

# 走进理科王国

## 数学王国探秘

姜运仓 主编



走进宏大奇奥的理科王国  
感受神秘诱人的理科魅力  
领略引人入胜的理科情趣  
品读鲜为人知的理科故事

中央民族大学出版社

# 数学王国探秘

姜运仓 主编

中央民族大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

走进理科王国 / 姜运仓主编. —北京: 中央民族大学出版社, 2006. 4

ISBN 7 - 81108 - 144 - X

I. 走... II. 姜... III. 理科(教育)—中学—课外读物 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 019078 号

书 名 走进理科王国·数学王国探秘  
主 编 姜运仓  
出 版 中央民族大学出版社  
发 行 新华书店  
印 刷 北京市书林印刷有限公司  
开 本 850 × 1168(毫米) 1/32  
印 张 96  
字 数 1800 千字  
版 次 2006 年 3 月第 1 版 2006 年 3 月第 1 次印刷  
书 号 ISBN 7 - 81108 - 144 - X/G · 391  
总定价 358.00 元

## 前 言

大千世界,奥秘无穷,烂漫的春花,诱人的秋果;神秘的河图洛书,美妙的黄金数字;宏大的宇宙星空,微观的原子世界……凡此种种,无不引人遐思。“书到用时方恨少”,当你欲破解种种迷团时,却发现小小的课本已不能满足你对科学的渴求,越来越多的新知识,新科技更是让你眼花缭乱,应接不暇,一本文质兼美、深入浅出的科普图书,将成为你由衷的期待。为此我们倾力打造了这套科普丛书——《走进理科王国》。

本书以拓展学生科学视野、提高科学素质为宗旨,从新课标规定的知识体系着手,紧密结合新课改,集中介绍了数、理、化、生等方面的相关知识,本书把深奥的知识浅显化,把枯燥的知识趣味化,在这里自然的奥秘不再神秘,科学已成为打开理科王国大门的金钥匙。它会引导你沉醉于神奇瑰丽的大千世界之中,切实感受科学技术的强大威力,从而启迪智慧,丰富想像,激发创造,培养青



少年热爱科学,献身科学的决心。

浏览此书,你会发现自然科学与人文原来如此淋漓尽致地散发出无穷的魅力,自然奥秘给了人类无穷的夢想,也给了人类艰苦创业的平台,如果你拥有了探索的明眸,充满了求知的渴念,那么本书,就是你步入科学宫殿的引路者。

编者

2006年3月



*Zou Jin Li Ke Wang Guo*

## 目 录

<b>第一章 数字溯源</b> .....	(1)
第一节 考古学的发现 .....	(1)
第二节 数的抽象化 .....	(4)
第三节 古埃及人的数学 .....	(9)
第四节 苏美尔人和巴比伦人的数学 .....	(11)
<b>第二章 数学的魅力</b> .....	(14)
第一节 智慧的迷宫——幻方 .....	(14)
一、古老的组合数学 .....	(14)
二、幻方的制作——楼梯法和易换术 .....	(15)
三、幻方与组合数学 .....	(16)
四、斐波那契数幻方 .....	(17)
五、珍奇的六边幻形 .....	(18)
六、幻方与哲学 .....	(20)
七、幻方与美学 .....	(20)
八、幻方令科学技术增辉 .....	(22)
九、幻方在国外 .....	(23)
十、幻方在当代中国 .....	(24)
第二节 $\sqrt{2}$ 引发的悲剧 .....	(26)
一、地中海谋杀案 .....	(26)
二、 $\sqrt{2}$ 是什么数? .....	(27)



