



根据学业考试说明和新课标编写

2007 修订版

新课标中考直通车

数 学

丁保荣 主编

★ 名师引导
★ 紧扣课标
提升能力 解析说明



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大學出版社

新课标中考直通车

数 学

丁保荣 主编

浙江大學出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

新课标中考直通车. 数学 / 丁保荣主编. —杭州: 浙江大学出版社, 2005. 10
ISBN 7-308-04504-8

I. 新... II. 丁... III. 数学课—初中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 115296 号

责任编辑 杨晓鸣 曾小丽
出版 浙江大学出版社
(杭州浙大路 38 号 邮政编码 310027)
(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)
(网址: <http://www.zjupress.com>)
排版 杭州好友排版工作室
印刷 浙江省良渚印刷厂
开本 787mm×960mm 1/16
印张 17.25
字数 400 千
版印次 2005 年 10 月第 1 版 2006 年 9 月第 4 次印刷
书号 ISBN 7-308-04504-8/G·972
定价 20.00 元

前 言

新课程改革实施后,教育部颁发了《关于积极推进中小学评价与考试制度改革的通知》,要求中考命题必须依据国家课程标准。为了适应课程改革后初中各学业考试的最新趋势,帮助广大考生在复习迎考中查漏补缺,真正做到少走弯路、摆脱题海、彻底减负。根据教育部《初中考试评价组的报告》、《课改试验区考试命题指导》的精神以及《浙江省国家基础教育课程改革试验区初中毕业生学业考试说明》,我们编写了这套“新课标中考直通车”丛书,包括《语文》、《数学》、《英语》、《科学》、《历史社会和思想品德》五个学科分册,作为初中毕业生的系统复习资料。

本丛书的编写是在钻研新大纲、吃透新课标的基础上,用全新理念进行题型设计和内容构建。针对不同学科的特点和中考的考试要求,丛书对课标要求即中考考点,逐点逐项地进行解读;对中考的热点题型加以分析,探究相应的规律。丛书在范例的选择上不仅注重典型性、新颖性,更关照到解决问题之间循序渐进的演变。在习题的选择上不仅注重灵活性、多样性,更重视引导学生主动参与到解决问题的过程中,培养学生的综合能力。同时丛书精选近几年全国各省市特别是试验区的中考试题进行实践训练,帮助考生迅速提高解题能力,有很强的针对性和明确的导向性。

本丛书由具有丰富教学经验的一线特级、高级教师编写,具有较高的权威性。我们相信这套“新课标中考直通车”,将使你更快更好地适应新课标、新课程的学习需要,在中考中取得理想的学习成绩。

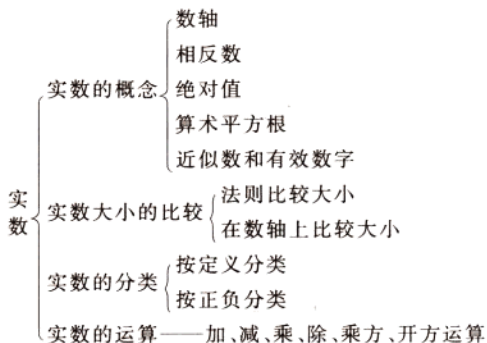
目 录

第一章 数与式	(1)
第一节 实数概念	(3) 参考答案(236)
第二节 实数及二次根式运算	(7) 参考答案(236)
第三节 代数式	(12) 参考答案(236)
第四节 整式与分式	(17) 参考答案(237)
第二章 方程与不等式	(24)
第五节 方程与方程组	(25) 参考答案(237)
第六节 不等式与不等式组	(33) 参考答案(238)
第三章 函 数	(40)
第七节 函数概况	(41) 参考答案(239)
第八节 图形与坐标	(48) 参考答案(239)
第九节 一次函数	(56) 参考答案(241)
第十节 反比例函数	(65) 参考答案(242)
第十一节 二次函数	(72) 参考答案(243)
第四章 基本图形	(82)
第十二节 点、线、面与角	(83) 参考答案(244)
第十三节 相交线与平行线	(89) 参考答案(245)
第十四节 三角形	(96) 参考答案(245)
第十五节 四边形	(104) 参考答案(246)
第十六节 圆	(114) 参考答案(248)
第十七节 尺规作图	(124) 参考答案(249)
第十八节 视图与投影	(129) 参考答案(251)
第五章 图形与变换	(138)
第十九节 轴对称与平移	(139) 参考答案(252)
第二十节 中心对称与旋转	(145) 参考答案(252)

第二十一节 图形的相似	(151) 参考答案(254)
第二十二节 三角函数	(159) 参考答案(256)
第六章 统计与概率	(169)
第二十三节 统计	(170) 参考答案(257)
第二十四节 概率	(178) 参考答案(258)
第二十五节 统计与概率应用	(184) 参考答案(259)
第七章 课题学习	(195)
第二十六节 方案设计	(195) 参考答案(262)
第二十七节 数学实验	(204) 参考答案(264)
初中数学学业水平考试模拟试卷(一)	(214) 参考答案(267)
初中数学学业水平考试模拟试卷(二)	(219) 参考答案(268)
初中数学学业水平考试模拟试卷(三)	(223) 参考答案(268)
初中数学学业水平考试模拟试卷(四)	(228) 参考答案(269)
初中数学学业水平考试模拟试卷(五)	(232) 参考答案(269)

