



信号与线性系统

陈立万 主编



增值回报
电子教案



73.4/252
602

21 世纪高职高专规划教材系列

信号与线性系统

陈立万 主编



机械工业出版社

本书系统地讲解了信号与线性系统的基本理论与分析方法。全书共 7 个单元, 内容包括: 信号与系统概述、连续系统的时域分析、连续系统的频域分析、连续系统的复频域分析、离散系统的频域分析、离散系统的 Z 域变换、Matlab 在信号与系统中的应用。每单元都有例题、习题和思考题, 还配有实训内容。全书深入浅出, 条理清楚, 系统性强, 注意理论与实际相结合, 物理概念清晰, 适合高职高专的特点。

本书可作为高职高专通信类专业的教材, 也可供工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

信号与线性系统/陈立万主编. —北京: 机械工业出版社, 2006.7

(21 世纪高职高专规划教材系列)

ISBN 7-111-19184-6

I. 信... II. 陈... III. ①信号理论 - 高等学校: 技术学校 - 教材②
线性系统 - 高等学校: 技术学校 - 教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 051449 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划: 胡毓坚 责任编辑: 李馨馨 版式设计: 冉晓华 责任校对: 王欣

封面设计: 刘吉维 责任印制: 李妍

北京机工印刷厂印刷

2006 年 7 月第 1 版·第 1 次印刷

184mm × 260mm · 11 印张 · 265 千字

0 001—5 000 册

定价: 18.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68326294

编辑热线电话 (010) 88379739

封面无防伪标均为盗版

21 世纪高职高专 通信类专业规划教材编委会

主 任 周祥瑜
副 主 任 伍湘彬 张中洲 杨元挺 张黎明
安志鹏 俞 宁 董维佳 任德齐
委 员 (按姓氏笔画排序)
丁龙刚 冯国莉 余 周 杜志勇 张红兵
易 谷 周雪利 彭利标 陈立万 梁德厚
秘 书 长 胡毓坚
副 秘 书 长 陈 良

出版说明

为了贯彻国务院发〔2002〕16号文件《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》的精神，进一步落实《中华人民共和国职业教育法》和《中华人民共和国劳动法》，实施科教兴国战略，大力推进高等职业教育改革与发展，我们组织力量，对实现高等职业教育培养目标和保证基本教学规格的文化基础课程、专业技术基础课程和重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写。

本套教材内容涵盖了高职高专院校计算机类、电子信息类、通信类、自动化类、市场营销类专业的专业基础课、专业课以及选修课。其中，通信类专业规划教材由“21世纪高职高专通信类专业规划教材编委会”组织编写。该套教材从实际应用的角度出发，结合工程实际需要，为高职高专通信类的学生提供了学习通信技术基础和现代通信技术的教科书。

通信类专业规划教材的指导思想及编写原则如下：

1. 课程整合，精简课程

在充分调研IT行业对通信专业学生能力结构具体要求的基础上，根据高职高专培养高技能人才的定位，以社会实际需要为目标，加强基本知识、基础理论和基本技能的教学。同时，考虑理论对实践的指导性，以“必须够用”为原则，将通信类专业课程进行全面整合，精简课程，强调知识技能的直接应用。

2. 教材内容统一规划

规划教材从通信技术必须具备的基本知识和应掌握的基本技能出发，合理安排每一门课程的知识点、技能点。将从程控交换到基站建设、光纤通信、终端设备等专业技术，恰当衔接，避免不必要的课程重复。技术基础课突出“新”的教学法——一体化教学模块（单元）；专业基础与专业技能课突出“新”的知识、“新”的技术，力求与行业需要相适应。

3. 结合行业资格证书

课程设置、教材编写与通信行业紧密结合。参照通信行业职业资格证书的要求，结合专业应用，用深入浅出的物理概念来替代那些难理解的理论推导。

4. 注重实训环节

注重理论与技能技术的有机结合，注重实训环节，将技能培训贯穿于整套教材。将电子基础理论与通信专业技术紧密结合，让学生在理论指导下进行技术实践，学好专业技术。

5. 编写模式合理先进

教材具体编写模式借鉴国外职教先进经验，技术基础课以能力模块（单元）来设计，每一模块（单元）设教学目标、正文、应知测试、应会测试等环节，强调案例分析，并加强实训实验环节的考核，体现以能力为本位，以学生为中心的职教理念。

通信类专业规划教材以技能培养为主，技能的设定由各主编结合企业要求组织讨论决定。技术基础课程的教材分单元展开，专业基础课程及专业技能课程的教材突出先进实用技术，强化技能训练和可操作性，同时注意设备、实训环境的大众化。

本套教材可作为各类高职高专院校的教材，也可作为各类培训班的教材。

机械工业出版社

前 言

“信号与线性系统”是通信类专业的一门主干课程，该课程涉及到许多基本概念和基本分析方法（卷积法、傅里叶变换法、拉普拉斯变法、 Z 变换法及状态变量法），是每个学生必须熟练掌握的内容。通过本课程的学习，初步理解如何建立信号与线性系统的数学模型，如何求解响应，并对所得结果赋予物理解释。