三、中国古代的 $\sqrt{2}$ .....	(27)
四、无理数与毕达哥拉斯定理 .....	(28)
五、无理数与螺旋图形 .....	(29)
六、逼近 $\sqrt{2}$ 的梯子 .....	(29)
七、 $\sqrt{2}$ 与七巧板 .....	(31)
第三节 神奇的自然数三角阵 .....	(32)
第四节 一种加法密码 .....	(35)
第五节 一粒沙子见世界——无穷大的魅力 .....	(37)
一、奇怪的旅店 .....	(37)
二、 $1=2$ —— $\infty$ 的“杰作” .....	(38)
三、从恐惧到合法 .....	(39)
四、无穷大与悖论 .....	(40)
五、无穷大与美学 .....	(41)
六、无穷大与圆 .....	(42)
七、无穷大与物理学 .....	(43)
八、无穷大与射影几何 .....	(44)
九、作为数学工具的无穷大 .....	(44)
十、无限的时间和空间 .....	(45)
十一、无穷大与几何光学 .....	(47)
第六节 战争中的数学 .....	(47)
一、数学家的失算 .....	(47)
二、数学与间谍技术 .....	(48)
三、中国的剩余定理 .....	(49)
四、数学与军事的相互促进 .....	(51)
五、数学家和军事家的研究 .....	(52)
六、阿马将军的悖论 .....	(54)



七、军事运筹学 .....	(55)
八、海湾战争中的数学应用 .....	(57)
九、巴顿将军的数学赌注 .....	(58)
十、古巴导弹危机与对策论 .....	(59)
十一、飞机轰炸目标的概率问题 .....	(60)
十二、军队方阵与佩尔方程 .....	(61)
十三、数学与密码技术 .....	(62)
第七节 玄妙的理论 .....	(64)
一、稳操胜券之谜 .....	(64)
二、“只赚不赔”的奥秘 .....	(65)
三、数学的女皇——数论 .....	(67)
四、数学皇冠上的明珠 .....	(68)
五、悖论之谜 .....	(70)
第八节 谜题集粹 .....	(72)
一、难分的遗产 .....	(72)
二、七桥之谜 .....	(74)
三、妙法渡河 .....	(75)
四、富兰克林的遗嘱 .....	(77)
五、平分苹果有多难 .....	(78)
六、梵塔探宝黄梁梦 .....	(80)
七、周游世界 .....	(81)
八、贪官聚餐(一) .....	(82)
九、贪官聚餐(二) .....	(84)
第三章 几何王国探秘 .....	(86)
第一节 飞向太空的勾股定理 .....	(86)
一、中国人的遗憾 .....	(86)
二、“积矩”与“弦图” .....	(87)





三、七巧板与勾股定理 ..... (89)

四、美女荡秋千 ..... (90)

五、美国总统与勾股定理 ..... (91)

六、奇妙的勾股树 ..... (92)

七、巧算勾股数 ..... (93)

八、沟通外星人的语言 ..... (94)

第二节 无处不在的对称 ..... (95)

一、上帝是左撇子吗? ..... (95)

二、我们生存在“对称”中 ..... (96)

三、对称的杨辉三角形 ..... (97)

四、对称在数学中的妙用 ..... (98)

五、数学和晶体的对称 ..... (100)

六、对称的分子结构 ..... (101)

七、对称与天文学 ..... (101)

八、对称与物理学 ..... (103)

九、神奇股价密码——对称 ..... (104)

十、对称的数学金字塔 ..... (105)

第三节 几何怪物——分形 ..... (106)

一、英国的海岸线有多长 ..... (106)

二、雪花曲线 ..... (107)

三、分形几何与病态曲线 ..... (108)

四、分形几何与欧氏几何 ..... (110)

五、分形艺术论 ..... (111)

六、分形与岩石力学 ..... (112)

七、分形的应用 ..... (113)

第四节 怪圈之谜 ..... (113)

一、莫比乌斯的发现 ..... (113)



二、“怪圈”的奇妙之处 .....	(114)
三、怪圈与化学 .....	(115)
四、怪圈技术 .....	(116)
五、怪圈艺术 .....	(116)
六、怪圈与拓扑学 .....	(117)
第五节 自然界里的几何奥秘 .....	(118)
一、天上人间怎么这么多的圆和球 .....	(118)
二、神奇的建筑师——蜜蜂 .....	(121)
第六节 地图上的数学问题 .....	(124)
一、地图·地图学·数学 .....	(124)
二、四色猜想 .....	(125)
三、地图学的数学法则 .....	(127)
四、地图与投影 .....	(128)
五、地图的比例尺 .....	(129)
六、地图与分形理论 .....	(130)
第七节 数学家的几何情结 .....	(131)
一、费尔马的千古之谜 .....	(131)
二、三等分角的阿基米德纸条 .....	(133)
三、高斯墓碑上的正17边形 .....	(135)
四、椭圆规和卡丹旋轮 .....	(138)
五、拿破仑三角形 .....	(141)
六、人们跑断腿,不如欧拉一张图 .....	(144)
七、第五公设之谜 .....	(147)
八、形数桥之谜 .....	(149)
第四章 数学与生命科学 .....	(151)
第一节 生命的进化:DNA计算机 .....	(151)
第二节 生命科学研究中的数学痕迹 .....	(152)



