



2006

新课标

顶尖中考冲刺

复习攻略

数学

紧扣课程标准
名校名师主笔
扼要精彩点拨
自主探究学习
注重三维整合
培养创新能力



2006

新课标

顶尖中考冲刺

复习攻略

数学

紧扣中考大纲
名校名师主笔
扼要精彩点拨
自主探究学习
注重三维整合
培养创新能力

福建人民出版社

顶尖中考冲刺复习攻略·数学（新课标）

DINGJIAN ZHONGKAO CHONGCI FUXI GONGLUE · SHUXUE

《顶尖中考冲刺复习攻略·数学（新课标）》编写组

出版发行：福建人民出版社

地 址：福州市东水路76号

邮政编码：350001

电 话：0591-87604366（发行部） 87521386（编辑室）

网 址：<http://www.fjpph.com>

印 刷：福州市东南彩色印刷有限公司

地 址：福州市金山开发区橘园洲工业区58幢 **邮政编码：**350002

开 本：787毫米×1092毫米 1/16

印 张：13.75

字 数：339千字

版 次：2006年1月第1版

2006年1月第1次印刷

书 号：ISBN 7-211-05267-8/G·3332

定 价：14.00元

本书如有印装质量问题，影响阅读，请直接向承印厂调换

版权所有，翻印必究

“顶尖各科课外训练步步高”根据义务教育课程标准，配合各版本教材进行编写。丛书以课为训练单位，以单元为测试单位建构编写体系，符合教学规律，体现课改精神。丛书不仅注重帮助学生夯实基础知识、提高基本技能，还注重培养学生学习的自主性、探究性、合作性；不仅注重培养学生学会学习、学会反思、学会自我激励，还注重培养学生学习过程中情感、态度和价值观的形成。

为了使本丛书在理念上与最新教改理念、精神相吻合，我们在本套丛书的编写过程中，坚持“三参与”原则，即颇有造诣的课程研究专家参与，深谙当前基础教育课程改革的教研员参与和具有丰富教学实践经验的一线特、高级教师参与，从而使本丛书在质量上得到充分保证。

“顶尖各科课外训练步步高”按章（或单元）进行编写，每一章（或单元）设“学前热身”、“知识平台”、“方法指津”、“自我评估”、“探究学习”（或“信息冲浪”）、“拓展延伸”、“单元评估”等栏目。“学前热身”通过阅读与本章（或本单元）主要内容有关的一个故事、一则新闻报道或一幅图等，使学生自然而然地产生学习本章（或本单元）内容的兴趣，从而变过去的被动学习为“我要学”、“我想学”的主动学习，激发学生的自主性。“知识平台”以课程标准为基准，以相应版本的教材为落脚点，较详细地分析本章（或本单元）内容的重点、难点。“方法指津”通过对经典题目的解析和点拨，拓展学生的思路，提升发散思维能力，掌握科学的学习方法。“自我评估”在题目设计上，特别注重吸收全国各地出现的最新题型，密切联系生产、生活实际的有趣题目，同时注重知识的现代化，以激活学生已有的知识、经验和方法，加强探究性习题的训练。“自我评估”含“双基达标”和“能力提高”两个部分。这两部分题目有一定的梯度，既注重基础性，又强调自主性、参与性、实践性、探究性、合作性。“探究学习”（或“信息冲浪”）精选与本章（或本节）内容相关的资料，并从中引出一些生动、活泼、有趣的话题，既可以补充课本知识，又有目的地提出一些问题，引发学生思考；同时，还设置“相关链接”子栏目，为有条件且学有余力的学生另外提供一些信息的出处，满足学生课外学习的需要，增强学生学习的趣味性，扩大学生的知识面。“拓展延伸”对本章（或本单元）知识进行梳理、交融、拓展，通过对一些典型的探究型、开放型的题目进行解析和点拨，使学生对章内、学科内、学科间知识结构的关系得以把握和拓展。经过系统的训练后，通过单元评估与期末评估对所学内容进行评价与总结。由于不同学科及不同版本的教材各有特点，因此，上述栏目及其写法允许根据实际需要适当调整，灵活掌握。

“顶尖各科课外训练步步高”实现了引导学生从预习到课外阅读全程自主学习的编写理念。我们在栏目设置上创设了科学的整合模式，将“知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观”三维目标分层次地融入书中，激发学生的自主性，使学生的自主学习效果达到最优化，促进学生的全面发展。