本书根据高职高专通信类专业教学指导委员会“信号与线性系统教学基本要求”编写而成，本书在编写中主要考虑以下几方面：

(1) 对传统的内容精练叙述，通俗易懂，尽量避免繁难的数学推导和论证，力求物理概念清晰。

(2) 注意现代数学的概念与应用计算机处理及实训内容的紧密结合，使学生对信号系统的理论与处理方法有较全面、系统的了解。

(3) 每单元提出了应知应会要求，有内容小结，精选了适当的测试题，每节配有思考题，有助于加深学生对所学内容的理解，培养学生分析问题与解决问题的能力。本书附有部分试题答案供参考。

本书由教学经验丰富的多位老师共同编写而成。全书由陈立万担任主编并对全书进行统稿。各单元编写情况是：陈立万编写第1单元、第7单元及附录，张祥丽编写第2单元，谢辉编写第3单元和第4单元，王悦善编写第5单元和第6单元。本书编写过程中得到了陈良及赵威老师的大力支持和指导，在此表示衷心感谢。

限于编者水平，书中可能存在疏漏与差错，敬请读者批评指正。

为了配合本书教学，机械工业出版社为读者提供了电子教案，读者可在 www.cmpbook.com 上下载。

编 者

目 录

出版说明

前言

第 1 单元 信号与系统概述 1

- 1.1 绪论 1
- 1.2 信号 2
 - 1.2.1 信号的概念 2
 - 1.2.2 信号的描述与分类 3
 - 1.2.3 信号的基本运算及波形变换 5
- 1.3 系统 8
 - 1.3.1 系统的概念 8
 - 1.3.2 几种常用系统的特性 9
- 1.4 信号与系统分析概述 12
- 1.5 单元测试 13

第 2 单元 连续系统的时域分析 16

- 2.1 线性连续系统的描述及其响应 16
 - 2.1.1 系统的描述 16
 - 2.1.2 系统响应——微分方程的解 17
- 2.2 奇异函数 21
 - 2.2.1 奇异函数的时域描述 22
 - 2.2.2 冲激信号的特点及物理意义 24
- 2.3 冲激响应与阶跃响应 26
 - 2.3.1 阶跃响应 26
 - 2.3.2 冲激响应 27
- 2.4 卷积及其应用 30
 - 2.4.1 卷积的概念与性质 30
 - 2.4.2 卷积的计算 32
 - 2.4.3 系统的卷积分析 35
- 2.5 实训——系统时域响应的模拟解 36
- 2.6 单元测试 37

第 3 单元 连续系统的频域分析 39

- 3.1 信号的简谐波展开式 39
 - 3.1.1 傅里叶级数 39
 - 3.1.2 奇偶函数的傅里叶级数 41
 - 3.1.3 傅里叶级数的指数形式及

物理意义 43

- 3.2 信号的频谱分析 44
 - 3.2.1 周期信号的频谱 44
 - 3.2.2 非周期信号的频谱 45
- 3.3 傅里叶变换的性质 50
- 3.4 线性时不变 (LTI) 系统的频域分析 57
- 3.5 无失真传输与理想低通滤波器 59
 - 3.5.1 无失真传输 59
 - 3.5.2 理想低通滤波器 61
- 3.6 实训——周期信号的频谱分析 62
- 3.7 单元测试 63

第 4 单元 连续系统的复频域分析 66

- 4.1 拉普拉斯变换 66
 - 4.1.1 拉普拉斯变换的概念 66
 - 4.1.2 常用信号的拉普拉斯变换 69
- 4.2 拉普拉斯变换的性质 70
- 4.3 拉普拉斯反变换 75
 - 4.3.1 部分分式展开法 76
 - 4.3.2 围线积分法 (留数法) 81
- 4.4 线性时不变 LTI 系统的 S 域分析法 82
 - 4.4.1 微分方程的拉普拉斯变换解 82
 - 4.4.2 电路元件的 S 域模型 84
- 4.5 系统函数 87
 - 4.5.1 系统函数的概念 87
 - 4.5.2 系统的 S 域模型 88
- 4.6 连续时间系统的特性 90
 - 4.6.1 系统函数的零、极点 90
 - 4.6.2 系统的稳定性 90
 - 4.6.3 罗斯 - 霍尔维兹准则 91
- 4.7 实训——线性时不变 LTI 系统频率特性分析 92
- 4.8 单元测试 94