第三节	数学与人类基因组计划 .....	(153)
第四节	数学与药学 .....	(154)
第五节	数学与美容医学 .....	(156)
第六节	人体与函数 .....	(158)
第七节	数学与医疗气象学 .....	(159)
第八节	现代医学的数学化发展 .....	(160)
<b>第五章</b>	<b>智力探秘 .....</b>	<b>(162)</b>
第一节	容易答错的问题 .....	(162)
第二节	天平称物 .....	(182)
第三节	桶分液体 .....	(188)
<b>第六章</b>	<b>分析推理探秘 .....</b>	<b>(196)</b>
第一节	逻辑推理 .....	(196)
第二节	统筹法问题 .....	(216)





## 第一章 数字溯源

### 第一节 考古学的发现

数字从计数与数目开始,所以若想要了解数学的起源,就必须上溯至最早使用数目的年代——这是最艰难的工作。尽管如此,这样的追溯却能帮助我们明了,数学是否只是人类的次要天性,是否只是一种意外的发明,或者了解到数学确实是人类主要天性的一部分。如果数学的确是我们生而为人的一部分基础,那么我们更该相信数学能够、也应该由社会上各式各样的人来分享,而不是由“大胡子老头儿”独享。

找到计数的起源,就方便我们知道数学的本质,帮助我们认识那股创造出数学的驱动力。人类创造数目的最早动机,是要知道一堆物体有多少,换句话说,就是要知道袋子里有多少鸭蛋可分配给家人、族人要走多少天才能到达下一个饮水井、还有多少天才会昼长夜短、需要多少个箭簇去交换一艘独木舟,等等。在上古初民的日常生活中,知晓该如何决定一堆东西的多少,诚然是一大动力。

要达到这个地步,就需要计数的行为,数学家把这行为称做“一对一映射”。当我们用手指计数时,是把唯一的一个数字指定(即映射)到特定一根手指,因此当我们计数完了,前面十个数字都分别指定给一根不同的指头。进行这项工作时,次序是很重要



的,因为最后喊出的数字必须保证是我们计数物件的总数目,也就是该集合的多少;计数一个集合,就是量度它的多少。

当我们对一组或一堆物体做实物计数时,是在执行上述同样的映射,我们用手指头点算,一面以适当的次序喊出适当的数字。点完时最后喊出的数字,就是我们所要的数目。从这奇妙的计数过程,我们得到了自然数:1,2,3,4,5,⋯,后面跟着的三个黑点(⋯)是省略符号,代表可以继续数下去。

发现计数的最早直接证据是两块兽骨,上面显现清晰的成组刻痕,其中一块是大约35000年前一只狒狒的股骨,在非洲列朋波山脉发现的。另一块是在捷克发现的狼骨,年代约在33000年前,发现的地点是一处古人类的宿营地;这块狼骨特别有意思,上面有55条刻痕,每5条为一组,共分成11组。

我们知道,远在33000年前,尚未有耕种活动(农耕大约于10000年前才开始),也没有城镇,不过他们仍然是我们最近似的祖先——智人,即现代人种,这两块兽骨显示出,我们远古的渔猎采集祖先已经懂得计数了。

计数有可能发生得更早吗?在现代人出现之前,可上溯至130000年前的尼安德塔人。他们散布在中东、欧洲,确定不属于现代人,不过他们的脑子比现代人的大,成年尼安德塔人的脑平均体积大约为 $1500\text{cm}^3$ ,而我们的脑平均体积约为 $1300\text{cm}^3$ 。他们有足够的智能去营建居室、用火、制造精巧器具、用花朵陪葬死者,甚至还举行宗教仪式。那么他们懂得计数吗?我们并不知道,只有等待考古学家来发掘了。