在此，对丛书中选用作品的作者表示感谢，对一部分未署名的作品的作者表示歉意，并诸与我们联系。由于编写时间仓促，其中难免还有不足之处，恳望读者不吝赐教，以便我们今后不断努力改进。

基础篇

第一部分 数与代数 1

第一章 数与式 1

§ 1.1 有理数 1

§ 1.2 实数 5

§ 1.3 代数式 9

§ 1.4 整式与分式 13

第二章 方程与不等式 17

§ 2.1 一元一次方程、二元一次方程组、可化为一元一次方程
的分式方程 17

§ 2.2 一元二次方程 21

§ 2.3 一元一次不等式(组) 25

第三章 函数 30

§ 3.1 函数与图象 30

§ 3.2 一次函数 36

§ 3.3 反比例函数 43

§ 3.4 二次函数 47

第二部分 空间与图形 53

第四章 图形的认识 53

§ 4.1 点、线、面、相交线与平行线 53

§ 4.2 三角形 57

§ 4.3 四边形 60

§ 4.4 圆 64

§ 4.5 投影与视图 68

§ 4.6 尺规作图 73

第五章 图形与变换 77

§ 5.1 图形的对称 77

§ 5.2 图形的平移和旋转 80

§ 5.3 图形的相似 85

§ 5.4 解直角三角形 91

§ 5.5 图形与坐标	95
第六章 图形与证明	99
§ 6.1 命题与证明	99
§ 6.2 图形与证明	103
第三部分 统计与概率	107
第七章 统计与概率	107
§ 7.1 统计	107
§ 7.2 概率	113
第四部分 课题学习	119
第八章 数学探究、课题学习	119
§ 8.1 问题解决	119
§ 8.2 数学探究、实践与综合应用	125
综合篇	
第五部分 专题讲座	132
第九章 中考数学新题型专题复习指导	132
§ 9.1 阅读分析题	132
§ 9.2 开放探索题	136
§ 9.3 方案设计题	141
§ 9.4 跨学科综合题	146
§ 9.5 图表信息应用题	152
§ 9.6 数学应用性问题	159
§ 9.7 代数、几何综合题	166

基础篇

第一部分 数与代数

第一章 数与式

§1.1 有理数

【考点精析】

考点:

- ▶ 理解有理数的意义,能用数轴上的点表示有理数,会比较有理数的大小.
- ▶ 借助数轴理解相反数和绝对值的意义,会求有理数的相反数与绝对值.
- ▶ 理解乘方的意义,掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算.
- ▶ 运用运算律进行运算和简化运算,并能运用有理数的运算解决简单的问题.
- ▶ 能对含有较大数字的信息作出合理的解释和推断.

精析:

1. 数轴:规定了原点、正方向和单位长度的直线.数轴上右边的数总大于左边的数;负数 $<0<$ 正数.

2. 互为相反数:只有符号不同的两个数,即 a 与 $-a$ 互为相反数.零的相反数是零,互为相反数的两个数 (a, b) 和为零,即 $a+b=0$,它们分别位于原点的两侧,且与原点距离相等.

3. 互为倒数:乘积是1的两个数 (a, b) ,即 $a \cdot b=1$.零没有倒数.

4. 数 a 的绝对值:数轴上表示数 a 的点与原点的距离,记作 $|a|$. $|a|$ 是一个非负数,即 $|a| \geq 0$.若 $a \geq 0$,则 $|a|=a$;若 $a < 0$,则 $|a|=-a$.两个负数,绝对值大的,值反而小.

5. 乘方:求 n 个相同因数 a 的积的运算,形如 $\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ 个} a \text{ 相乘}}=a^n$.

【范例解析】

例1 计算: $-5^2 - [|-2| + (1 - 0.8 \times \frac{3}{4}) \div (-2)^2]$.

$$\begin{aligned}
 \text{解 原式} &= -25 - \left[2 + (1 - 0.6) \times \frac{1}{4} \right] \\
 &= -25 - \left(2 + 0.4 \times \frac{1}{4} \right) \\
 &= -25 - 2.1 \\
 &= -27.1.
 \end{aligned}$$

评注 确定有理数的运算顺序,注意 $-5^2 \neq 25$.

例2 在一次水灾中,大约有24万人的生活受到影响,灾情持续一个月,请推断这次水灾大约需要组织多少顶帐篷?多少吨粮食?