第一章 数与式

知识系统网络

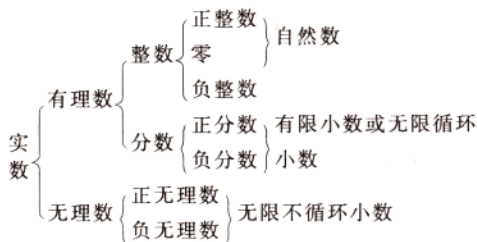


重要问题总结

一、基本知识

(一) 实数

1. 实数分类



2. 数轴

数轴“三要素”；数轴上的点与实数之间是一一对应的。

3. 相反数

实数 a 的相反数为 $-a$ 。

a 与 b 互为相反数 $\Leftrightarrow a+b=0$ 。

相反数的几何意义：在数轴上，表示相反数的两个点位于原点的两侧，且到原点的距离相等。

4. 倒数

若两数的积等于 1，则这两个数互为倒数，零没有倒数。

5. 绝对值

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}, \text{ 所以 } |a| \geq 0.$$

绝对值的几何意义：一个数的绝对值，就是在数轴上表示这个数的点到原点的距离。

6. 算术平方根

当 $a \geq 0$ 时， $\sqrt{a} \geq 0$ ；

$$(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0);$$

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0); \\ 0 & (a = 0); \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

7. 零指数幂, 负整数指数幂

$$a^0 = 1 (a \neq 0); a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 为正整数}).$$

8. 科学记数法

$$a \times 10^n, \text{ 其中 } 1 \leq a < 10.$$

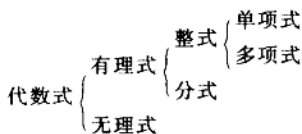
9. 近似数与有效数字

一个近似数, 四舍五入到哪一位, 就说这个近似数精确到哪一位. 这时, 从左边第一个不是 0 的数字起, 到精确的数位止, 所有的数字都叫这个数的有效数字.

(二) 代数式

1. 代数式的有关概念

(1) 代数式的分类



(2) 有理式 只含有加、减、乘、除、乘方运算的代数式(包括具体实数的一切运算式), 叫做有理式. 有理式中的整式与分式的区别在整式的分母(或除式)中不含有字母.

(3) 无理式 含有字母的式子进行开方运算的代数式叫做无理式.

2. 同类项、合并同类项

所含的字母相同, 并且相同字母的指数也分别相同的单项式叫做同类项.

把多项式中的同类项合并成一项, 叫做合并同类项, 合并的法则是系数相加, 所得的结果作为合并后的系数, 字母和字母的指数不变.

3. 去括号与添括号

(1) 去括号法则 括号前是“+”号, 去掉括号和它前面的“+”号, 括号里各项都不改变符号; 括号前是“-”号, 去掉括号和它前面的“-”号, 括号

里各项都改变符号.

(2) 添括号法则 添括号, 括号前面是“+”号, 括到括号里的各项都不改变符号; 括号前面是“-”号, 括到括号里的各项都改变符号.

4. 整式的运算

(1) 整式的加减

整式的加减法实际就是合并同类项.

(2) 幂的运算法则

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} (m, n \text{ 都是整数}).$$

$$(a^m)^n = a^{mn} (m, n \text{ 都是整数}).$$

$$(ab)^n = a^n b^n (n \text{ 为整数}).$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0, m, n \text{ 都为整数}).$$

(3) 整式的乘法

单项式与单项式相乘, 把系数、同底数幂分别相乘, 作为积的因式, 只有一个单项式里含有的字母, 则连同它的指数作为积的一个因式.

单项式与多项式相乘, 即

$$m(a+b+c) = ma + mb + mc.$$

多项式与多项式相乘, 即

$$(m+n)(a+b) = ma + mb + na + nb.$$

(4) 整式的除法

单项式除以单项式, 把系数、同底数幂相除, 作为商的因式, 对于只在被除式里含有的字母, 则连同它的指数作为商的一个因式.

多项式除以单项式, 把这个多项式的每一项除以这个单项式, 然后把所得的商相加.

(5) 乘法公式

平方差公式:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

完全平方公式:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

(6) 零指数和负整数指数

$$\text{规定 } a^0 = 1, a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 为正整数}).$$

5. 因式分解

把一个多项式化为几个整式的积的形式, 这

种式子的变形叫做把这个多项式因式分解,也叫分解因式.

6. 因式分解的基本方法

(1) 提取公因式法

$$ma+mb+mc=m(a+b+c).$$

(2) 运用公式法

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b);$$

$$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2.$$

7. 因式分解的一般步骤

(1) 多项式的各项有公因式时,先提公因式.