如果尼安德塔人懂得计数,那么计数的发生就要推前到130000年前了。有没有更早的呢?比尼安德塔人早很多的是直立人,生存于1500000至300000年前,可能是我们早期的祖先。他们没有现代人或尼安德塔人的脑力,因为他们的脑室介于900



立方厘米至 1100 立方厘米,大约相当于现代黑猩猩(450 立方厘米)和人类的中间。可是从他们的各种行为,透露出他们相当聪明:他们已会利用火,又从非洲远徙到欧洲和亚洲;他们能制作细巧的工具,建造居室。同样的问题:他们懂得计数吗?同样的答案:我们不知道,只得仰赖考古学家去发现更多的资料。

计数的引进可能因为新的考古证据而往前推——作如此想并不算离谱;新的发现总会不断迫使我们人类祖先智能技艺发展的估计,朝向更早的年代修订。

许多学者把直立人描绘成躬着腰、毛茸茸、手持石块和木棒敲打大地的野蛮模样,然而在 1994 年,德国汉诺威历史保护研究所的提米,在汉诺威东方的煤坑里发现了一地窖的矛头,是 400000 年前的东西,这些矛头做得很精致,可能是一个晚期的直立人磨造成的,显示出直立人不是没有智慧的野蛮人,而有可能是身怀技艺和才能的狩猎者。

现在已有解剖学的证据指出,计数应该属于十分古老的行为,神经学家已经辨明某类行为与大脑的某些特殊部位有关。一般来说,语言能力与左脑有关,这里也是掌管一些如计划、执行连续运作等功能的大本营。在脑部左后方有一个特殊区域,提供我们认知手指和从事一些简单算术的能力。

将认知手指和计算技巧联结在一起,应当不会令人惊讶,因为我们的儿童开始学习计数时,就是把手指与数目关联起来,这两种行为由大脑的同一部位负责,显示出我们极长时间以来,一直使用手指来计数。

如果计数能远远上溯到数十万年之前,而且还经由某种方式深植于我们脑中,那么计数与数目应该是我们天性的一部分,作为人类,就能计数也懂得数目。如果我们再观察到人们(甚至是一些自以为对数学毫无兴趣的人)从数目引发出多少娱乐工具,这



种想法会更为强烈。

我们有许多博弈游戏使用到数目。用扑克牌赌 21 点,无论如何是一种计数的游戏:我手上的牌加起来的点数,会比庄家更接近 21 点吗?再补一张不会爆掉吗?掷骰子也是一种计数的游戏,输赢机会的计算相当复杂,但是那些玩家对于他们下的赌注并非非常精于计算。你去过赛马场吗?去看看那些赌客像疯子似的计算赔率,以找出下一场马赛的赢家号码。

我们也将数字配合到音乐里面;使用数字来辨别我们的房屋及电话;人们研究各种复杂的指数,来观察股市涨跌。处处都用到数字、计算,及简易的算术。如果我们形容人类为会做工具、会用火的人猿,那么还有一个更确切的形容可以用在我们身上:我们是懂得计数的人猿。

## 第二节 数的抽象化

约于 10000 年前(公元前 8000 年),地球上的人类发生了极重大的变化,在一个称为“肥沃月湾”的地区(包括今天的以色列、土耳其南部,及伊拉克的底格里斯—幼发拉底河谷一带),人们放下狩猎器具,开始耕种。农耕的兴起促使城市发展,因为人们能够终年定居在同一地方,已经毋须像他们的渔猎采集远亲那般,为了追逐猎物而四处迁徙。

然而他们必须做一些较为细致的工作,那是逐猎生活的前人感到陌生的:他们要计划播种多少谷子;他们必须维护田地,储藏收成,分配粮食;城市发展起来了,又要保护自己不让外人掠夺,或是偷走他们的辛劳所得。为了组织军队和建立碉堡,于是政府诞生了,维持军队和建设城堡需要经费,政府就开始抽税!

