語文書每本应为 $0.32 - 0.05 = 0.27$ (元)。這個問題也應該說明两書价錢的貴賤。

从上面的几个例子可以看出，这些量不但有数值的太小，并且还有正反的意义。这就决定了数学中数的方向，我們選擇两个相反方向量中的一个，用算术里的不是另的数来表示，把它叫作正数。比如在图 2-2 中，乙站在双城堡东边 50 里，我們用正数表示，記为 +50 (在單項式中，及在多項式的第一項中，符号“+”可以省略)。另一个和它方向相反的量，我們用前面带有符号“-”的数来表示，并把它叫負数。在图 2 中，甲站在双城堡的西边 30 里，用負数表示，記为 -30 (符号“-”絕對不能省去)。至于什么方向的量用正数表示，这沒有研究的价值，也沒有什么规定。不过，一般在习惯上，我們往往以向东为正，向西为負；向上为正，向下为負；收入为正，支出为負；盈余为正，亏损为負……。一般說来，表示着量的增加用正数，表示着量的减少用負数。比如說，收入 30 元就記做 30 元，支出 30 元就应该記做 -30 元；寒暑表零上 5° 就記做 5° ，零下 5° 就应该記做 -5° 。又如某人有錢 1000 元，那就是說，此人确有 1000 元的积蓄。如果說某人有錢 -1000 元，意思是說这人負債 1000 元。我們就是用这样的正数和負数来表示相反方向的量。不过，有一些量不具有方向的意义，比如，一个城市的人数，一本書的字数，建筑物的面积等，它們並沒有相反方向的量存在，这要根据具体事物的特点才能决定。象这