

中外科学家发明家丛书

希尔伯特



55

RB

中国国际广播出版社

44.655
44.655
XRB
东53B-7.

中外科学家发明家丛书

希尔伯特

刘智恒 编著

目 录

- | | |
|----------------|------|
| 一、少年时代 | (1) |
| 二、良师益友 | (5) |
| 三、从博士到讲师 | (9) |
| 四、果尔丹问题 | (13) |
| 五、转变 | (16) |
| 六、哥廷根的教授 | (20) |
| 七、新世纪 | (25) |
| 八、众望所归 | (28) |

九、物理学家	(33)
十、晚年	(39)

大卫·希尔伯特（公元 1862—1943）是上世纪末、本世纪初真正伟大的数学家之一。作为一个数学思想家，他精力充沛，眼光深远，富于创造；他始终深深地埋头于他的工作，他把自己的一切都献给了他的科学事业。同时，他还多才多艺，兴趣广泛，这一切都使他成为了许多数学领域的开拓者。在作为一名数学家的同时，他还是最好的教师和领头人——他待人豁达开朗，诲人不倦，有一股不达目的绝不罢休的劲头。

“我们必须知道，我们必将知道。”是这位伟大的德国数学家毕生的乐观信念。他数学理论方面的伟大成就和他从事科学事业的那种感人的品格，一直深深地影响着数学科学的发展，直到今天也依然如此。

一、少年时代

公元 1861 年 1 月 23 日下午一点钟，奥托·希尔伯特和他的夫人玛丽亚的第一个孩子降生在靠近东普鲁士首府哥尼斯堡的韦洛。夫妇俩给这个孩子起了个名字叫大卫。

大卫和德国国家主义几乎是同时诞生的。他来到人间前几个月，已故普鲁士国王的兄弟到哥尼斯堡进行了一次传统的朝拜，在这座古老城堡的教堂里，他带上了普鲁士皇冠。

不久，俾斯麦被选中出任他的首相，并进行了欲将德国统一于普鲁士的战争。战争期间，大卫的父亲做了城市法官，全家也就随之搬到了城内。

大卫的母亲是位哥尼斯堡商人的女儿，她的名字叫玛丽亚·特里施，她可不是一个凡俗的女人，用德国人当时的说法，她可是“一个怪人”，因为作为一个女人，她不仅对哲学和天文学饶有兴趣，而且还醉心于素数。他之所以对素数饶有兴趣，是因为这些数与其他数相比，它们只能被自身和1整除。她对这些不凡的“第一等”的数的兴趣也遗传给了她的儿子——大卫·希尔伯特。

希尔伯特一家所居住的哥尼斯堡在一百多年前就被载入了数学史。这个城市位于普雷格尔河的两条支流之间，市内有七座颇具特色的大桥横跨普雷格尔河，其中有五座把河岸同河中的克内福弗岛相连接。这些桥的设置引出了一个著名的数学问题，这个问题涉及著名的拓扑学基础。1736年，欧拉发表了一篇图论论文《哥尼斯堡七桥问题》解答了这个问题。于是这个哥尼斯堡桥问题作为拓扑学与现代图论的发端而在数学史上变得很有名。

在克内福弗岛上还有哥尼斯堡最伟大的居民，哲学家伊曼努尔·康德的墓地，和哥尼斯堡所有的孩子一样，大卫的成长也深受康德言论的熏陶。每年4月22日康德诞辰纪念

日，大卫总是诚心诚意地陪着爱好哲学的母亲去瞻仰康德的半身像。

大卫的父亲给他的早期教诲，着重在于使他具有普鲁士的美德：准时、俭朴和讲信义；勤奋、遵纪和守法。父亲的这些教诲，一直是大卫·希尔伯特一生做人的准则。

大卫是希尔伯特家唯一的男孩，因此他的父母也就对他寄予了很高的期望，当他6岁的时候，有了一个妹妹，教名是伊丽萨。

在大卫8岁那年，普鲁士向法国宣战。没出几个月，胜利的捷报就传遍了东普鲁士的首都——法兰西皇帝已作了俘虏。在俾斯麦和他的军队准备包围巴黎的时候，大卫开始上学了，其实那时的孩子一般都是在6岁时上学，他之所以晚了两年大概是父母为了让他在家里多接受一些家教，他的母亲那时因病卧床，所以他的老师很可能就是他的母亲。