第 5 单元 离散系统的时域分析 97

- 5.1 离散时间信号 97

5.1.1 离散时间信号的概念	97	6.4.1 差分方程的 Z 域分析	133
5.1.2 连续时间信号的取样	97	6.4.2 离散系统的 Z 域模拟	135
5.1.3 离散时间信号的表示	99	6.5 离散系统的传递函数分析	136
5.1.4 序列间的基本运算	99	6.5.1 传递函数 $H(z)$	136
5.1.5 常用的离散时间序列	100	6.5.2 传递函数 $H(z)$ 的零、极点与时域特性 $h(k)$ 的关系	138
5.2 离散时间系统	102	6.6 离散系统的稳定性	139
5.2.1 线性时不变离散时间系统及其特性	102	6.7 数字滤波器的一般概念	140
5.2.2 离散时间系统的差分方程	103	6.7.1 数字滤波器的实现	140
5.2.3 离散系统的模拟	109	6.7.2 数字滤波器系统函数的确定	141
5.3 离散系统的零输入响应	110	6.8 单元测试	142
5.4 离散系统的零状态响应	113		
5.4.1 离散信号的卷积和	113	第 7 单元 Matlab 在信号与系统中的应用	144
5.4.2 单位序列响应 $h(k)$ 的求解	115	实训 1——矩阵及相关运算	144
5.4.3 卷积和求解零状态响应	117	实训 2——卷积与差分方程的求解运算	147
5.5 单元测试	118	实训 3——系统的时域响应分析	150
第 6 单元 离散系统的 Z 变换	120	实训 4——系统的频率响应分析(正弦稳态频率响应)	152
6.1 离散信号的 Z 变换	120	附录	154
6.1.1 Z 变换的定义	120	附录 A 部分测试题答案	154
6.1.2 Z 变换的收敛域	120	附录 B 常用信号的频谱函数	158
6.1.3 典型离散信号的 Z 变换	121	附录 C 常用周期信号的傅里叶系数表	160
6.1.4 Z 变换的性质	122	附录 D 常用信号的拉普拉斯变换	162
6.2 逆 Z 变换的计算	126	附录 E 卷积积分表	163
6.2.1 幂级数展开法	126	附录 F 常用序列单、双边 Z 变换表	163
6.2.2 部分分式展开法	127	参考文献	165
6.2.3 围线积分法	129		
6.3 拉普拉斯变换、傅里叶变换与 Z 变换的关系	131		
6.4 离散系统的 Z 域分析	133		

第 1 单元 信号与系统概述

应知应会要求：

- 理解信号与系统的定义、描述与分类。
- 掌握信号的变换与基本运算规律。
- 了解信号的函数与波形表示及不同系统的判别。
- 初步了解信号与系统的分析方法。

1.1 绪论

信号的概念和系统的概念是紧密相连的，系统是指由若干相互关联、互相作用的事物按一定规律组合而成的具有特定功能的整体，系统种类繁多，不同的系统具有不同的属性和规模。

近年来，人们在自然科学（如物理、化学等）以及工程、经济、社会等诸多领域中，广泛引用“系统”的概念、理论及分析方法。根据各学科的规律，建立相应的数学模型，研究各自的问题。例如通信系统是研究消息的传输，其一般模型如图 1-1 所示，发射机按一定规则将需要传输的消息变换为相应的信号（包括电信号、光信号等）经过适当的信道将信号传送到接收机，然后再由接收机将信号转换为声音、文字、图像等消息。而且系统的作用不同，其构成的复杂程度也不同，如，滤波器可看成是一个简单系统，而同步卫星和地面接收站就是个庞大的复合系统，它包括了保障卫星正常运行的各种子系统。控制系统是由测控、调节或控制各种参数的子系统构成。

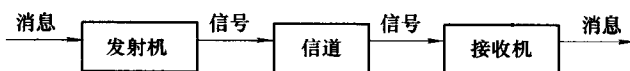


图 1-1 一般通信系统模型

在对系统的各种属性进行分析时，经常需要将具体系统抽象化，使其转化为理想模型。其中系统中运动变化的各种量（电压、电流等）统称为信号，因此，信号就是在系统中按一定规律运动、变化的物理量，如图 1-2 所示。从信号传输观点来看，信号通过系统后，由于系统的职能而使信号的时间特性和频率特性发生变化，从而产生新的信号，从系统响应的观点来看，系统在信号的激励下，必然将做出相应的反应，从而完成系统的职能。输入信号有时称为激励信号或驱动信号，

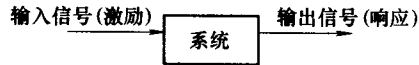


图 1-2 信号与系统

输出信号有时称为响应。抽象后的系统，物理含义更加清晰，并可建立相应的数学模型对系统进行定量分析，比如对于一个电子系统，其系统是电子电路，信号是电压或电流、电荷或磁通，信号用其函数 $f(t)$ 表示；对于黑白照相机系统，其系统是透镜，信号是二维面上的灰度，其信号用函数表示为 $f(x, y)$ 。若信号是一个独立变量的函数，称为一维信号，如信号是 n 个独立变量的函数，称为 n 维信号，本书只讨论一维信号。

