只有掌握正确的解题方法 考试才能取得高分

NEW Sunshine

新阳光

数学

新课标 初中几何解题方法大全

主编：林光敏

北京出版社出版集团
北京教育出版社

只有掌握正确的解题方法 考试才能取得高分

NEW Sunshine

新阳光 数学

新课标

初中几何解题方法大全

主编：林光敏

北京出版社出版集团
北京教育出版社

前言

我们知道，“问题是数学的心脏”，这是众多数学家的切身体验，也是对数学发展规律的精炼阐释。通过解决数学问题，能加深对数学概念的理解，培养学生分析问题和解决问题的能力。俗话说：思从疑字始，法自欲字生。问题启迪方法，任务提示手段。教学实践表明，不少学生对学习几何感到困难，他们对从课本上学到的概念理解有困难，性质、定理不会灵活运用，只能机械地模仿，生搬硬套，遇到一些新问题，常常束手无策、一筹莫展。

数学家笛卡儿一针见血地指出：“没有正确的方法，即使是有眼睛的博学者也会像瞎子一样盲目摸索。”数学方法是数学的核心和灵魂，只有掌握了数学方法，才能在看似错综复杂的数学问题前从容不迫，得心应手。因此要提高学生的几何证题能力，必须在注重对几何概念、性质理解的同时，强化几何证题方法的学习与研究。学生通过课堂学习，已经有了比较明了的几何概念、几何性质，然而对这些概念性质在具体的题目中如何运用一知半解，如何找出头绪，抽丝剥茧，从而顺利解出题目，相信这会让许多学生扑朔迷离，应对起来不知所措。这正是缺乏数学方法的症结所在。为了帮助学生探索解题规律，掌握解题方法，笔者编写了这本《新课标初中几何解题方法大全》。

本书针对广大七至九年级学生编写。七至九年级学生可以根据学习进度，有选择地、循序渐进地学习。本书正是在新课程标准的框架下编写的，与课本同步，可以做同步辅导书使用。对九年级学生，本书亦可作为系统复习用书。九年级学生要面对即将到来的毕业考试，本书可帮助九年级学生摆脱重负，理清头绪，认准考点，把握规律，并获得

最有效的解题方法，节约时间，快速提高，夺取考分。

本书涵盖七至九年级的几何内容，包括线段、角、相交线、平行线、三角形、四边形、相似形、直角三角形、圆等的计算和证明。由浅入深，循序渐进。而后续章节的习题解法又涵盖到前面的内容，可以让学生在不知不觉中再次巩固前面已学习过的知识。

笔者对近几年来的中考几何题型做了深入的研究分析，进而针对各种题型提出最为简单、最为实用的解题方法与技巧。有的例题则是一题多解，从不同的角度思考，拓宽学生的解题思维。对于初中几何中的所有解题方法，如代数法、面积法、比例法、分析法、综合法等，均有详细解析。

由于任何一本有价值的参考书不仅要授学生以“鱼”，更应授学生以“渔”，因此本书采取各个击破的战略思想，同一类型的考点都归纳到一起进行训练，锻炼的是解题方法，培养的是数学思维能力、逻辑推理能力，提升的是创新意识和应用意识，发展的是数学实践能力。本书编写的框架是：先明确一个考点，再针对该考点给出例题，然后对例题进行分析、解答、点评，并且另辟蹊径，发散思维，最后通过配以针对训练，让学生有的放矢地加以巩固。这样就克服了许多辅导材料中存在的技巧与解题过程互不衔接的弊病，使书中给出的解题方法真正成为一种有用的工具和夺取高分的有力武器。练习所附答案以及解析更注重引导学生的做题思路和方法运用，以帮助学生吃透考点，深研技巧。

由于编写时间仓促，虽竭尽全力，但错误和不足之处在所难免，恳请广大读者指正。

目录

第一章 线段、角

第二章 相交线、平行线

第三章 三角形

第四章 四边形

第五章 相似形

第六章 解直角三角形

第七章 圆

第一章
线段、角

知识、方法、技能

线段、角是几何中最基本的图形,对几何图形有关概念的理解,掌握有关的性质(包括公理)是本单元的重点.