他先上了皇家腓特烈预科学校的初级部，学习为进入预科学校所必备的知识，因为如果他希望成为专家、牧师或大学教授的话，那就一定得上这类预科学校。学校的课程包括阅读和书写日耳曼语和罗马语，学习拼法和品词，分析简单的句子和一些重要的圣经的故事。当然还有初步的算术，即小的数的加、减、乘、除。

3年后的一天，俄籍犹太人闵可夫斯基为了躲避沙皇政

府的迫害而搬到了哥尼斯堡定居，和希尔伯特家只隔一道普累格尔河。闵可夫斯基家的三兄弟的才华都很出众，其中老三赫尔曼的数学才能尤为突出。有一堂课，老师因把一个数学问题理解错了而被“挂了黑板”，学生们异口同声地叫道：“闵可夫斯基，去帮帮忙。”与赫尔曼相比，希尔伯特小时候却从未被任何人注目过，按他自己的说法：“小时候是个笨孩子”。

希尔伯特求学的腓特烈预科学校，在哥尼斯堡是一所名牌学校，康德也毕业于此。可是它的课程设置却是因循守旧，大部分课程非要死记硬背，数学课的份量不多，其他自然科学课根本不学。这对于希尔伯特来说实在是莫大的不幸，因为他的记忆力很差，理解概念的反应也极慢，然而他十分勤奋，每当要理解一件事情时，非得通过自己的消化，彻底弄清楚不可。所以希尔伯特家族的一个成员在许多年后回忆他说：“全家人都认为他的脑子有点怪，家里没有一个人真正了解他。她的母亲要帮他完成作文，可是他能给老师讲解数学问题”。

的确，希尔伯特已经找到了一门非常适合他的心意又能给他带来无穷乐趣的课程。正如他后来所说的，数学最合他的口胃，因为它容易，不费力，数学用不着死记硬背，他总是能自己重新推导出结果。不过，他知道，除非他先取得预

科学校的毕业文凭，否则按规定是不能上大学和研究数学，从而成为数学家的。于是他眼下只好放松一下自己最喜欢的课目，而集中精力通过拉丁语和希腊语的考试。

1897年9月，预科学校的最后一学期，大卫从腓特烈预科学校转到了威利预科学校，后者很注重数学，这使他十分高兴，老师看出了他的数学天赋，给予了他悉心的辅导。他的成绩进步了——包括德语、拉丁语、希腊语、神学和物理学在内的几乎所有课程都得了“优等”；数学更好，得了最高分“特等”。在获取文凭的毕业考试中，他因笔试成绩极佳而被免去了口试，他的毕业证书背面的品行评语写着：他的勤奋“堪称模范”，“对科学有浓厚的兴趣”，“他对数学表现出了极强烈的兴趣，而且理解深刻；他能用极好的方法掌握老师讲授的课程，并能正确地、灵活地应用它们”。

二、良师益友

希尔伯特很幸运。他的家乡虽然远离柏林这个文化中心，但那里的哥尼斯堡大学是一所具有优良科学传统的大学。高斯时代欧洲仅次于高斯的数学家雅可比就曾执教于此。

1880年秋，希尔伯特一上大学就发现大学的生活和预

科学学校的严格校规有着天壤之别，简直是要多自由就有多自由：教授们想教什么课就教什么课，学生们想学什么就选什么课上，这里不规定最少必修课的数目，不点名，平时也不考试，直到为取得学位才考一次。意想不到的自由使许多学生把大学第一年的时间全花到了饮酒和斗剑上——这些是学生互助会的传统活动。不过，这对于 18 岁的希尔伯特来说，这种自由却为他提供了专心攻读数学的良好条件。在他心目中，对他将来的职业从没有过丝毫动摇。他父亲虽然坚持让他学习法律，可他却不顾父亲的反对报名学了数学。