信号理论和系统理论涉及的范围很广、内容多，信号理论包括信号分析、信号处理和信号综合，而系统理论包括系统分析和系统综合。一般而言，信号分析和系统分析是信号综合和系统综合的基础。信号分析主要讨论信号的表示、性质、变换等；系统分析主要研究在给定制的条件下，求解输入激励信号产生的输出响应，信号分析和系统分析关系紧密又各有侧重，前者侧重于信号的解析表示、性质、特征等，后者侧重于系统的特性、功能等。

通过对信号分析和系统分析的基本概念及基本分析方法的研究，为读者进一步学习和研究有关通信理论、控制理论、信号处理和信号检测理论等打下坚实基础。

本节思考题

请举出几个在不同应用领域中的系统例子。

1.2 信号

1.2.1 信号的概念

人类的社会活动离不开传递消息，公元前七百余年，我们的祖先利用烽火传递警报，到现代则用电话、电报、广播、电视卫星等传递消息，其目的都是要把某些消息借一定形式的信号传递出去，给对方以信息。

在通信理论中，经常会遇到信息、消息和信号这3个既有联系又有区别的名词，下面将它们的定义作如下比较。

信息：信息自古就有，但人们对信息还没有一个全面的、系统的、准确的、一致的定义，不同的学科、不同的角度、不同的方面、不同的层次、不同的深度，对信息的定义也不相同。最广义的信息定义是事物运动的状态和状态改变的方式，它是消息的内核或内容。人们通过对周围事物的观察中获取信息。

消息：消息包含有信息的语言、文字和图像等，是信息的外壳，如我们每天从广播节目、报纸和电视节目中获得各种新闻及其他消息，在通信中，消息是指担负着传送信息任务的单个符号或符号序列，这些符号包括字母、文字、数字和语言等。单符号消息的情况，例如用 X_1 表示晴天， X_2 表示阴天， X_3 表示雨天；符号序列消息的情况，例如“今天是雨天”这一消息由5个汉字构成，可见消息是具体的，它载荷信息，但它不是物理性的。

信号：信号是消息的物理体现，为了在信道上传输消息，就必须把消息加载（调制）到具有某种物理特征的信号上去。信号是信息的载荷子或载体，是物理性的，如电信号、光信号等。

在通信技术中，信息的传送一般都不是直接的，它必须借助于一定形式的信号（光信号、声信号、电信号等）才能远距离快速传输和进行各种处理。信号是消息的表现形式，它是通信传输的客观对象；而消息则是信号的具体内容，它蕴藏在信号之中。

信号的特性可以从两个方面来描述，即时间特性和频率特性。对于时间特性，可以用时间 t 的函数表示，亦可用波形表示，主要包括信号出现的时间先后、持续时间长短、重复周期的大小及随时间变化的快慢等。另一方面，任意信号在一定条件下总可以分解为许多不同频率的正弦分量，即具有一定的频率成分，因而表现为一定的频率特性，如含有大小不同的频率分量，主要频率分量占有不同的范围等。信号的时间特性和频率特性有着对应关系，不同的时间特性将导致不同频率特性的出现。

1.2.2 信号的描述与分类

广义地说, 信号是随时间变化的某种物理量, 可表示为时间函数 $f(t)$ (或序列 $f(k)$), 该函数的图像为信号的波形。我们可以在时间—幅度坐标系中画出信号的时域波形、用以表现信号的时间特性。在讨论信号的有关问题时, “信号”与“函数(或序列)”两个词常互相通用。

对于各种信号, 可以从以下不同的角度进行分类。

1. 确定信号和随机信号

按时间函数的确定性划分, 信号可分为确定信号和随机信号两类。

确定信号是一个可以表示为确定的时间函数的信号, 当给定某一时刻值时, 信号有确定的值, 如正弦信号, 周期脉冲信号等。随机信号不是一个确定时间函数, 通常只知道它取某一数值的概率, 因此凡是具有“不确定性”或“不可预知性”的信号, 即具有随机性的信号称为随机信号, 如噪声信号等。

实际传输的信号几乎都存在着某些“不确定性”或“不可知性”, 如通信系统中传输的信号, 接收者在收到所传送的消息之前, 对信息源所发出的消息是不知道的, 否则, 接收者就不可能由它得知任何新的消息, 通信也就失去了意义。此外, 信号在传输过程中难免受各种干扰和噪声的影响, 将使信号失真(畸变), 而这些干扰和噪声的情况总是不可能完全知道的, 所以一般的通信信号都是随机信号。研究随机信号要用概率、统计的观点和方法, 虽然如此, 研究确定信号仍是十分重要的, 因为在一定条件下, 随机信号也表现出某些确定性。通常把在较长时间内比较确定的随机信号近似地看成确定信号, 使分析简化, 适于工程上的应用, 而且也是研究随机信号的重要基础。对随机信号的分析是后续课程的任务, 本书只讨论确定信号。

