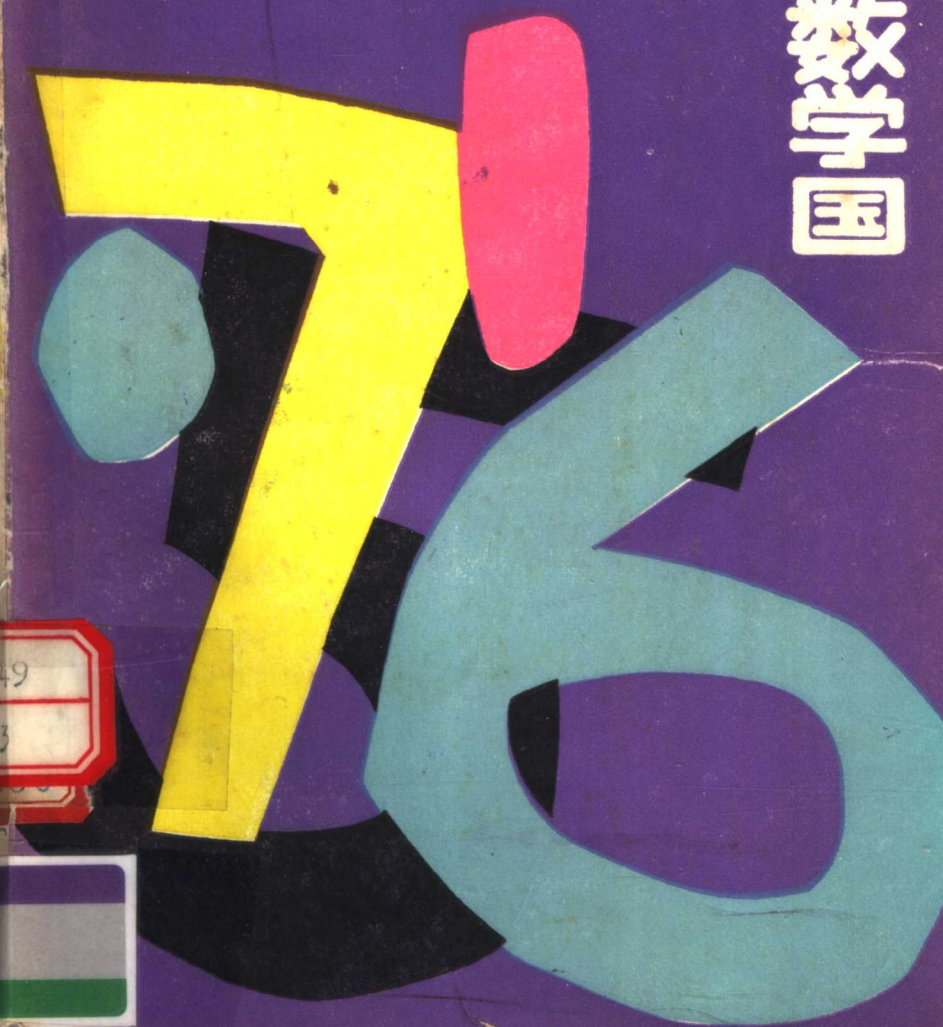


· 智慧树科学文艺丛书 ·

数学故事

李
航
佩
著

神奇的数学国



04-49 / LY155
卷一

智慧树科学文艺丛书

01-49 / 13
数学故事

神奇的数学国

李毓佩 著

苏工业学院图书馆
藏书章



新蕾出版社

责任编辑：李征夫

神奇的数学圈

李毓佩 著

*

新 华 出 版 社 出 版

天津新华印刷四厂印刷

新华书店天津发行所发行

开本787×1092毫米 1/32 印张8.25 插页2 字数89,000

1987年12月第1版 1988年3月第1次印刷

印数：-10,500

ISBN 7-5307-0136-3/I·68(儿)

定 价：1.20 元

内 容 提 要

“弯弯绕国”是一个重视和热爱数学的王国，从国王、大臣、居民到小朋友，都很喜爱数学。国王邀请了两位邻国的少年来做客。这两位少年，一个叫铁蛋，爱钻研数学，一个叫铜头，爱踢足球。他们在弯弯绕国所经历的事情都和数学有关，铁蛋显示了数学才能，而铜头却闹出了许多笑话。故事生动有趣，穿插着不少数学典故和益智题目，能培养青少年的逻辑思维能力。