(2) 各项没有公因式时,要看看能不能用公式法来分解.

(3) 分解因式,必须进行到每一个多项式都不能再分解为止.

二、易错、易忽略问题

无理数的概念和无理数的各种叙述方法是易错易忽略的问题,绝对值的概念是难点、易错点.

去括号添括号中符号的处理,公式应用中的符号问题,对“ $\sqrt{\quad}$ ”的理解,整式的除法,公式的逆用都是易错的问题.

分式有意义的条件,分解因式不彻底,二次根式有意义的条件都是易忽略的问题.

第一节 实数概念

1 [命题趋势]

实数是初中数学的基础内容之一,也是学习其他学科的基础,在各地中考命题中,实数的概念、性质和运算均为中考内容.试题分值约为4~6分,多以选择题、填空题、计算题形式出现.

本节的考试要求是:

1. 正确理解实数的有关概念;
2. 借助数轴工具,理解相反数、绝对值、算术平方根等概念和性质;

3. 掌握科学记数法表示一个数,熟悉按精确度处理近似数.

2007年中考将继续考查实数的有关概念,值得一提的是,用实际生活的题材为背景,结合当今社会的热点问题考查近似数、有效数字、科学记数法仍是中考命题的一个热点.

2 [应试对策]

牢固掌握本节所有基本概念,特别是绝对值的意义,真正掌握数形结合的思想,理解数轴上的点与实数间的一一对应关系,还要注意本节知识与其他知识点的结合,以及在日常生活中的运用.

3 [考点例析]

例1 比较下列各组数的大小:

(1)+0.1和-100;(2)-200和0;(3) $-\frac{5}{2}$ 和-5.

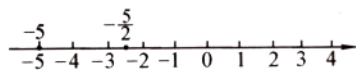


图 1-1

分析 (1)是一个正数和一个负数,则正数大;(2)是一个负数和0,则负数小;(3)是两个负数,把其表示在数轴上如图1-1, -5在 $-\frac{5}{2}$ 的左边,所以 $-\frac{5}{2}$ 比-5大.

【解】 (1)+0.1大于-100;(2)-200小于0;(3) $-\frac{5}{2}$ 大于-5.

例2 数轴上有一点到原点的距离是5,则 ()

- A. 这一点表示的数的相反数是-5
- B. 这一点表示的数的绝对值是5
- C. 这一点表示的数是5

D. 这一点表示的数是-5

【解】数轴上到原点距离是5的点可以是5和-5,而它们的绝对值为5,所以选B.

例3 某位老师在讲“实数”时,画了一个图,即“以数轴的单位长度为边作一个正方形,然后以O为圆心,正方形的对角线长为半径画弧,交x轴于点A”,试问作这样的图用来说明_____.

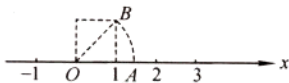


图 1-2

分析 由作图过程可知, $OB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$,而 $OA = OB$,故 $OA = \sqrt{2}$,则点A表示无理数 $\sqrt{2}$.

【解】作这样的图用来说明:数轴上的点不仅可以表示有理数,也可以表示无理数.

例4 估计 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与0.5哪个大.

【解】 $\sqrt{5} > \sqrt{4} = 2$,所以 $\frac{\sqrt{5}-1}{2} > \frac{2-1}{2} = 0.5$,因而 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 比0.5大.

例5 某学生的身高是1.796米.(1)精确到厘米;(2)保留两个有效数字.

分析 (1)原单位是米,精确到厘米就是精确到这个数的百分位;

(2)要求保留两个有效数字,就是从左边第一个不为0的数开始数,由第三个数进行四舍五入.

【解】(1)1.796米精确到厘米是1.80米;
(2)1.796米保留两个有效数字是1.8米.

例6 已知实数 $\frac{22}{7}, \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^0, \sqrt[3]{27}, \frac{\pi}{2}, \cos 30^\circ, 0.020020002\cdots, \sqrt{27}$ 中,无理数的个数是 ()
A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 6个

【解】选B. $\frac{\pi}{2}, \cos 30^\circ, \sqrt{27}, 0.020020002\cdots$ 共

4个.

【探究】不要认为带根号的数就是无理数,无理数一般有几类:①特殊意义的数如 π ;②开不尽的方根;③形如0.020020002...结构的数等.

例7 如图1-3,表示数a和b的点的位置已经给定,请提出三个以上与该图有关的数学问题,并给出解答.

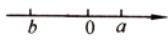


图 1-3

分析与解答 通过观察我们发现 $a > 0, b < 0, |a| < |b|$,我们可以提出以下问题:

(1)判断 $a \times b$ 的正负;

(2)判断 $a + b$ 的正负;

(3)判断 $a - b$ 的正负;

(4)判断 $b - a$ 的正负.