2. 连续信号和离散信号

按时间取值的连续性特点划分, 确定信号可分为连续时间信号和离散时间信号。连续信号是指在所研究的时间内, 对任意时刻除若干个不连续点外都有定义的信号, 这里“连续”是指函数中的时间取值是连续的, 而信号的值域可连续, 也可不连续, 常用 $f(t)$ 表示。如信号 $f_1(t) = 5\sin\pi t$, 其波形如图 1-3a 所示, 对信号 $f_1(t)$ 在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 和值域 $[-5, +5]$ 上都是连续的, 而信号 $f_2(t)$ 如下:

$$f_2(t) = \begin{cases} 0 & t < -1 \\ 1 & -1 < t < 1 \\ -1 & 1 < t < 3 \\ 0 & t > 3 \end{cases} \quad (1-1)$$

其波形如图 1-3b 所示, $f_2(t)$ 在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 上是连续的, 但其函数值只取 -1、0、1 三个离散的数值, 且信号 $f_2(t)$ 在 $t = -1$ 、 $t = 1$ 和 $t = 3$ 处有间断点, 如式 (1-1) 所示, 为了使函数的定义更加完整, 此处规定, 若函数 $f(t)$ 在 $t = t_0$ 处有间断点, 则函数在该点的值等于其左极限 $f(t_{0-})$ 与右极限 $f(t_{0+})$ 之和的 $\frac{1}{2}$, 即

$$f(t_0) = \frac{1}{2} (f(t_{0+}) + f(t_{0-})) \quad (1-2)$$

式中, $f(t_{0-}) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} f(t_0 - \epsilon)$, $f(t_{0+}) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} f(t_0 + \epsilon)$, 这样信号在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 均有

确定的函数值。

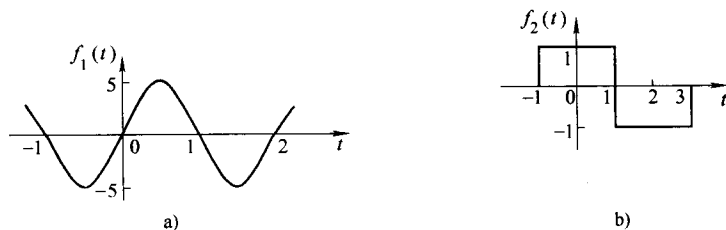


图 1-3 连续时间信号

离散时间信号是指只有在某些不连续的时刻有定义，而在其他时刻没有定义的信号。通常用 $f(t_k)$ 或 $f(kT)$ (简写 $f(k)$) 表示，如图 1-4 所示，图中信号 $f(k)$ 只在离散时刻 $k = -1, 0, 1, 2$ 才给出 1、0、0、-1 函数值，这样的离散信号也常称为序列。

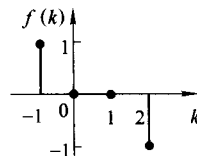


图 1-4 离散时间信号

3. 模拟信号与数字信号

模拟信号是指模拟真实世界物理量的信号，例如模拟语音或者图像各点的亮度变化，以及模拟温度或压力变化等信号，其特点是：它们在上时间上都是连续地变化，数值上可以取一定范围内的任意值。因此，模拟信号可认为是具有实际意义的连续信号，在实际电路中，模拟信号与连续信号不加区别地可视为同一概念。

数字信号是指在时间和数值上都是离散的信号（不连续的信号），它们的变化总是发生在一系列离散的瞬间，而数值大小和每次的增减变化都是某个最小单位的整数倍，如人口统计或汽车产量统计等结果都是数字信号。通常在电路中，离散信号与数字信号不加区别，可视为同一概念。

4. 周期信号与非周期信号

信号按时间函数出现的周期性划分为周期信号与非周期信号。周期信号是指每隔一定时间 T 重复出现一次，且周而复始、无始无终的信号，可表示为

$$f(t) = f(t + nT) \quad (1-3)$$

式中， $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ； T 称为信号的周期，只要给出此信号在任一周期内的变化过程，便可以知道它在任一时刻的函数值。如图 1-5 所示。

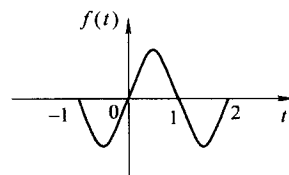


图 1-5 周期信号波形

非周期信号是指在时间上不具有周而复始特性的信号，也可认为非周期信号是 $T \rightarrow \infty$ 时的周期信号。

5. 能量信号与功率信号

信号按时间函数的可积性划分为能量信号与功率信号。

信号可看成是随时间变化的电压或电流，如信号 $f(t)$ 在 1Ω 电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$ ，则在时间区间 $(-\infty, +\infty)$ 所消耗的总能量为

$$E \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1-4)$$

其平均功率为

$$P \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1-5)$$

能量信号是指能量有限, (即 $0 < E < \infty$) 的信号, 因 E 有界, 所以当 $T \rightarrow \infty$ 时, $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E}{2T} = 0$, 表明能量信号平均功率为零。如单个矩形脉冲信号为能量信号, 其平均功率为零, 只能从能量的角度去考察。