目 录

一	一封奇怪的邀请信.....	1
二	数学擂台.....	10
三	铜头、铁蛋双打擂.....	21
四	铁蛋出的题目真迷人.....	33
五	半路被劫.....	41
六	球场上的考验.....	48
七	落入圈套.....	58
八	初探数学宫.....	68
九	再探数学宫.....	77
十	只身探索.....	86
十一	画谜.....	96
十二	金屋子里的奥秘.....	105
十三	游野生动物园.....	115
十四	口中余生.....	124
十五	快乐与烦恼之路.....	130
十六	寻找机密图纸.....	139

十七	瘦猴巧摆迷魂阵.....	148
十八	是刘金? 还是瘦猴?	156
十九	古算馆历险.....	165
二十	唱歌者的启示.....	177
二十一	路经纠纷村.....	181
二十二	告别联欢会.....	191

一 一封奇怪的邀请信

铁蛋初中快毕业了，他的功课在全班是拔尖的。这不，前几天市里举行初中数学竞赛，铁蛋名列第一。

今天是星期日，铁蛋照例起得很早，锻炼完身体正准备读外语，外面邮递员喊：“铁蛋，有你的信！”铁蛋打开信一看，只见上面写着：

铁蛋同学：你好！

听说你在贵市的数学竞赛中独占鳌头。今天是星期日，我邀请你到我们弯弯绕国来做客，共同讨论几个数学问题，万勿推辞。

顺致

敬意

弯弯绕国首相 布直

附弯弯绕国地址：先向北走 m 里， m 的值能使方程 $3(x-1)(x-2m) = x(m-12)$ 的两根之和与两根

之积相等。然后再向东走 n 步就到了， n 是一个三位数，它的末位数字是3，如果把末位数字移为首位，所得的三位数是原来三位数的三倍还多1。

铁蛋看完信，禁不住“噗哧”一声笑了：“哪来这么个弯弯绕国，连地址都跟我绕弯子，算不出来还真去不了。好，我来算算。”

“先算 m 是多少？”铁蛋自言自语地边算边说，“ m 能使方程 $3(x-1)(x-2m) = x(m-12)$ 的两根之和与两根之积相等，这就要用到韦达定理了。先把方程展开

$$3x^2 - 3(1+2m)x + 6m = (m-12)x$$

$$\text{再整理 } 3x^2 + (9-7m)x + 6m = 0$$

把二次项系数除成1

$$x^2 + \frac{9-7m}{3}x + 2m = 0$$

应用韦达定理有

$$x_1 + x_2 = -\frac{9-7m}{3},$$

$$x_1 x_2 = 2m.$$

已知两根之和与两根之积相等，可得关于 m 的方程

$$-\frac{9-7m}{3} = 2m$$

$$7m - 9 = 6m$$

解得 $m = 9$

噢，先要往北走9里。”

铁蛋刚要算n，忽听外面炸雷似地喊道：“铁蛋，踢球去！”声到人到，一个黑小伙蹭地一下蹦了进来。他叫张大华，是铁蛋他们学校著名的足球前锋。由于他头球攻门特别好，人送外号“铜头”。铜头功课也还可以，只是数学比较差。铜头的妈妈反对他踢足球，说他数学不好是因为常用头去顶球，把脑子震坏了。铜头可不信那一套，他对妈妈作了个鬼脸说：“我的脑子震坏了？那为什么我外语考试回回得满分？我看哪，您是怕我踢球费鞋！”说真的，如果没有铁蛋帮忙，铜头数学成绩是不会超过60分的。

铁蛋把信交给铜头说：“弯弯绕国邀我去做客，今天不能去踢球了。”铜头把信从头到尾看了一遍，高兴地把球往地上一扔，“砰”的一声人和球一起蹦了起来：“我也跟你去弯弯绕国绕一绕。”

铁蛋故意绷着脸问：“你也去？这弯弯绕国看来是专门在数学上绕弯子的，你行吗？”

铜头把脸往上一扬说：“怎么着？你数学竞赛得

了状元就瞧不起人啦！”

“你能把 n 求出来，我就叫你去！”