1 怎样数点、线段和角

如何数点的个数,依据题意作出图形即可数出点的个数. 图中有几条线段,归结于问题"一条线段上有若干个点,该线段上有多少条线段". 数法是以该线段左边第一点为端点,其余点为另一端点的线段的条数,然后再数出以左边第二个点为端点,以该点右边的点为另一端点的线段的条数,依此类推,直至数出最后一条线段为止,把这些条数相加即可.

关于射线、角的数法与点的数法类似.

例 1 同一平面内三条直线两两相交,交点一共有几个?

思路分析

计算点的个数,只要认真作出图形(满足题意),再数即可.

方法过程

解

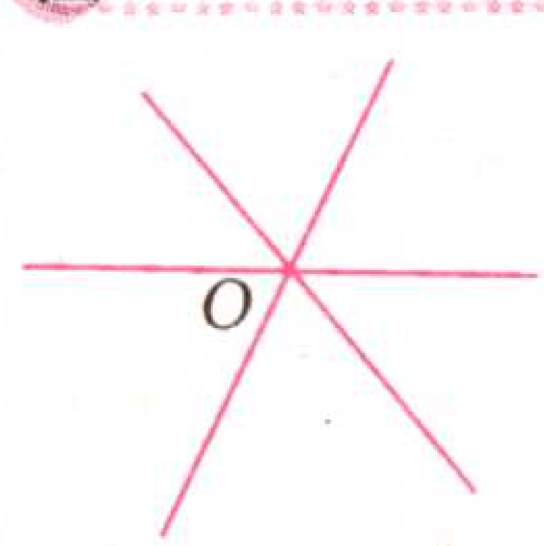

图 1-1

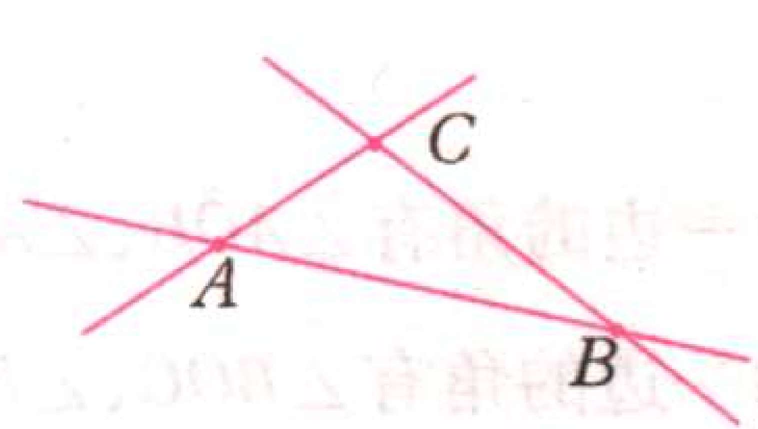

图 1-2

如图 1-1 及图 1-2,有 1 个或 3 个.

点拨指导

同一平面内三条直线两两相交，它可能交于同一点，也可能不交于同一点. 平时，我们常常注意到的是有三个交点的情况，而容易忽略三条直线交于一点的情况.

例 2 在一直线上有 A、B、C、D 四点，如图 1－3，图中共有几条线段？几条射线？

图 1－3

思路分析

先数出以 A 为端点的线段（射线）的条数，再数出以 B 为端点的线段（射线）的条数……然后相加.

方法过程

解 以 A 为端点的线段有 AB、AC、AD 共 3 条，以 B 为端点的线段有 BC、BD 共 2 条，以 C 为端点线段有 CD 共 1 条，所以共有 $3+2+1=6$ 条线段.