功率信号是指功率有界 (即 $0 < P < \infty$) 的信号, 因 P 有界, 故当 $T \rightarrow \infty$ 时, $E = \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \cdot P = \infty$, 表明功率信号能量无界。如: 周期信号, 阶跃信号是功率信号, 它们的能量为无限, 只能从功率角度去考虑。

1.2.3 信号的基本运算及波形变换

在系统分析中, 常遇到信号 (连续的或离散的信号) 的某些基本运算, 如加法、乘法、平移、反转和尺度变换等。

1. 加法和乘法

信号 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 相加或相乘 (瞬时和或积) 是指同一瞬时两信号之值对应相加或相乘所构成的“和信号”或“积信号”, 即

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) \quad (1-6)$$

$$f(t) = f_1(t) \cdot f_2(t) \quad (1-7)$$

信号相加与相乘运算可以通过信号的波形或信号的表达式进行。

【例 1-1】 信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的波形图如图 1-6a、b 所示, 试求 $f_1(t) + f_2(t)$ 和 $f_1(t) \cdot f_2(t)$ 的波形, 并写出表达式。

解: $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的表达式为:

$$f_1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & 0 < t < 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases}$$

$$f_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & 0 < t < 1 \\ 1 & t > 1 \end{cases}$$

$$\text{其和为: } f_1(t) + f_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t+1 & 0 < t < 1 \\ 1 & t > 1 \end{cases}$$

$$\text{其积为: } f_1(t) \cdot f_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & 0 < t < 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases}$$

由此可得它们的波形图分别如图 1-6c、d 所示。

在本例也可由图 1-6a 和 b 画出 $f_1(t) + f_2(t)$ 和 $f_1(t) \cdot f_2(t)$ 的波形图, 然后写出它们的表达式, 所得结果是相同的。

2. 数乘(标乘)

信号 $f_1(t)$ 和一个常数 a 相乘的积, 即 $f(t) = af_1(t)$ (1-8)

3. 信号的导数和积分

信号 $f(t)$ 的导数是指 $\frac{df(t)}{dt}$ 或记作 $f'(t)$, 它表示信号值随时间变化的变化率, 当

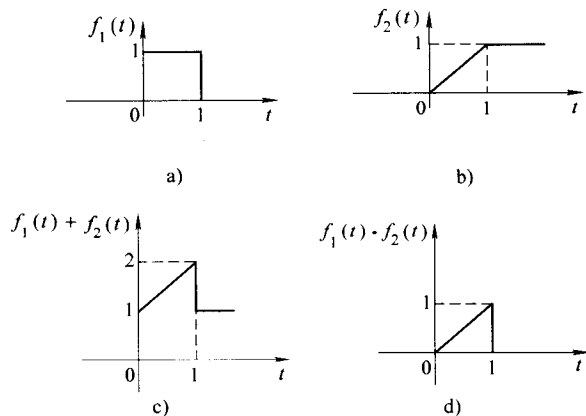


图 1-6 相加和相乘

$f(t)$ 含有不连续的点时, 由于引入了冲激函数的概念, $f(t)$ 在这些不连续点上仍有导数, 即出现冲激, 其强度为原函数在该处的跳变量。

信号 $f(t)$ 的积分记作 $f^{-1}(t)$, $f^{-1}(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$ 为在任意时刻 t 的值为从 $-\infty$ 到 t 区间 $f(t)$ 与时间轴所包围的面积。

【例 1-2】 $f(t)$ 的波形如图 1-7a 所示, 画出它的导数和积分波形。

解: 信号的导数和积分的波形如图 1-7b、c 所示。

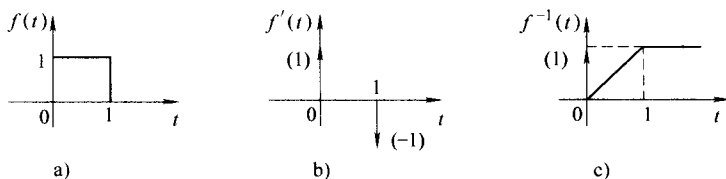


图 1-7 信号的导数和微分

$f(t)$ 在 $t=0$ 和 $t=1$ 处有不连续点, 故在 $t=0$ 和 $t=1$ 处, 它的导数出现冲激。在 $t=0$ 处, $f(t)$ 的跳变值为 1, 所以冲激强度为 1; 在 $t=1$ 处, $f(t)$ 的跳变值为 -1, 所以冲激是强度为 1 的负冲激 (关于冲激信号后面章节将介绍)。