“那还有问题？”铜头又把信看了一遍说，“这是个方程问题，对不对？应该设 n 为 x ，它的末位数是3，如果把末位数……”铜头摸着脑袋声音越来越低了。

铁蛋绷不住劲“噗哧”一声笑了：“你把这个三位数设为 x ，那么个位数、十位数，百位数怎么表示呀？”

“好朋友，帮帮忙，给提示提示。”

“已经知道了末位数字是3，就可以设百位数字为 x ，十位数字为 y ，这个三位数就是 $100x + 10y + 3$ 。”

铜头赶忙说：“我会了，我会了。把末位数移到首位，就应该是 $100 \times 3 + 10x + y$ 。这个数是原来数的三倍还多1。可以列出方程：

$$300 + 10x + y = 3(100x + 10y + 3) + 1$$

展开 $300 + 10x + y = 300x + 30y + 10$ 可是……往下怎么做呀？”

铁蛋说：“ x 一定等于1。”

“为什么？”

“ x 、 y 都是非负的一位整数。如果 $x = 0$ ，因为

左端已经有300了，左端不会比300小。而让 y 取最大的个位数9，右端等于 $300 \times 0 + 30 \times 9 + 10 = 270 + 10 = 280$ 还比左端小，等式不成立了。 x 不能取0。”

“ x 就不能大于1吗？”

“不能。比如让 x 等于2，右端第一次 $300x$ 就是600。而左端让 x 、 y 都取最大的个位数9，才等于 $300 + 10 \times 9 + 9 = 399$ 。左、右不可能相等。”

铜头点点头说：“对！ x 应该等于1。那 y 就应该等于0，因为 $y = 30y$ ， y 只能等于0。这 n 就是103。”

“对！咱俩赶快走吧。”铁蛋和铜头出了门一直向北走了9里，又转向东走了103步。

铜头说：“该到了，怎么没人接咱俩？”正说着，看见有两个小孩走过来。他俩正在争吵着什么，争得面红耳赤，看来快动武了。

铁蛋赶紧把他俩拉开：“有话好好说，别打架。”

“谁打架啦？我们俩在讨论数学题哪！”其中一个小孩直冲铁蛋嚷。

铁蛋仔细端详了这两个小孩，看年龄都不过六、七岁，一个长得圆脸蛋、圆眼睛、圆鼻子；另一个是方脸、方嘴、方鼻子。他俩的眉毛长得怪，眉梢长，还向里绕了几个圈。

铜头心想，这两个小孩也就是一、二年级的小学生，他们会有什么难题呀！我何不乘机露一手。铜头对两个小孩说：“你们有什么问题尽管问我，我都给你们解答。”

圆脸蛋小孩自我介绍说：“我叫圆圆，他叫方方，我俩都是小学一年级的学生。刚才我们在解一元二次方程，他抄错了常数项，解出来的根是7和-2；我抄错了一次项系数，解出来的根是1和6。”

铜头问：“那原来的一元二次方程是什么呢？”

“不知道呀！原题抄在黑板上，下课就擦了。我们俩抄错的题也丢了，谁也说不出来原来的方程怎么样了。今天做不出来，明天老师就不让我们进教室啦。”圆圆有点害怕。

铜头一听就楞住了，嗯？怎么小学一年级的学生就会解二次方程！这两个小孩一准是数学天才，我别瞎管闲事啦，我数学这两下子，我自己清楚。于是，铜头说：“题目丢了，那有什么办法？明天对老师好好说说就成啦！”

铁蛋说话了：“铜头，咱俩帮他们把原来的二次方程给算出来吧。”

圆圆高兴了：“刚才我们俩就是为了推算原来的

方程而争论起来啦！”

铜头摇摇头说：“题抄错了，还能算出对的是什么样？神啦！”

“他俩没有都抄错嘛！”铁蛋很有信心地算了起来，“可以用待定系数法试试。设原来的方程为 $x^2 + px + q = 0$ 。”

方方不明白，他问：“什么叫待定系数法呀？”

铁蛋解释说：“以求方程为例吧，可以把要求的方程先写出来，只要利用已知条件把p、q这两个系数求出来，方程就知道了。这种数学方法叫待定系数法。”

圆圆说：“方方，你别打岔，让他把题做完。”