以 A 为端点的射线有 2 条（向左、向右各 1 条），同理，以 B、C、D 为端点的射线也各有 2 条，所以共有 $2+2+2+2=8$ 条射线.

点拨指导

图中线段 AB 与线段 BA 表示的是相同的线段，在数以 B 为端点的线段时，不能重数线段 BA；射线 AB、AC、AD 表示的是同一条射线，即在直线上任意取一点，只可向左、向右作两条射线.

例 3 说出图 1－4 中共有几个小于平角的角，并分别写出它们.

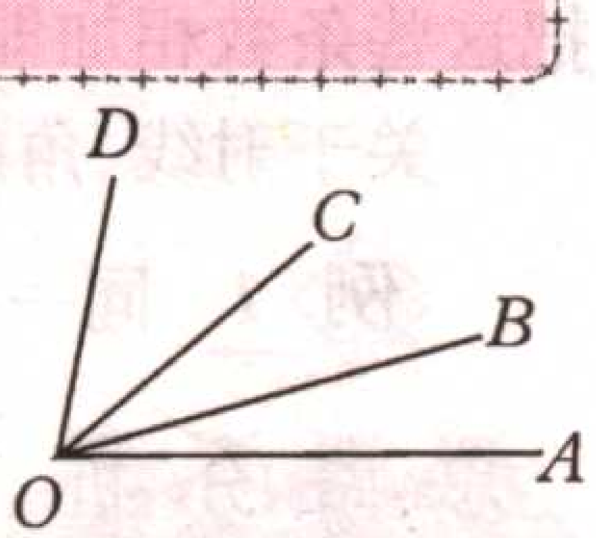

图 1－4

思路分析

以 O 为端点，每两条射线都可构成一个角. 为了不重不漏，可分别以 OA、OB、OC 为角的一边，计算角的个数，再相加.

方法过程

解 以 OA 为一边的角有 $\angle AOB$、$\angle AOC$、$\angle AOD$，

以 OB 为一边的角有 $\angle BOC$、$\angle BOD$，

以 OC 为一边的角有 $\angle COD$.

所以，图中共有 6 个角，它们是 $\angle AOB$、$\angle AOC$、$\angle AOD$、$\angle BOC$、$\angle BOD$、$\angle COD$.

点拨指导

计算点、线段、角等的个数，常常出现多数或少数（即重或漏）的现象，对较简单的图形，可用上述方法分别数出相加.

注意 注意表示方法不同实为相同图形的情况，如本例中$\angle AOB$与$\angle BOA$表示的是相同的角，不能重复数. 对于比较复杂的图，可将原图分解成若干个简单图形再数.

针对训练1

1. 同一平面内有3个点，过其中每2个点画直线，可以画多少条直线？

2. 在图1－5中共有几条线段？用字母表示各线段.