根据实数加、减法及乘法法则可知:(1) $a \times b < 0$, (2) $a + b = -(|b| - |a|) < 0$, (3) $a - b = a + (-b) > 0$, (4) $b - a = b + (-a) < 0$.

【探究】(1)要注意发现数学信息,这是我们解决数学问题的基础;(2)提出的问题是通过我们所发现的信息和我们学过的知识能解决的.

4 [单元检测]

1. $\sqrt{3}$ 的相反数是 ()

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

2. 火车票上的车次号有两个意义,一是数字越小表示车速越快,1~98次为特快列车,101~198次为直快列车,301~398次为普快列车,401~598次为普客列车;二是单数表示从北京开出,双数表示开往北京.根据以上规定,杭州开往北京的某一直快列车的车次号可能是 ()

A. 20 B. 119 C. 120 D. 319

3. 我国宇航员杨利伟乘“神舟五号”绕地球飞行了14周,飞行轨道近似看作圆,其半径约为

6. 71×10^3 千米,总航程约为(π 取 3.14,保留 3 个有效数字) ()

- A. 5.90×10^5 千米 B. 5.90×10^6 千米
C. 5.89×10^5 千米 D. 5.89×10^6 千米

4. $|-3|$ 的相反数是 ()

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. ± 3

5. 下列四个数中,在 -2 到 0 之间的数是 ()

- A. -1 B. 1 C. -3 D. 3

6. $\frac{1}{4}$ 的算术平方根是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\pm \frac{1}{2}$

7. 有下列说法:①有理数和数轴上的点一一对应;②不带根号的数一定是有理数;③负数没有立方根;④ $-\sqrt{17}$ 是 17 的平方根.其中正确的有 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

8. (安徽中考)一批货物总量重 1.4×10^7 kg,下列可将其一次性运走的合适运输工具是 ()

- A. 一艘万吨级巨轮 B. 一架飞机
C. 一辆汽车 D. 一辆板车

9. (济南中考)如图 1-4,是由两个正方形组成的长方形花坛 ABCD,小明从顶点 A 沿着花坛间

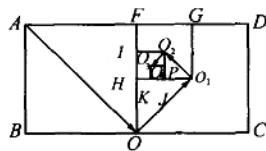


图 1-4

小路走到长边中点 O,再从中心 O 走到正方形 OCDF 的中心 O_1 ,再从中心 O_1 走到正方形 O_1GFH 的中心 O_2 ,又从中心 O_2 走到正方形 O_2IHK 的中心 O_3 ,再从 O_3 走到正方形 O_3KJP 的中心 O_4 ,一共走了 $31\sqrt{2}$ m,则长方形花坛 ABCD 的周长是 ()

- A. 36m B. 48m C. 96m D. 60m

10. (盐城中考)在 $-\pi, -2, \sqrt{4}, \cos 45^\circ, 3, 14, (\sqrt{2})^0$ 中,有理数的个数是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

11. 下列各组数中,互为倒数的是 ()

- A. -2 与 2 B. -2 与 $\frac{1}{2}$

- C. -2 与 $-\frac{1}{2}$ D. -2 与 $|-2|$

12. 如图 1-5,数轴上点 M 所表示的数的相反数为 ()

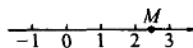


图 1-5

- A. 2.5 B. 5

- C. -2.5 D. -5

13. 2004 年临沂市的国民生产总值是 1012 亿元,用科学记数法表示为 ()

- A. 1012×10^6 元 B. 1.012×10^{11} 元
C. 1.0×10^{11} 元 D. 1.012×10^{12} 元

14. 实数 $\frac{11}{7}, \pi, -2\sqrt{3}, \sqrt{4}, 0.101001000 1, \dots$, 0.3 中,无理数的个数是 ()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

15. 实数 a, b 在数轴上表示如图 1-6 所示,则下列结论错误的是 ()

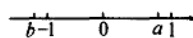


图 1-6

- A. $a+b < 0$ B. $ab < 0$

- C. $-b > a$ D. $a-b < 0$

16. 下列结论:①在数轴上只能表示无理数 $\sqrt{2}$;②任何一个无理数都能用数轴上的点表示;③实数与数轴上的点一一对应;④有理数有无限个,无理数有有限个,其中正确的是 ()

- A. ①② B. ②③
C. ③④ D. ②③④

17. 如果 $\frac{|a|}{a} = -1$, 则 a 的取值是 ()

- A. $a < 0$ B. $a \leq 0$
C. $a \geq 0$ D. $a > 0$

18. 设 $a = \sqrt{15}$, 则实数 a 在数轴上对应的大致位置是(如图 1-7) ()

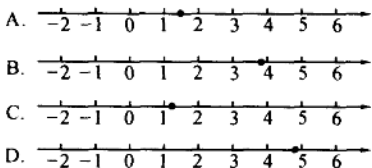


图 1-7

19. 将 18 500 000 保留两个有效数字后用科学记数法表示为_____.

20. 甲、乙两同学进行数字猜谜游戏: 甲说一个数 a 的相反数就是它本身, 乙说一个数 b 的倒数也等于本身, 请你猜一猜 $|a-b| =$ _____.