解 假如根据国情,平均一个家庭有4口人,那么24万人需要6万顶帐篷;假如一个人平均一天需要0.5 kg的粮食,那么一天需要12万 kg的粮食,即120 t粮食,1个月约3 600 t粮食.

评注 本题意在培养学生对含有较大数字的信息作出合理的解释和推断.

例3 填空: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} =$ _____.

解 $1 - \frac{1}{2^n}$.

解法一: 用“数形结合”的思想,如图1.1-1,在一个边长为1的正方形纸板上,依次贴上面积为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}$ 的纸片,则 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}$ 可以看成图中阴影部分的面积和,由于 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^n} = 1$,所以 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$.

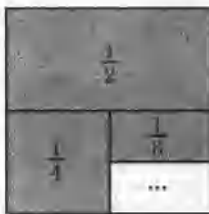


图 1.1-1

解法二: 用“代数法”, 设 $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}$, ①

① $\times 2$ 得 $2x = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$, ②

② $-$ ①得 $x = 1 - \frac{1}{2^n}$.

所以 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$.

【强化训练】

1. $-1\frac{1}{3}$ 的相反数是 _____, 倒数是 _____, 绝对值是 _____, 平方是 _____.

2. 绝对值不大于3的所有整数有 _____, 它们的和为 _____, 积为 _____.

3. 用“ $>$ ”、“ $<$ ”或“ $=$ ”填空:

$-(-4)$ _____ $-|-4|$, -3.14 _____ $-\pi$, $-\frac{2}{3}$ _____ $-\frac{3}{4}$, -2^3 _____ -3^2 .

4. 数轴上到表示-2这个数的点的距离等于3的点所表示的数为 _____.

5. 已知 $2 + \frac{2}{3} = 2^2 \times \frac{2}{3}$, $3 + \frac{3}{8} = 3^2 \times \frac{3}{8}$, $4 + \frac{4}{15} = 4^2 \times \frac{2}{15}$, ..., 若 $10 + \frac{a}{b} = 10^2 \times \frac{a}{b}$

(a, b 为正整数), 则 $a+b=$ _____.

6. 将连续的奇数1, 3, 5, 7, ...排列成如图1.1-2的数表, 图中十字框框住的5个数的和为 _____; 若十字框中间的一个数为 x , 则框住的5个数的和为 _____; 十字框框住的5个数之和会等于525吗? _____; 和会等于2 005吗? _____.

7. 下列说法正确的是 ().

A. 有最小的有理数

B. 有最小的正有理数

C. 没有最大的负整数

D. 有最小的非负数

8. 有理数 $-a$ 的倒数是 ().

A. $\frac{1}{a}$

B. $-\frac{1}{a}$

C. a

D. $-\frac{1}{a}$ 或不存在

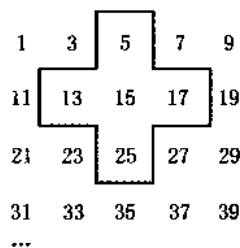


图 1.1-2

9. 下列代数式: ① $-3^2 \times 2^3$; ② $(-3)^2 \times (-2)^3$; ③ $(-1)^{2003}$;

④ $\frac{(-2)^3}{(-3)^5}$. 其中结果为负值的有 ().

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

10. 某超市推出如下优惠方案: ①一次性购物不超过 100 元不享受优惠; ②一次性购物超过 100 元但不超过 300 元一律九折; ③一次性购物超过 300 元一律八折. 小王两次购物分别付款 80 元、252 元. 如果小王一次性购买相同的商品, 则应付款 ().

A. 288 元

B. 332 元

C. 288 元或 316 元

D. 332 元或 363 元

11. 在数轴上表示下列各数, 并用 “ $<$ ” 把这些数连接起来.

$(-1)^{20}$, $-|-2|$, $-(-3)$, 0 , $-(-2)^2$, $-2\frac{1}{3}$.