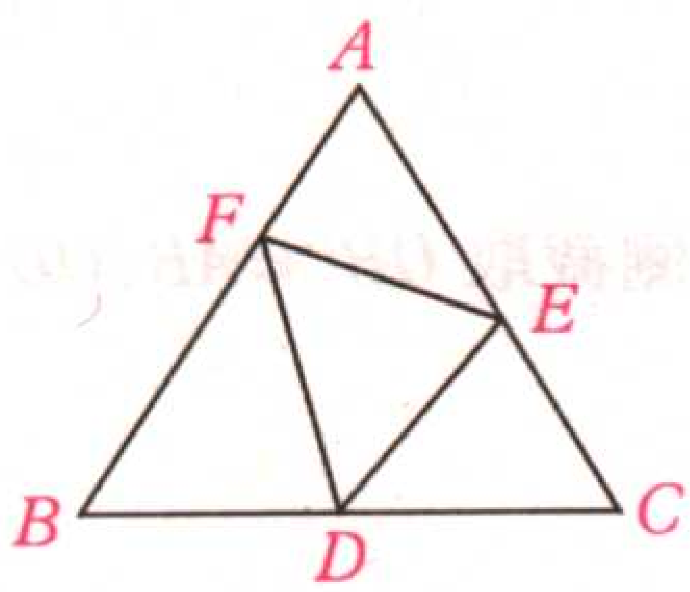

图1－5

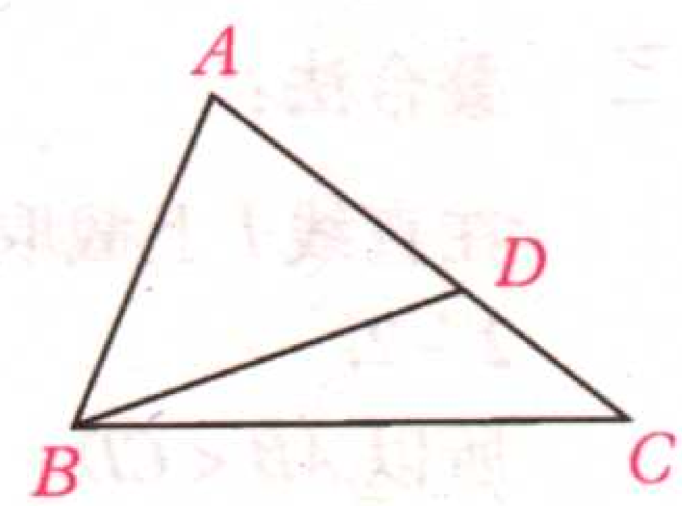

图1－6

3. 在图1－6中，共有多少个小于平角的角？

*4. 如图1－7，在线段AB上有n个点$C_1, C_2, \cdots, C_n$，共有多少条线段？在图1－8中，$\angle AOB$内有m条射线$OC_1, OC_2, \cdots, OC_m$，图中有多少个小于平角的角？

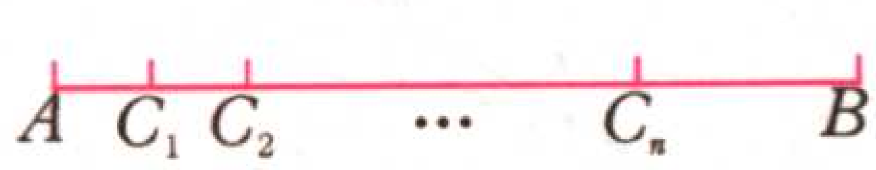

图1－7

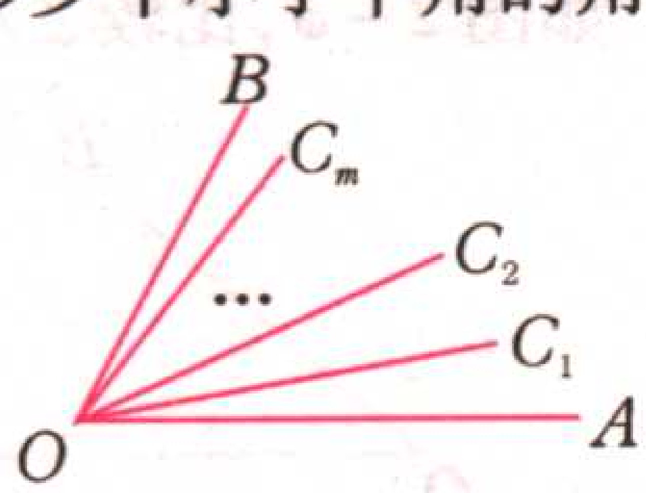

图1－8

2 怎样比较线段、角的大小

方法

要比较两条线段的大小可以用度量法：量出线段的长度，按照长度来比较它们的大小，线段的大小关系与它们长度的大小关系一样. 当两条线段长度相等时就说这两条线段相等. 另一种比较方法是叠合法：把要比较的两条线段（如线段AB、CD）移到

同一条直线上，使一个端点（A 和 C）重合，另一个端点落在直线上（A 和 C 的同侧），如果另一端点（B 和 D）重合，就知 $AB=CD$，若点 D 在线段 AB 上，则 $AB>CD$，反之 $AB<CD$.