21. 实数 a 在数轴上的位置如图 1-8 所示, 化简 $\sqrt{a^2} =$ _____.

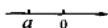


图 1-8

22. 一个正数 x 的两个平方根分别是 $a+1$ 和 $a-3$, 则 a 和 x 的倒数分别是_____.

23. 我们平常的数是十进制数, 如 $2\ 639 = 2 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 9 \times 10^0$, 表示十进制的数要用 10 个数码(又叫数字): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 在计算机中用的是二进制, 只用两个数码: 0 和 1. 如二进制中 $101 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ 等于十进制中的数 5, $10\ 111 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ 等于十进制的数 23. 那么二进制中的 1101 等于十进制的数_____.

24. 如图 1-9 是一个正方体纸盒的展开图. 在

其中的四个正方形内标有数字 1、2、3 和 -3, 要在其余正方形内分别填上 -1、-2, 使得按虚线折成正方体后, 相对面上的两个数互为相反数, 则 A 处应填_____.

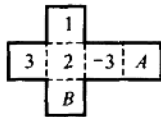


图 1-9

25. (济南中考) 把数字按如图 1-10 所示排列起来, 从上开始, 依次为第一行、第二行、第三行……中间用虚线围的一列, 从上至下依次为 1, 5, 13, 25, …, 则第 10 个数为_____.

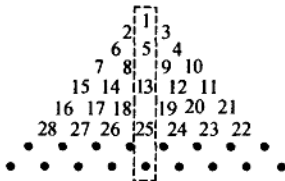


图 1-10

26. 科学发现: 植物的花瓣、萼片、果实的数目以及其他方面的特征, 都非常吻合于一个奇特的数列——著名的斐波那契数列: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, …, 仔细观察以上数列, 则它的第 11 个数应该是_____.

27. $-\sqrt{3}$ 的绝对值是_____; $-3\frac{1}{2}$ 的倒数是_____; $\frac{4}{9}$ 的平方根是_____.

28. 在数轴上, 离原点距离等于 3 的数是_____.

29. 写出一个无理数, 使它与 $\sqrt{2}$ 的积是有理数_____.

30. 将 -207670 保留三个有效数字, 其近似值为_____.

31. 若 a, b 都是无理数, 且 $a+b=2$, 则 a, b 的

值可以是_____。(填上一组满足条件的值即可)

32. 如图 1-11, 数轴上的点 A 所表示的是实数 a , 则点 A 到原点的距离是_____.

图 1-11

33. 在数轴上作出表示 $\sqrt{13}$ 和 $-\sqrt{17}$ 的点.

34. 如图 1-12, 这是一个体积为 1728cm^3 的正方体, 它的棱长是多少厘米?

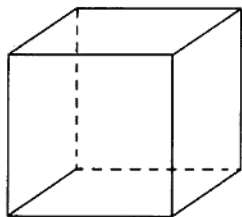


图 1-12

35. 分别找出 $\sqrt{47}$, $\sqrt[3]{270}$ 位于哪两个相邻自然数之间, 并比较它的大小.

36. 在一条东西走向的马路旁, 有青少年宫、学校、商场、医院四家公共场所. 已知青少年宫在学校东 300 m 处, 商场在学校西 200 m 处, 医院在学校东 500 m 处. 若将马路近似地看作一条直线, 以学校为原点, 向东方向为正方向, 用 1 个单位长度表示 100 m.

- (1) 在数轴上表示出四家公共场所的位置;
- (2) 列式计算青少年宫与商场之间的距离.

第二节 实数及二次根式运算

1 [命题趋势]

实数的四则运算、乘方、开方运算以及混合运

算仍是中考的一个考查热点, 实数的大小比较往往结合数轴进行, 并会出现探索类有规律的计算问题, 在近几年各地中考试题中, 本节内容平均占 6~8 分.

本节的考试要求是:

1. 掌握实数的六种运算法则, 并熟练地进行混合运算;

2. 数的开方和二次根式定义;

3. 会用多种方法进行实数的大小比较.

2007 年中考实数的运算仍是考查热点, 除一般常规题型外, 还应注意新的题型不断出现, 例如有考查运算能力的题目, 要求学生通过观察所给条件, 进行归纳总结, 找出规律后再计算, 二次根式定义常与一元二次方程、函数知识相联系.

2 [应试对策]

牢固掌握实数的六种运算法则及运算律, 在混合运算中注意符号和运算顺序, 还要注意新题型的积累.