铁蛋在地上边说边写：“方方抄错了常数项，但是一次项系数是对的；圆圆找错了一次项系数，但是常数项是对的。由韦达定理知道，当二次方程的二次项系数是1时，两根之和等于一次项系数的相反数，两根之积等于常数项。这就得到

$$-p = 7 + (-2) = 5, \quad p = -5;$$

$$q = 1 \times 6 = 6, \quad q = 6.$$

原方程是 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 。”

圆圆高兴地跳了起来：“对！就是这道题。它的根一个是2，一个是3。”

铁蛋问圆圆说：“你知道弯弯绕国怎么走吗？”

圆圆瞪大眼睛说：“这儿就是弯弯绕国呀！我们俩在第一弯弯绕小学读书。你们是到我们国来做客的吧。”

半天没说话的铜头来精神啦！铜头说：“对！是你们国的布直首相邀请我们来的。”

圆圆和方方一起拍着手说：“欢迎、欢迎。不过……”圆圆用眼睛翻了一眼铜头。

铜头忙问：“不过什么呀？”

圆圆说：“布直首相邀请的客人，都是数学特别好的。像你这样的数学水平，怕是要吃亏的。”说完圆圆和方方各写了一张纸条，一张递给了铁蛋，一张递给了铜头。

方方说：“我们国家规定，对客人要按数学水平高低，给予不同的接待。往东有两条路，你俩各走一条，遇到哨卡就把纸条给他，哨兵会带你们找到首相府的。再见！”方方和圆圆连蹦带跳地走了。

铁蛋和铜头各选了一条路，也分手了。

铁蛋一路走，一路欣赏弯弯绕国的风景。青翠的树木，绚丽的花朵，景色十分迷人，不过所有的树叶和花瓣都绕成弯儿。铁蛋心想，弯弯绕国连树木、花草都绕着弯儿啊！

“站住！”突然从大树后钻出一个端枪的士兵，他问：“到哪儿去？”

铁蛋赶紧掏出方方给他的纸条说：“我是布直首相的客人，这是方方写的条子。”

士兵打开条子一看说道：“对不起，这上面是道数学题。你做出这道题，就说明是我们首相的客人。如果做不出来，说明你是冒牌客人，我就把你送进监狱！”

铁蛋接过纸条，只见上面写着：“计算：

$$\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$$

$\cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$ 铁蛋一边琢磨着怎么解这道题，一边替铜头担心。铜头能做出他手里的题吗？他如果做不出来，又将怎么样呢？”



二 数学擂台

铁蛋接过条子一看，上面写着一道题：计算：

$$\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$$

$\cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$ ，铁蛋想，这里是四个根式连乘，从左到右，根式中的根号一个比一个多。究竟是从左往右算呢？还是从右往左算呢？

士兵在一旁催促说：“你快点算哪！”

“嗯。”铁蛋一边点头答应，一边琢磨这个式子的特点。他发现前三个根式里都只有加号，唯独第四个根式里有一个减号，这个减号必然在计算中起特殊作用。对！我就从这儿下手从右往左算。

士兵等得不耐烦了，说：“你做不出来就痛痛快快地跟我进监狱算了。”

铁蛋也不答话，掏出铅笔在纸条上算了起来：

$$\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$$

$$\cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2^2 - (\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}})^2} \\
&= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{4-2-\sqrt{2+\sqrt{3}}} \\
&= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}} \\
&= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2^2 - (\sqrt{2+\sqrt{3}})^2} \\
&= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} \\
&= \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2} \\
&= \sqrt{4-3} = 1
\end{aligned}$$

铁蛋高兴地说：“嘻，这道题怪有意思的。反复使用平方差公式，象解锁链一样，只要解开一环，下面就一环接一环地解开了。”

士兵看铁蛋把题目做出来了，态度立刻变得客气多了：“这么说，您真是我们布直首相的客人了，请随我走。”士兵熟练地扛起了枪，迈着正步在前面带路。铁蛋觉得他走路挺好玩，也学着他的样子，迈着正步在后面跟着。

正走着，忽听到有人喊：“铁蛋，快来救救我！”铁蛋仔细一听，是铜头在喊，撒腿就朝喊叫的方向跑去。在前面走正步的士兵看铁蛋跑了，赶紧追了过去，边追边喊：“尊敬的客人，布直首相在这边，那边是牢狱。”