当时经过 19 世纪前半叶的发展，数学这株枝叶繁茂的大树，在一些前辈数学家的精心修剪下已经形整貌美。在大学的第一学期，希尔伯特听了积分学、矩阵论和曲面的曲率论三门课，根据惯例，学生在第二学期可以转到另一所大学听讲，他选择了海德尔堡大学。在海德尔堡，希尔伯特选听了著名的拉撒路·富克斯的课，这位先生的课别具一格——他课前不大做准备，课堂上习惯于把自己置于险境：对要讲的内容现想现推，好让学生得到瞧一瞧数学思维的实际过程的一个机会。这种“现想现推”式的数学成了希尔伯特终生难于忘怀的教益。

接下去的一学期，本来允许希尔伯特再转往柏林听课，但他深深地依恋着他出生的家乡，于是他毅然返回了哥尼斯

堡大学。1882年春季，当他再次决定留在家乡的大学的时候，年仅17岁的赫尔曼·闵可夫斯基已在柏林学习了三个学期后回到了哥尼斯堡。

年轻的闵可夫斯基当时胸怀壮志，完全沉浸在一项很深的研究之中，他希望以此赢得巴黎科学院的数学科学大奖。那年巴黎科学院出榜征解的题目是：将一个数表示成5个平方数之和。闵可夫斯基的研究结果大大超过了原问题。科学院接收答案的截止日期到了，按照竞赛的要求，文章非译成法文不可，而闵可夫斯基的文章却来不及译成法文了。事已如此，他还是决定投稿应征。在最后一刻，他听从了大哥麦克斯的建议，在文章开头写了一个短短的附注。他在附注中解释道：因为数学问题本身强烈地吸引着他，致使他疏忽了竞赛规则；他并表示希望，科学院不会以为“假如我少给了些什么，实际我给出了更多的东西。”

1883年春，比赛揭晓后，刚满18岁的闵可夫斯基果然同英国著名的数学家亨利·史密斯共享了这份大奖。此情此景，希尔伯特看在眼里，喜在心头。他不顾父亲的反对，很快和这个与自己家庭背景不同的年青人成了朋友。希尔伯特比闵可夫斯基大3岁，两个人的性格在许多方面极不相象。闵可夫斯基十分腼腆、略有些口吃。这使他与任何一个学数学的同学很难在第一年里就建立起亲密的友谊。但是他们两

个人的心是相通的，他们都深深地爱数学，而且都怀有一种深沉的乐观主义。尽管当时许多人对一般的科学抱有极度悲观的看法，认为某些问题无论如何是无法解答的。但是希尔伯特和闵可夫斯基却早已确信“每一个确定的数学问题必定能得到一个准确的答案：或者给所提问题以实际的肯定回答；或者证明问题是不可解的，因为所有企图证明它成立的努力必然失败。”

1884年春天，年仅25岁的阿道夫·赫维茨从哥廷根到哥尼斯堡任副教授，他像闵可夫斯基一样，也享有数学天资早熟的盛名：在预科学校上学时，他的老师汉尼巴尔·舒伯特十分欣赏他的数学才能，所以常在星期天专门向赫维茨传授自己擅长的学问——后来人们称之为“舒伯特演算”。在舒伯特的鼓励下，赫维茨的父亲从朋友那借来钱供儿子继续上学。后来赫维茨在非力克斯·克莱因的门下获得了博士学位。

希尔伯特发现新老师的外表“谦恭、朴实”，而“他那双闪耀着智慧和快意的眼睛，就像是他精神的映照”。希尔伯特和闵可夫斯基很快就与赫维茨建立了密切的关系。每天下午“准五点”，三个人必定相会“去苹果树”下散步。这种学习方法对希尔伯特来说，要比钻在昏暗的教室或图书馆啃书本好了不知多少倍。