12. 计算:

(1) $-\frac{2}{3} + (-\frac{1}{6}) - |-\frac{1}{4}| - \frac{1}{2}$;

(2) $(-0.3) \times (\frac{3}{4} - \frac{1}{6} + \frac{5}{12}) \div \frac{1}{40}$;

(3) $-2^2 + (-0.1)^2 + (-1\frac{1}{4}) - (-2)^2 \times (-\frac{1}{4})$;

$$(4) -0.25^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - |4^2 - 16| + \left(1\frac{1}{3}\right)^2 \div \frac{4}{27};$$

$$(5) 99\frac{15}{16} \times (-8) \text{ (简便运算);}$$

$$(6) -124\frac{4}{5} \times \frac{1}{4} \text{ (简便运算).}$$

13. 某出租车一天下午以鼓楼为出发地在东西方向营运，设向东走为正，向西走为负，行车共十趟，里程（单位：km）依先后次序记录如下：+9，-3，-5，+4，-8，+6，-3，-9，-4，+10. 请回答下列问题：

- (1) 该出租车离鼓楼最远时是多少千米？
- (2) 若每千米的价格为 2.4 元，该司机这个下午的营业额是多少？
- (3) 该车最后停在什么位置？

14. 观察下列各式： $\frac{1}{1 \times 4} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4}\right)$ ， $\frac{1}{4 \times 7} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right)$ ， $\frac{1}{7 \times 10} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right)$ ，
 $\dots$ ， $\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+3}\right)$. 根据观察计算 $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{2\,002 \times 2\,005}$ 的值.



§ 1.2 实数

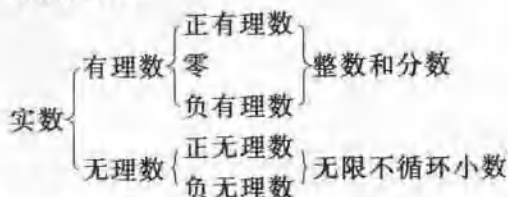
【考点精析】

考点:

- ▶ 了解平方根、算术平方根、立方根的有关概念.
- ▶ 了解开方与乘方互为逆运算.
- ▶ 了解无理数和实数的概念, 知道实数与数轴上的点一一对应.
- ▶ 能用有理数估计一个无理数的大致范围.
- ▶ 了解近似数和有效数字的概念.
- ▶ 了解二次根式的概念及其加、减、乘、除运算法则, 会用它们进行有关实数的简单四则运算 (不要求分母有理化).

精析:

1. 实数分类:



2. 平方根: 如果 $x^2 = a$, 那么 x 叫做 a 的平方根, 记作 $\pm\sqrt{a}$. 正数 a 的平方根有两个, 它们互为相反数; 负数没有平方根; 零的平方根是零.

3. 算术平方根: 正数 a 的正的平方根叫做 a 的算术平方根, 记作 $\sqrt{a}$.

4. 立方根: 如果 $x^3 = a$, 那么 x 叫做 a 的立方根, 记作 $\sqrt[3]{a}$. 正数有一个正的立方根; 负数有一个负的立方根; 零的立方根是零.

5. 科学记数法: 把一个数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq a < 10$, n 为整数.

6. 有效数字: 一个近似数, 从左边第一个不是 0 的数字起, 到末位数字为止的所有数字.

7. 二次根式: 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子. $\sqrt{a} \geq 0$ ($a \geq 0$); $\sqrt{a^2} = |a|$; $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$); $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$); $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$).

【范例解析】

例 1 如图 1.2-1, 王老师在讲实数时, 画了一个图, 即以数轴的 1 个单位长线段为边作一个正方形, 然后以原点 O 为圆心、正方形的对角线长为半径画弧交 x 轴于一点 A . 作这样的图说明: _____.

解 数轴上的点对应的数除有理数外, 还存在无理数, 即实数与数轴上的点是一一对应的.

评注 因为边长为1的正方形的对角线长为 $\sqrt{2}$ ， $\sqrt{2}$ 是无理数，所以用数学“数形结合”的思想方法，来解析实数与数轴上的点一一对应的关系。

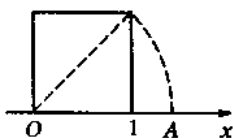


图 1.2-1

例 2 下列说法正确的是 ().

- A. 绝对值最小的实数是零
- B. 实数 a 的倒数是 $\frac{1}{a}$
- C. 两个无理数的和、差、积、商仍是无理数
- D. 一个数的平方根和它本身相等，这个数是 0 或 1

分析 在 B 中，当 $a=0$ 时，0 的倒数无意义；C 有反例， $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{2}$ 的差、商是有理数；在 D 中，正数 a 的平方根是 $\pm\sqrt{a}$ ，而 1 的平方根不是 1，而是 ± 1 ；故选 A.

解 $\because |x| \geq 0$ ，且当 $x=0$ 时取等号

$\therefore$ 绝对值最小的实数是零，故应选 A.