4. 反转和平移。

将信号 $f(t)$ 中的自变量 t 换为 $-t$, 其几何含义是将信号 $f(t)$ 以纵坐标为轴反转 (或称反折), 如图 1-8 所示。

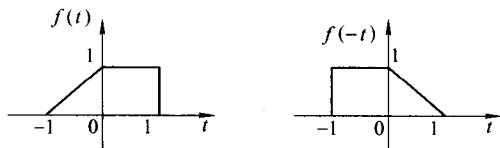


图 1-8 信号的反转

平移也称移位, 对于连续信号 $f(t)$, 若有常数 $t_0 > 0$, 延时信号 $f(t - t_0)$ 表示将原信号沿正 t 轴平移 t_0 时间, 而 $f(t + t_0)$ 是将原信号向负 t 轴方向移动 t_0 时间, 如图 1-9 所示 (其中 $t_0 = 3$)。

如果将平移与反转相结合, 就可得到信号 $f(-t \pm t_0)$ 。为画出这类信号的波形, 最好先平移 (将 $f(t)$ 平移为 $f(t \pm t_0)$) 再反转 (将变量 t 相应地换为 $-t$), 如图 1-10 所示。

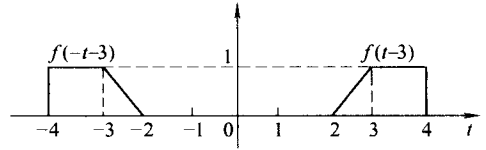
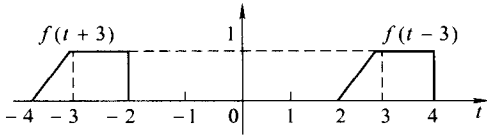
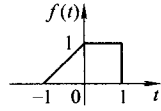
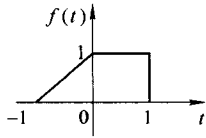


图 1-9 信号的平移

图 1-10 信号的平移并反转

5. 展缩(尺度变换)

以变量 at 代替 $f(t)$ 中的独立变量 t 可得 $f(at)$, 它是 $f(t)$ 沿时间轴展缩(尺度变换)而成的一个新的信号或波形, 信号 $f(at)$ 中, a 为常数, $|a| > 1$ 时表示 $f(t)$ 沿时间轴压缩成原来的 $\frac{1}{|a|}$ 倍; $|a| < 1$ 时表示 $f(t)$ 沿时间轴扩展为原来的 $\frac{1}{|a|}$ 倍, 如图 1-11 所示。

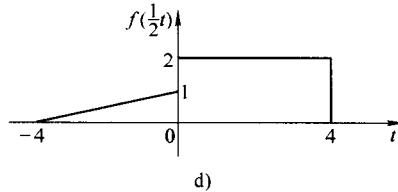
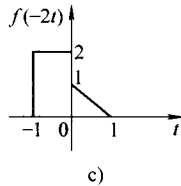
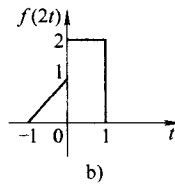
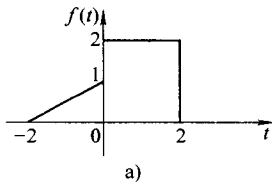


图 1-11 信号的展缩

6. 综合变换

以变量 $at + b$ 代替 $f(t)$ 中的独立变量 t , 可得一新的信号函数 $f(at + b)$, 当 $a > 0$ 时它是 $f(t)$ 沿时间轴展缩、平移后的信号波形; 当 $a < 0$ 它是 $f(t)$ 沿时间轴展缩平移和反转后的信号波形, 下面举例说明其变换过程。

【例 1-3】 信号 $f(t)$ 的波形如图 1-12a 所示, 画出 $f(-2t+2)$ 的波形。

解: 将信号 $f(t)$ 平移, 得 $f(t+2)$, 如图 1-12b 所示; 然后反转, 得 $f(-t+2)$, 如图 1-12c 所示; 再进行尺度变换, 得 $f(-2t+2)$, 其波形如图 1-12d 所示。

本节思考题

1. 明确随机信号与确定信号的概念有何实际意义?
2. 在示波器上观察到的图形是否为波形? 因此其横轴为图形的什么轴?

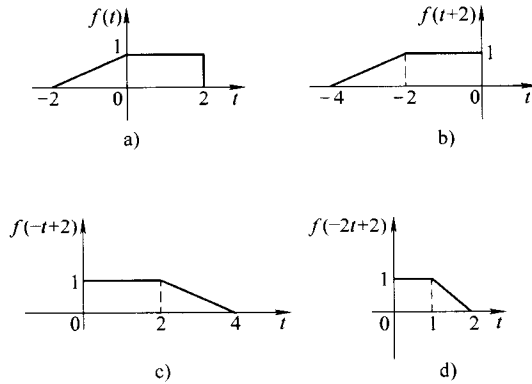


图 1-12 例 1-3

1.3 系统

1.3.1 系统的概念

一般来说系统是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体，如通信系统、自控系统、计算机网络系统、电力系统等。通常把施加于系统的作用称为系统的输入激励；而将要求系统完成的功能称为系统的输出响应；系统的数学模型是指系统物理特性的抽象，以数学表达式或具有理想特性的符号图形来表征系统的特性。单输入单输出系统可用图 1-13a 所示的方框表示，系统输出响应 $y(t)$ 是系统的初始状态 $q(t_0)$ 与输入激励 $f(t)$ 的函数，即