3 [考点例析]

例 1 计算:

$$(1) 4 - (-2)^3 - 3^3 \div (-1)^3;$$

$$(2) -4^2 - 3 \times 2^2 \times (\frac{1}{3} - 1) \div (-1 \frac{1}{3}).$$

$$\begin{aligned} \text{【解】} (1) & 4 - (-2)^3 - 3^3 \div (-1)^3 \\ &= 4 - (-8) - 27 \div (-1) \\ &= 12 + 27 = 39. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & -4^2 - 3 \times 2^2 \times (\frac{1}{3} - 1) \div (-1 \frac{1}{3}) \\ &= -16 - 12 \times (-\frac{2}{3}) \div (-\frac{4}{3}) \\ &= -16 + 8 \times (-\frac{3}{4}) \\ &= -16 - 6 = -22. \end{aligned}$$

【探究】 在进行有理数的混合运算时, 一要注意运算顺序的正确; 二要注意符号的变化; 三要

注意在运用运算性质时不要出现错误.

例2 某个家庭为了估计自己家6月份的用电量,对月初的一周每天电表的读数进行了记载,上周日电表的读数是115度,以后每日的读数如下表:

星期	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
电表的 读数(度)	118	122	127	133	136	140	143

估计6月份大约用多少度电.

分析 通过对一周电度表的读数的记载可以算出这一周各天的用电量,从而算出这一周的平均每天用电量,用这周的平均每天用电量乘以30,就可以估算出6月份大约用多少度电.

【解】 $(143-115) \div 7 \times 30 = 120$.

例3 化简:

$$(1) \sqrt{8} \times \sqrt{13} \times \sqrt{26}; \quad (2) \frac{\sqrt{12} \times \sqrt{18}}{\sqrt{6}};$$

$$(3) (1+\sqrt{6})(2-\sqrt{6}); \quad (4) \left(\sqrt{5}-\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2.$$

【解】 $(1) \sqrt{8} \times \sqrt{13} \times \sqrt{26} = \sqrt{16 \times 169} = \sqrt{16} \times \sqrt{169} = 4 \times 13 = 52.$

$$(2) \frac{\sqrt{12} \times \sqrt{18}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{12 \times 18}{6}} = \sqrt{36} = 6.$$

$$(3) (1+\sqrt{6})(2-\sqrt{6}) = 2 - \sqrt{6} + 2\sqrt{6} - (\sqrt{6})^2 = \sqrt{6} - 4.$$

$$(4) \left(\sqrt{5}-\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2 = (\sqrt{5})^2 - 2 \times \sqrt{5} \times \frac{3}{\sqrt{5}} + \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2 = 4 - \frac{6}{\sqrt{5}} + \frac{9}{5}.$$

例4 已知:当 a 取某一范围的实数时,代数式 $\sqrt{(2-a)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$ 的值是一个常数(确定值),则这个常数是 ()

A. -1 B. 0 C. 1 D. 5

分析 重点考查二次根式的性质 $\sqrt{a^2} = |a|$

$$= \begin{cases} a(a \geq 0), \\ -a(a < 0). \end{cases}$$

【解】 $\sqrt{(2-a)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$

$$= |2-a| + |a-3|$$

$$= \begin{cases} 2-a+a-3=-1, (a \leq 2 \text{ 或 } a \geq 3, a \text{ 无解}) \\ a-2-(a-3)=1. (2 \leq a \leq 3, a \text{ 有解}) \end{cases}$$

故选C.

【探究】 二次根式性质要熟练掌握,分类讨论解决二次根式化简很重要.

例5 古希腊数学家把数1,3,6,10,15,21,...叫做三角形数,它有一定的规律性.则第24个三角形数与第22个三角形数的差为_____.

【解】 观察数列规律,后项与前项的差分别是2,3,4,5,6,...,所以答案是47.

例6 已知正数 a 和 b ,则有下列命题:

(1)若 $a+b=2$,则 $\sqrt{ab} \leq 1$; (2)若 $a+b=3$,则 $\sqrt{ab} \leq \frac{3}{2}$; (3)若 $a+b=6$,则 $\sqrt{ab} \leq 3$. 根据以上三个命题所提供的规律猜想,若 $a+b=9$,则 $\sqrt{ab} \leq$ _____.

分析 观察条件,不难发现其规律是:当 $a+b=n$ 时, $\sqrt{ab} \leq \frac{n}{2}$.

【解】 $\sqrt{ab} \leq \frac{9}{2}$.

例7 在数轴上, P 点表示2,现在 P 点向右移动两个单位后,再向左移动10个单位;(1)这时 P 点必须向哪个方向移动多少个单位才能到达原点?(2)把 P 点从开始移动直至到达原点这一过程用一个有理数算式写出来.

分析 按要求我们把每次 P 点移到的位置标在数轴.