例 3 计算： $(\sqrt{18} + \sqrt{48})(\sqrt{32} - \sqrt{12}) - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$.

$$\begin{aligned} \text{解 原式} &= (3\sqrt{2} + 4\sqrt{3})(4\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 \\ &= 12 \times 2 - 6\sqrt{6} + 16\sqrt{6} - 8 \times 3 - (5 - 2\sqrt{6}) \\ &= 10\sqrt{6} - 5 + 2\sqrt{6} \\ &= 12\sqrt{6} - 5. \end{aligned}$$

评注 进行根式运算时，可以将各根式进行化简，再根据运算法则和乘法公式进行运算。



1. 0.81 的平方根是 _____， $2\frac{1}{4}$ 的算术平方根是 _____，-25 的平方根是 _____.

2. 写出所有大于 $-\sqrt{17}$ 且小于 $\sqrt{11}$ 的整数：_____.

3. 当 a _____ 时， $\sqrt{3a-2}$ 有意义；当 a _____ 时， $\sqrt[3]{a-2}$ 有意义.

4. 把下列各数填入相应的集合中： -1 ， 0.5 ， $\frac{\pi}{3}$ ， $\frac{22}{7}$ ， $\sqrt{36}$ ， $\sqrt{5}$ ， 0 ， $\sqrt[3]{0.4}$ ， $\sqrt{8}$ ，

1. 203 003 000 3...

有理数集合 { _____ }

无理数集合 { _____ }

5. 已知月球与地球的距离约为 384 000 km，这个距离用科学记数法可以表示为 _____ km.

6. 实数 a 、 b 、 c 在数轴上的对应点如图 1.2-2 所示，化简 $a + |a+b| - \sqrt{c^2} - |b-c| =$ _____.

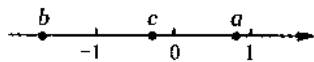


图 1.2-2

7. 长城总长约为 6 700 010 m，用科学记数法（保留三个有效数字）表示是 ().

- A. 6.7×10^6
- B. 6.70×10^6
- C. 6.70×10^7
- D. 6.7×10^5



8. 若 $0 < x < 1$, 则 $\sqrt{x}$, x^2 , $\sqrt[3]{x}$, $\frac{1}{x}$ 的大小关系是 ().

A. $\frac{1}{x} > x^2 > \sqrt{x} > \sqrt[3]{x}$

B. $\sqrt{x} > \sqrt[3]{x} > \frac{1}{x} > x^2$

C. $x^2 > \sqrt[3]{x} > \sqrt{x} > \frac{1}{x}$

D. $\frac{1}{x} > \sqrt[3]{x} > \sqrt{x} > x^2$

9. 设 $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{30}=b$, 则 $\sqrt{0.3}$ 等于 ().

A. $10a$

B. $10b$

C. $\frac{a}{10}$

D. $\frac{b}{10}$

10. $\because 2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$, ①

$-2\sqrt{3} = \sqrt{(-2)^2 \times 3} = \sqrt{12}$, ②

$\therefore 2\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$. ③

$\therefore 2 = -2$. ④

上面的推导过程错在 ().

A. ①

B. ②

C. ③

D. ④

11. 计算:

(1) $-2^2 \times \sqrt{8} + 3\sqrt{2}(3 - 2\sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2})$;

(2) $(-1)^{2003} + (\sin 30^\circ)^{-1} - |1 - \sqrt{3}| + \left(\frac{1}{\sqrt{3} - 1}\right)^0$;

(3) $6(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 1) - (3 + \sqrt{3})^2$;

(4) $2\sqrt{5}(4\sqrt{20}-3\sqrt{45}+2\sqrt{5})-(\sqrt{5}+\sqrt{6})(\sqrt{5}-\sqrt{6})$.

12. 当人造地球卫星的运行速度大于第一宇宙速度而小于第二宇宙速度时, 它能环绕地球运行. 已知第一宇宙速度的公式是 $v_1 = \sqrt{gR}$ (m/s), 第二宇宙速度的公式是 $v_2 = \sqrt{2gR}$ (m/s), 其中 $g=9.8 \text{ m/s}^2$, $R=6.4 \times 10^6 \text{ m}$, 求第一宇宙速度和第二宇宙速度 (结果保留两个有效数字).

13. 如图 1.2-3, 正方形 $OBCD$ 的边长为 1.