所有这些新生事物,压向我们祖先的数学能力,因为仅懂得计



数已不足应付,加减乘除四则运算,不但成为必需,更是不可或缺了。对于这段时期的算术技能,我们又拥有什么证据呢?由于一直到约公元前3100年才发明文字,所以这段时期的文字记载是不存在的。既然缺乏记载,我们就只能猜测,自公元前8000年至开始有历史记载之间的5000年中,究竟发生了什么事情。

多年来,人类学家在西亚的古代集居地,也是最初的农耕发祥地,找到很有趣的陶制小偶像,那些小陶偶做什么用呢?有些专家认为它们可能是原始的棋子,又或许是求旺子旺孙的偶像。但是找到的小陶偶有成千上万之多,其中许多是在普通居家地点发现的。当时会有那么多人下棋吗?

德州大学的舒孟特贝瑟勒,于20世纪70年代发现了答案。她从伊朗、伊拉克和土耳其的113处地点,收集到超过8000个陶土制品,并分门别类,然后断定它们是计算用的“算子”。农夫和村民使用那些烤硬的小陶偶,来记录他们的财物,有时还在几个“算子”外面裹上一层软土,再放在火边烤干,变成一个硬封套的样子,把记录的数目密封起来。有些“算子”的形状是用来表示某一个特定的数目,另有一些“算子”的形状是代表被计数的特定对象,可能是羊只,也可以是酒坛。

这些“算子”安全地密封在内,外面的硬壳可作为一批货品中各种物品的正式标识。可是有时候,需要不必打开封壳就知道其中有几个“算子”,这种情况在货品从一个运货者转手给另一个运货者时更觉必要,于是作业者就培养出一种习惯,将壳里“算子”的形状先压印在壳子外表,然后才把它烤硬。做好之后,作业者根据封壳上的压印,能够“读”出里面是哪些“算子”,而且在必要时,还可以打开密封,计算实际的“算子”来证实数目。

经过几千年之后,一些聪明人觉得,为了传送简单的数目这样大费周章,实在没有必要,何不就用小片的软陶土,在表面印上





“算子”的形状之后再烤干呢？由此就产生出源自古代苏美尔的最古老的泥板。

苏美尔是一个王国，范围包括现在伊拉克的南半部地区，其中有乌尔、拉尔萨、乌鲁克、埃利都等古城，西亚的文字就诞生于此。这一片涵盖底格里斯河与幼发拉底河的富裕农田平原，统治权不断在那几个古城间移转，而有记载的历史就在这个平原上出现。我们现在知道，文字最早出现在西亚，用于登记财产与买卖记账等事务上。

从苏美尔各城找到的最古老泥板上（年代在公元前3100年之前），我们可以看到“算子”的压印，代表各种数目，另外还有一些货品的图画或象形符号，譬如牲口和一斗斗的五谷等，这些是最早的文字原型。文字诞生与数目的记载及数字的使用，竟如此紧密相连，这对往后的发展有重大影响。不久，代名词的符号（用以辨识货品的主人）也出现了，接着又发明了动词来表示行为。到了公元前3100年前后，苏美尔人已经能够用完整的文字去记载历史，他们用楔形文字把历史写在大块的泥画板上，而随着文字的发展，数学也成长起来了。

现有的证据指出，数字在最早使用时，是当做形容词，来形容不同的集合。在许多原始语言中，各种代表数目的字伴随着不同的物件对象，我们如今仍然可以从英语中看到这种制度的残迹：譬如说“a brace of oxen”（一对牛）、“a pair of gloves”（一双手套）。在原始社会里，代表数目的字也常常用在不同的对象上，例如斐济岛的原住民用“bola”这个字表示10艘船，而用“koro”表示10颗椰子。数的本身不被当做是一样东西，只是用来附在一堆具体的物件上。所以，没有一堆需要计数的实物，数就不可能存在。

舒孟特贝瑟勒把计数的发展分成三个时期：首先是一一对一的计数，在这阶段我们是数手指来计数；再者是实物计数，这时我们