日复一日的“散步”中，他们全都埋头于讨论当前数学

的实际问题，他们之间相互交换对问题新近获得的研究体会，交流彼此的想法和研究计划，他们以这种最悠然有趣的学习方式，考察着数学世界中的各个王国。赫维茨有着广泛“坚实的基础知识，又经过很好的整理，”所以他是理所当然的领头人，并使其他两位心悦诚服。从那时起，他们之间就结下了终身的友谊。

亚历山大曾对人报怨说：“父王将会征服一切，再没有什么留给我们去攻克。”但是，希尔伯特他们没有亚历山大的担忧，因为：

数学这个世界是无穷无尽的。

三、从博士到讲师

希尔伯特在大学度过了整整八个学期，走完了取得博士学位的必经之路，他开始考虑该选什么题目来做他的学位论文。起初，他想研究他喜欢的连分数的一种推广，但他的博士论文导师林德曼告诉他：很不幸雅可比早就得到了这种推广。林德曼建议他做个代数不变量理论中的问题，因为这个题目的难度对志愿投考博士学位的人来说是恰到好处，既难而又有希望解决。这个题目当时非常热门，希尔伯特在研究中选择了一条和一般人相信能引出结果的办法完全不同的道

路。他的创造才能充分显示出他那别出心裁的证明道路。漂亮的工作成绩，使林德曼教授感到相当满意。

希尔伯特没有忘记将论文的抄件用快件寄给闵可夫斯基。他的父亲新近去世，此时他正在威斯巴登陪伴他的母亲。闵可夫斯基以极大的兴趣研读了他的论文，并在回信中高度赞扬了他的伙伴。

1884年12月11日，希尔伯特通过了口试，等待着他的最后考验是1885年2月7日，将在大学里最庄严的大厅里举行公开的晋级典礼仪式。届时，他必须面对两名正式指定的“对手”的质疑。

希尔伯特选来答辩的两个命题横跨了整个数学领地：第一个是关于用实验确定绝对电磁电阻的方法；第二个涉及到哲学。他以富有说服力的论证结束了答辩，获得了哲学博士学位。现在，希尔伯特已经迈出了他科学生涯的第一步，但仅仅是个哲学博士是没有资格给学生们讲课的，为了取得讲课资格，年轻的博士还得通过一种国家考试。

1885年5月，希尔伯特通过了考试。同年夏天，闵可夫斯基回到哥尼斯堡，取得了博士学位，紧接着他就参军服役去了。在大学晋级仪式上，闵可夫斯基的正式“对手”之一就是希尔伯特。

没有被召服兵役的希尔伯特为了弥补居住在小城市的不

足，想去作一次学习旅行，赫维茨极力主张他去莱比锡找菲力克斯·克莱因。

当年克莱因虽然刚刚 36 岁，却已是数学界的一位传奇人物。他 23 岁时，在埃尔兰根当上了正教授。在就职典礼上，他发表了数学史上称作埃尔兰根纲领的演讲——他大胆地建议，把许多不同的看起来毫无干系的几何，在群的概念下加以统一和分类。

希尔伯特选听了克莱因的课，还参加了一个讨论班。这些活动给他留下了深刻的印象。克莱因也很器重希尔伯特——他仔细地保存了希尔伯特在讨论班上提出的报告。他后来还说过：“一听希尔伯特的报告，我就知道他是一个数学方面的后起之秀。”

在莱比锡，相当多的人跟希尔伯特一样对不变量理论感兴趣。在这里，希尔伯特很快成了莱比锡数学界内的一员，他结交了几位年轻的数学家——乔治·皮克、爱德华·斯塔迪。本来克莱因特效力促斯塔迪和希尔伯特两位到南方的埃尔兰根去访问他的朋友保尔·果尔丹——当时公认的“不变量之王”。但由于某种原因，大概是希尔伯特不喜欢斯塔迪和他作伴，这趟远征并未成行。