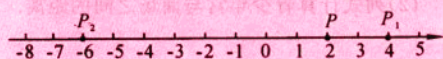


图2-1

(1)很容易知道 P 点要到达原点必须向右移动6个单位;

(2) P 点原有对应的数是2,而每次向右移动一个单位就等于+1,向左移动一个单位等于+(-1),所以移动全过程对应的算式就是:

$$2+2+(-10)+6=0$$

【解】(1)P点必须向右移动6个单位,才能到达原点.

$$(2)2+2+(-10)+6=0.$$

4 [单元检测]

1. 两个完全相同的长方体的长、宽、高分别为5cm,4cm,3cm. 把它们叠放在一起组成一个新长方体,在这些新长方体中,表面积最大是 ()

- A. 188cm^2 B. 176cm^2
C. 164cm^2 D. 158cm^2

2. 在1, -1, -2这三个数中,任意两数之和的最大值是 ()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. -3

3. 点A为数轴上表示-2的点,当A点沿数轴移动4个单位长度到点B时,点B所表示的实数为 ()

- A. 2 B. -6
C. 2或-6 D. 不同于以上答案

4. 下列运算中正确的是 ()

- A. $|- \frac{1}{5}| = \frac{1}{5}$ B. $-(-2) = -2$
C. $3^{-2} = 9$ D. $(-\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$

5. 下列一组按规律排列的数:1, 2, 4, 8, 16, ..., 第2004个数是 ()

- A. 2^{2004} B. $2^{2004} - 1$
C. 2^{2003} D. 以上答案均不对

6. 商场在促销活动中,将标价为200元的商品,在打八折的基础上再打八折销售,则该商品现在的售价是 ()

- A. 160元 B. 128元
C. 120元 D. 8元

7. (南昌中考)下列计算正确的是 ()

- A. $-6+6=0$ B. $-6-6=0$
C. $-6 \times 0 = -6$ D. $-6 \div (-1) = -6$

8. (河北中考)古代有这样一个寓言故事:驴

子和骡子一同走,它们驮着不同袋数的货物,每袋货物都是一样重的. 驴子抱怨负担太重,骡子说:“你抱怨干吗? 如果你给我一袋,那我所负担的就是你的两倍;如果我给你一袋,我们才恰好驮的一样多!”那么驴子原来所驮货物的袋数是 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

9. (河北中考)法国的“小九九”从“一一得一”到“五五二十五”和我国的“小九九”是一样的,后面的就改用手势了. 下面两个图框是用法国“小九九”计算 7×8 和 8×9 的两个示例. 若用法国的“小九九”计算 7×9 ,左、右手依次伸出手指的个数是 ()

$7 \times 8 = ?$




左手 右手

∵ 两手伸出的手指数的和为5,
未伸出的手指数的积为6,
∴ $7 \times 8 = 56$,
[$7 \times 8 = 10 \times (2+3) + 3 \times 2 = 56$]

$8 \times 9 = ?$




左手 右手

∵ 两手伸出的手指数的和为7,
未伸出的手指数的积为2,
∴ $8 \times 9 = 72$,
[$8 \times 9 = 10 \times (3+4) + 2 \times 1 = 72$]

- A. 2, 3 B. 3, 3 C. 2, 4 D. 3, 4

10. (福州中考)下列各式中属于最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{x^2+1}$ B. $\sqrt{x^2y^5}$
C. $\sqrt{12}$ D. $\sqrt{0.5}$

11. (连云港中考)北京等5个城市的国际标准时间(单位:小时)可在数轴上表示如下:

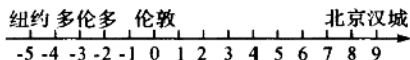


图 2-2

如果将两地国际标准时间的差简称为时差,那么 ()

- A. 汉城与纽约的时差为 13 小时
B. 汉城与多伦多的时差为 13 小时
C. 北京与纽约的时差为 14 小时
D. 北京与多伦多的时差为 14 小时

12. (江苏中考) 比较 $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ 的大小, 结果正确的是 ()

- A. $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3} < \frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{2} < \frac{1}{4} < -\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{4} < -\frac{1}{3} < -\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{2} < \frac{1}{4}$

13. (山西中考) 化简二次根式 $a\sqrt{-\frac{a+1}{a^2}}$ 的结果是 ()

- A. $\sqrt{-a-1}$ B. $-\sqrt{-a-1}$
C. $\sqrt{a-1}$ D. $-\sqrt{a-1}$

14. (福州中考) 已知: 当 a 取某一范围的实数时, 代数式 $\sqrt{(2-a)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$ 的值是一个常数(确定值), 则这个常数是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 5

15. (陕西中考) 如图 2-3, 若数轴上的两点 A、B 表示的数分别是 a 、 b , 则下列结论正确的是 ()

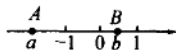


图 2-3

- A. $\frac{1}{2}b - a > 0$ B. $a - b > 0$
C. $2a + b > 0$ D. $a + b > 0$

16. (河南中考) 已知数轴上的 A 点到原点的距离为 2, 那么在数轴上到 A 点的距离是 3 的点所

表示的数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

17. (南京中考) 一根 1m 长的绳子, 第一次剪去一半, 第二次剪去剩下的一半, 如此剪下去, 第六次后剩下的绳子的长度为 ()

- A. $(\frac{1}{2})^3$ m B. $(\frac{1}{2})^5$ m
C. $(\frac{1}{2})^6$ m D. $(\frac{1}{2})^{12}$ m

18. (河南中考) 实数 p 在数轴上的位置如图 2-4 所示, 化简 $\sqrt{(p-1)^2} + \sqrt{(p-2)^2} =$ _____.