(1) 点 A 表示的数 a 等于 _____, 计算 $3a^2 - a + 1 =$ _____;

(2) 通过估算, 比较 $\frac{a-1}{2}$ 与 $\frac{1}{2}$ 的大小;

(3) 用上述方法在数轴上作出 $-\sqrt{8}$ 与 $\sqrt{\frac{5}{4}}$ 的点.

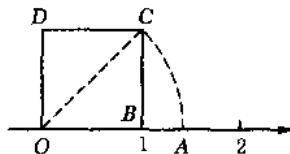


图 1.2-3

14. (1) 判断下列各式是否成立, 请给你认为成立的式子打“√”, 否则打“×”.

① $\sqrt{2+\frac{2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$; ()

② $\sqrt{3+\frac{3}{8}} = 3\sqrt{\frac{3}{8}}$; ()

③ $\sqrt{4+\frac{4}{15}} = 4\sqrt{\frac{4}{15}}$; ()

④ $\sqrt{5+\frac{5}{24}} = 5\sqrt{\frac{5}{24}}$; ()

(2) 判断完以上各题, 你发现了什么规律? 请用含有 n 的式子将规律表示出来, 并注明 n 的取值范围: _____.



(3) 请用所学知识说明你所写的式子的正确性.

§ 1.3 代数式



【考点精析】

考点:

- ▶ 理解现实情境中用字母表示数的意义.
- ▶ 能分析简单问题的数量关系.
- ▶ 能解释简单代数式的实际背景或几何意义, 会根据题意, 找到所需要的公式, 并会代入具体的值进行计算.
- ▶ 了解整数指数幂的意义和基本性质.

精析:

1. 代数式: 用运算符号把数或表示数的字母联结而成的式子, 单独一个数或一个字母也是代数式.

2. 代数式的值: 用数值代替代数式里的字母, 按照代数式中的运算关系计算得出的结果.

3. 合并同类项: 把所含字母相同、相同字母的指数也相同的项的系数相加, 字母和字母的指数不变.

4. 去括号法则: $+(a-b+c)=a-b+c$; $-(a-b+c)=-a+b-c$.

5. 整数指数幂的运算性质: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0, m > n$); $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ($b \neq 0$); $a^0 = 1$ ($a \neq 0$); $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0, p$ 是正整数).

6. 乘法公式: 平方差公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$; 完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

注意: 要理解乘法公式的几何意义, 在实际运算中能灵活运用公式, 包括正向和逆向运用.



【范例解析】

例 1 (1) 代数式 $(1+20\%)x$ 可以表示什么意义?

(2) 当 $x=30$ 时, 求 $(1+20\%)x$ 的值, 并解释所得代数式的值的意义.

解 (1) 代数式 $(1+20\%)x$ 的意义是: 比 x 多 20% 的数, 或者解释为: 如果一件上衣的进价为 x 元, 那么提高进价 20% 后的售价是 $(1+20\%)x$ 元, 等等.

(2) 当 $x=30$ 时, $(1+20\%)x=120\%\times 30=36$. 这可以解释为: 一件上衣的进价为 30 元, 提高进价 20% 后的售价为 36 元.

评注 解释简单代数式的几何意义和实际背景是中考的新考点, 代数式不是“纯粹”的数学符号, 同样的代数式有着丰富的实际背景或几何意义, 可以从不同角度来解释.

例 2 如图 1.3-1, 用火柴棒摆出一系列的三角形图案, 按这种方式摆下去, 当每边 20 根时, 需要的火柴总数为 _____ 根.

解 排列次序: $1, 2, 3, \dots, n$;

三角形的个数: $1, 3, 6, \dots, \frac{n(n+1)}{2}$;

火柴根数: $1 \times 3, 3 \times 3, 6 \times 3, \dots,$

$$\frac{3n(n+1)}{2}.$$

$\therefore$ 当 $n=20$ 时, 火柴总数为 630 根.

评注 在解答这类规律性问题时, 仅考虑前面三项, 可能很难发现规律, 可以通过多求几项找出规律. 如: $1+2=3, 1+2+3=6, 1+2+3+4=10, \dots, 1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

例 3 现规定一种运算: $a * b = ab + a - b$, 其中 a, b 为实数, 则 $a * b + (b - a) * b$ 等于 ().