1885 年 12 月初，希尔伯特第一篇关于不变量的文章经克莱因提交给了科学院。

克莱因自己年轻时曾和他的朋友索弗斯·李相伴去巴黎旅行。两个人都学得了有关群论的知识，这些知识在他们的学术生涯中已经发挥了重大作用，所以克莱因总是试图把每个有培养前途的德国青年数学家送往巴黎。因为赫维茨也支持克莱因的忠告，所以在1886年3月的时候，希尔伯特便踏上了去巴黎的旅途。

在巴黎，希尔伯特不得不和那位很难相处的斯塔迪协力合作这次由克莱因建立的数学访问。因为斯塔迪也是按照克莱因的劝告，先期到了那里。

希尔伯特一安顿下来，就给克莱因写信。这封信证明他对这位教授非常之敬重。他首先极细心地打了一份草稿，措词适当而优美，然后用罗马手写体大字精心书写了一遍，而那时候他给赫维茨写信仍旧用的是歌德体，他遵照克莱因的教诲，和斯塔迪一起先后拜访了庞加莱、约当、埃尔米特等数学家。

埃尔米特知道他的年轻客人最关心不变量的课题，他就把他们的注意力引导到这个理论中最著名的，但仍悬而未决的问题上——“果丹尔问题”。这使得埃尔米特成了这些法国科学家中对希尔伯特最有吸引力的一位。

希尔伯特在巴黎一心扑在数学上，从不作观光旅行。他在走访和听课之余，用漂亮的书法编辑并抄写了他为取得讲

师资格而写的论文，这件工作进展很顺利。6月底，在回哥尼斯堡的路上，希尔伯特特地到了哥廷根，向正在那里任教的克莱因汇报了在巴黎的情况。

1887年7月，希尔伯特在哥尼斯堡顺利通过了获得讲师资格的学术考试。他对自己决定留在较偏僻的哥尼斯堡任教感到满意和欣慰，因为他可以在这里与赫维茨每天去“散步”。

人的一生中，20岁到30岁是最富于科学创造力的黄金时期，对希尔伯特来说，人生差不多已经过了一半。

四、果尔丹问题

希尔伯特果断地决定，作为一名讲师，他所选择的课目除了教育学生，也要教育自己。跟许多讲师不同，他还决定不教重复的课，同时，在每天去苹果林散步的那段时间，他和赫维茨为他们自己确立了一个目标：“系统地勘查”数学。

第一学期，只有选听他的不变量理论课的学生的数目达到了学校规定的开课标准。第二学期，他讲授了第一学期想开设而没能开的课：行列式论和流体动力学。

1888年3月，他感到万事俱备，可以进行他期待已久的旅行了。他选好了旅行路线，使他能顺路访问21位杰出的数学家，其中有果尔丹、克莱因、许瓦尔茨、富克斯、赫

尔姆霍斯、克隆尼克等。当然，他首先要去拜会的是爱尔兰根的“不变量之王”——果尔丹。

一段时期以来，希尔伯特已经熟悉了果尔丹问题；现在，他终于听到了果尔丹本人的讲述。他似乎体验到了一种过去从未有过的新境界。这个问题唤起了他那几乎无法思议的完美想象力。

正如希尔伯特本人后来所列举的那样，一个重大的富有成效的数学问题应具备下述的每一个特点：

清晰性和易懂性（“因为清楚、易于理解的问题能吸引人的兴趣。而复杂的问题使人望而却步”）；

困难的（“这才能引诱我们去搞它”）而又不是完全无从下手解决的（“免得我们劳而无功”）；

意义重大（“在通向那隐藏着的真理的曲折路径上，它是一盏指路明灯”）。

果尔丹问题使他像着魔一般怎么也放不下手。在旅行访问结束之后，希尔伯特回到了哥尼斯堡，但他的思想却终日沉浸在这一问题中，甚至在他喜爱的舞会上也没有停止思考它。

9月6日，希尔伯特给哥廷根科学会的《通讯》寄去了一份短短的注记。在这篇注记中，他完全出人意料地开辟出一条全新的路径，表明如何用统一的方法对任意个变数的代数形式建立起果尔丹定理。这个轰动世间的关于不变量系有