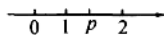


图 2-4

19. (荆州中考) 计算 $\sqrt{18} + 2\sqrt{\frac{1}{2}} =$ _____.

20. (玉林中考) “神舟”五号飞船返回舱的设计温度为 $21^\circ\text{C} \pm 4^\circ\text{C}$, 该返回舱的最高温度是 _____ $^\circ\text{C}$.

21. (桂林中考) 观察下列分母有理化的计算:

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} = \sqrt{2}-\sqrt{1}, \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} = \sqrt{4}$$

$-\sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} = \sqrt{5}-\sqrt{4}, \dots$ 从计算结果中找出规律, 并利用这一规律计算:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2002}+\sqrt{2001}} \right) \cdot (\sqrt{2002}+1) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

22. 某天早晨的气温是 -7°C , 中午上升了 11°C , 则中午的气温是 _____ $^\circ\text{C}$.

23. 某商品的进价是 400 元, 标价是 550 元, 按标价的八折出售时, 该商品的利润率是 _____.

24. 实数 a 在数轴上的位置如图 2-5 所示, 化简: $|a-1| + \sqrt{(a-2)^2} =$ _____.

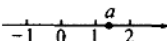


图 2-5

25. 某商品标价为 800 元, 现按九折出售, 仍可获利 20%, 则这种商品的进价为 _____ 元.

26. 早春二月的某一天, 大连市南部地区的平均气温为 -3°C , 北部地区的平均气温为 -6°C , 则当天南部地区比北部地区的平均气温高 _____ $^{\circ}\text{C}$.

27. 欣赏下面各等式:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

请写出下一个由 7 个连续正整数组成、前 4 个数的平方和等于后 3 个数的平方和的等式为 _____.

28. 观察下面一列数: $-1, 2, -3, 4, -5, 6, -7, \dots$, 将这列数排成下列形式

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & -1 & & \\ & & & & & & \\ & & 2 & -3 & 4 & & \\ & -5 & 6 & -7 & 8 & -9 & \\ 10 & -11 & 12 & -13 & 14 & -15 & 16 \\ & & & & \dots & & \end{array}$$

按照上述规律下去, 那么第 10 行从左边数第 9 个数是 _____.

29. 观察下列算式:

$$2^1 = 2 \quad 2^2 = 4 \quad 2^3 = 8 \quad 2^4 = 16 \quad 2^5 = 32$$

$$2^6 = 64 \quad 2^7 = 128 \quad 2^8 = 256$$

.....

通过观察, 用你所发现的规律写出 2^{1995} 的末位数字是 _____.

30. 小红家春天粉刷房间, 雇用了 5 个工人, 干了 10 天完成; 用了某种涂料 150 升, 费用为 4800 元; 粉刷的面积是 150 m^2 . 最后结算工钱时, 有以下几种方案:

方案一: 按工算, 每个工 30 元 (1 个工人干 1 天是一个工);

方案二: 按涂料费用算, 涂料费用的 30% 作为工钱;

方案三: 按粉刷面积算, 每平方米付工钱

12 元.

请你帮小红家出主意, 选择方案 _____ 付钱最合算 (最省).

31. 在下面等式的 $\square$ 内填数, $\bigcirc$ 内填运算符号, 使等号成立 (两个算式中的运算符号不能相同): $\square \bigcirc \square = -6$; $\square \bigcirc \square = -6$.

32. 扑克牌游戏 小明背对小亮, 让小亮按下列四个步骤操作:

第一步 分发左、中、右三堆牌, 每堆牌不少于两张, 且各堆牌的张数相同;

第二步 从左边一堆拿出两张, 放入中间一堆;

第三步 从右边一堆拿出一张, 放入中间一堆;

第四步 左边一堆有几张牌, 就从中间一堆拿几张牌放入左边一堆.

这时, 小明准确说出了中间一堆牌现有的张数. 你认为中间一堆牌现有的张数是 _____.

33. 自然数中有许多奇妙而有趣的现象, 很多秘密等待着我们去探索! 比如: 对任意一个自然数, 先将其各位数字求和, 再将其和乘以 3 后加上 1, 多次重复这种操作运算, 运算结果最终会得到一个固定不变的数 R , 它会掉入一个数字“陷阱”, 永远也别想逃出来, 没有一个自然数能逃出它的“魔掌”. 那么最终掉入“陷阱”的这个固定不变的数 $R =$ _____.

34. (河北中考) 已知 $x = \sqrt{2} + 1$, 求 $x + 1 - \frac{x^2}{x-1}$ 的值.

35. (烟台中考) 细心观察图 2-6, 认真分析下列各式, 然后回答问题.

$$\text{已知: } (\sqrt{1})^2 + 1 = 2, S_1 = \frac{\sqrt{1}}{2};$$

$$(\sqrt{2})^2 + 1 = 3, S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2};$$