A. $a^2 - b$

B. $b^2 - b$

C. b^2

D. $b^2 - a$

解 $a * b + (b - a) * b$

$$= ab - a - b + (b - a)b + (b - a) - b$$

$$= ab + a - b + b^2 - ab + b - a - b$$

$$= b^2 - b.$$

评注 这是一种定义新运算的问题, 主要考查学生的数学思维和对数学本质的理解.



1. 单项式 $-\frac{2a^2b^3c}{3}$ 的系数是 _____, 次数是 _____; 多项式 $4x - 3x^3 - x^2 + 1$ 是 _____ 次 _____ 项式, 它的最高次项是 _____, 二次项系数为 _____.
2. $-2a^nb^{m+2}$ 与 $\frac{4}{5}a^5b^{2-m}$ 是同类项, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.
3. 下面是一位同学做的 6 道题: ① $(-3)^0 = 1$; ② $a^3 + a^3 = a^6$; ③ $(-a^5) \div (-a)^3 = -a^2$; ④ $4m^{-2} = \frac{1}{4m^2}$; ⑤ $(xy^2)^3 = x^3y^6$; ⑥ $\sqrt{(-2)^2} = 2$. 其中做对的是: _____.
4. 若 n 为自然数, $x^{2n} = 3$, 则 $3(x^{3n})^2 - 2(x^2)^{2n}$ 的值为 _____.
5. 如图 1.3-2, 当输入的 x 为 _____ 时, 输出的值为 16.
6. 某公园一块草坪的形状如图 1.3-3 所示 (阴影部分), 用代数式表示它的面积为 _____.

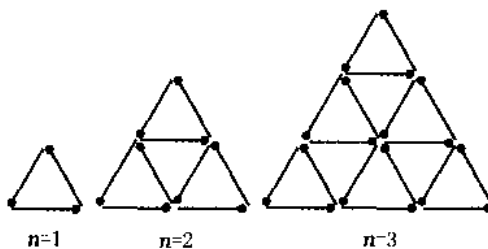


图 1.3-1



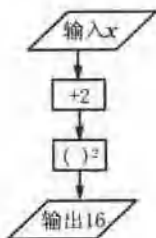


图 1.3-2

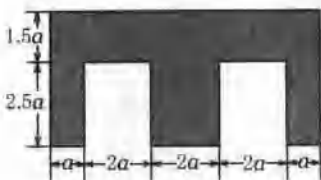


图 1.3-3

7. 随着计算机技术的迅猛发展, 电脑价格不断降低, 某品牌电脑按原售价降低 m 元后, 又降低 20%, 现售价为 n 元, 那么该电脑的原售价为 ().

- A. $\left(\frac{4}{5}n+m\right)$ 元 B. $\left(\frac{5}{4}n+m\right)$ 元 C. $\left(\frac{2}{3}n+m\right)$ 元 D. $\left(\frac{3}{2}n+m\right)$ 元

8. 若 $x^2-kx+25$ 是完全平方, 则 k 为 ().

- A. 5 B. 10 C. ± 5 D. ± 10

9. 定义运算: $a * b = ab + a + b - 1$, 则下列运算成立的是 ().

- A. $a * b = (-a) * (-b)$ B. $a * (-b) = (-a) * b$
 C. $a * b = b * a$ D. $a * (b * c) = (a * b) * c$

10. 如图 1.3-4①中, 在边长 a 的正方形中挖掉一个边长为 b 的小正方形 ($a > b$), 把余下的部分剪拼成一个矩形 (如图 1.3-4②), 通过计算两个图形 (阴影部分) 的面积, 验证了一个等式, 则这个等式是 ().

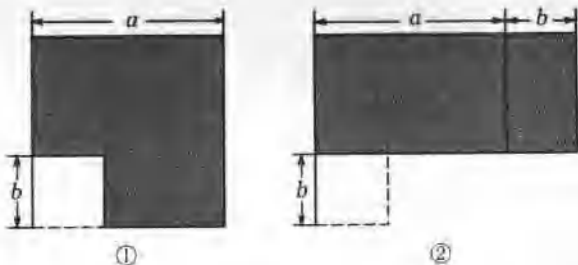


图 1.3-4

- A. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ B. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 C. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ D. $(a+2b)(a-b) = a^2 + ab - 2b^2$

11. 计算:

- (1) $\left(-\frac{2}{3}a^3bc^2\right)^2 \times \frac{9}{8}ac^2 \div (0.5a^3b^2c)$; (2) $(a-2b+3c)(a+2b-3c)$;