$$y(t) = F[q(t_0), f(t)] \quad t \geq 0 \quad (1-9)$$

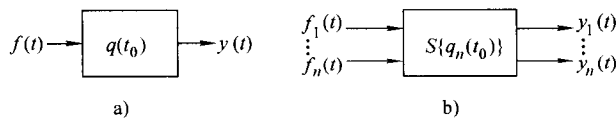


图 1-13 输入/输出系统框图

a) 单输入单输出系统框图 b) 多输入多输出系统框图

多输入多输出系统框图如图 1-13b 所示，系统响应 $y(t)$ 是这多个输入激励与多个初始状态的函数。即：

$$y(t) = F[q_1(t_0) \cdots q_n(t_0), f_1(t) \cdots f_n(t)] \quad (1-10)$$

图 1-13b 中 $f(t)$ 是输入信号， $y(t)$ 是输出信号，箭头表示信号的流向， $\{q_n(t_0)\}$ 是输入 $f(t)$ 作用于系统的初始时刻 t_0 系统具有的一组初始状态，其数目等于系统的阶数 n ， S 既是系统的符号，又是表征该项系统主要特征的某种运算。

描述连续系统的数学模型是微分方程，而描述离散系统的数学模型是差分方程。

系统模型的建立是有一定条件的，对于同一物理系统，在不同条件下可以得到不同形式的数学模型，另一方面，对于不同的物理系统，经过抽象和近似，可能得到形式上完全相同的数学模型。

【例 1-4】 由电阻、电容、电感组成的串联回路如图 1-14 所示，如将电源 $u_s(t)$ 看作激励，选电容两端电压 $u_c(t)$ 为响应。

解：由基尔霍夫电压定律 (KVL) 有

$$u_L(t) + u_R(t) + u_c(t) = u_s(t) \quad (1-11)$$

根据各元件端电压与电流的关系

$$i(t) = Cu_c'(t)$$

$$u_R(t) = Ri(t) = RCu_c'(t)$$

$$u_L(t) = Li'(t) = LCu_c''(t)$$

将它们代入到式 1-11 并稍加整理，得

$$u_c''(t) + \frac{R}{L}u_c'(t) + \frac{1}{LC}u_c(t) = \frac{1}{LC}u_s(t) \quad (1-12)$$

这个二阶线性微分方程，即为 RLC 串联电路的数学模型。

1.3.2 几种常用系统的特性

系统的分类比较复杂，下面介绍几种常用系统的特性。

1. 线性系统与非线性系统

线性系统是指具有线性特性的系统，所谓线性特性是指齐次性和叠加性，若系统输入增加 K 倍，输出也增加 K 倍，这就是齐次性；若有几个输入同时作用于系统，而系统总的输出等于每个输入单独作用所引起的输出之和，这就是叠加性。系统同时具有齐次性和叠加性便呈现线性特性。表示为：

若 $x_1(t) \rightarrow y_1(t)$

$x_2(t) \rightarrow y_2(t)$

则 $k_1x_1(t) + k_2x_2(t) \rightarrow k_1y_1(t) + k_2y_2(t) \quad (1-13)$

一个系统的输出不仅与输入有关，还与系统的初始状态有关，设具有初始状态的系统加入激励时的总响应为 $y(t)$ ，仅有激励而初始状态为零的响应为 $y_{2s}(t)$ ，称其为零状态响应；仅有初始状态而激励为零时的响应为 $y_{2i}(t)$ ，称其为零输入响应，若将系统的初始状态看成系统的另一种输入激励，根据系统的线性特性，其输出总响应必然是每个输入单独作用时相应输出的叠加。因此，一般线性系统必具有：

1) 分解性——即 $y(t) = y_{2s}(t) + y_{2i}(t) \quad (1-14)$

2) 零输入线性——当系统有多个初始状态时，零输入响应对每个初始状态呈线性。

3) 零状态线性——当系统有多个输入时零状态响应对每个输入呈线性。

凡不具备上述特性的系统则称为非线性系统。

【例 1-5】 试判断下列输出响应所对应的系统是否为线性系统？

(1) $y_1(t) = 2q_0(t) + 3 \int_0^t x(\tau) d\tau \quad t > 0$

(2) $y_2(t) = 2q_0(t) + 3x^2(t) \quad t > 0$

(3) $y_3(t) = 2q_0^2(t) + 3x(t) \quad t > 0$

(4) $y_4(t) = 2q_0^2(t) + \log x(t) \quad t > 0$

解：根据线性系统定义，系统 (1) 的零输入响应和零状态响应均具有线性特性，故为

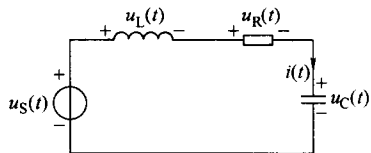


图 1-14 RLC 串联电路