比较两个角的大小与比较线段大小一样，也有度量法和叠合法，判别方法类似.

例 1 如图 2－1，试比较线段 AB、CD 的大小.

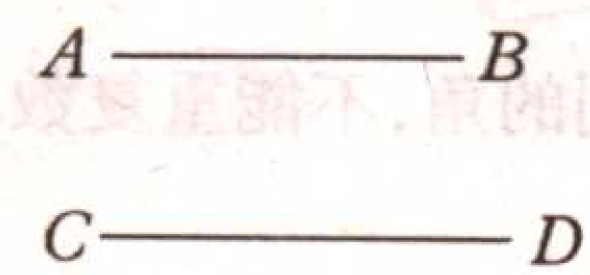

图 2－1

思路分析

可用刻度尺分别量出线段 AB、CD 的长度比较，也可用叠合法比较.

方法过程

解法一 度量法：

量得 $AB=1.4\text{ cm}$，　$CD=1.6\text{ cm}$，

$\therefore AB<CD$.

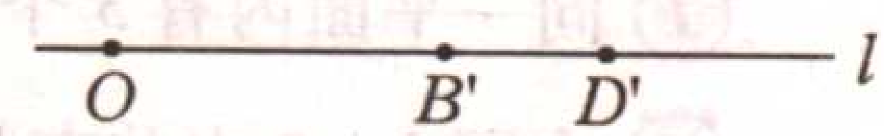

图 2－2

解法二 叠合法：

在直线 l 上截取一点 O，在 O 点右侧截取 $OB'=AB$，$OD'=CD$，如图 2－2.

所以 $AB<CD$.

点拨指导

用度量法时应注意单位要一致，在叠合法中可用圆规进行截取，从而可判断大小.

例 2 如图 2－3，比较 $\angle AOB$ 与 $\angle COD$ 的大小.

图 2－3

思路分析

用量角器分别测量两个角的度数，再比大小；也可叠合法比较大小.

方法过程

解法一 度量法：

用量角器量得 $\angle AOB=41°$，$\angle COD=32°$，

$\therefore \angle AOB>\angle COD$.

解法二　叠合法：

作射线 OE，在 OE 同一侧作 $\angle EOB' = \angle AOB$，$\angle EOD' = \angle COD$. 如图 2－4.

所以 $\angle AOB > \angle COD$.

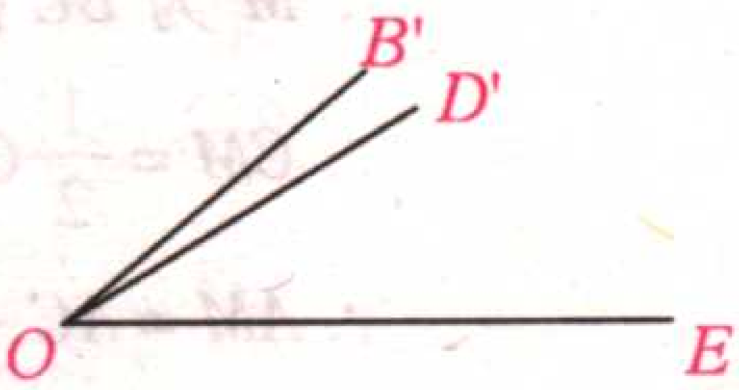

图 2－4

点拨指导

度量法和叠合法适用准确图的比较，度量时应强调单位一致，用叠合法时要注意同侧. 除以上方法外还可通过计算线段(角)的大小来比较.

针对训练 2

1 在图 2－5 中比较线段 AB、CD 的大小.

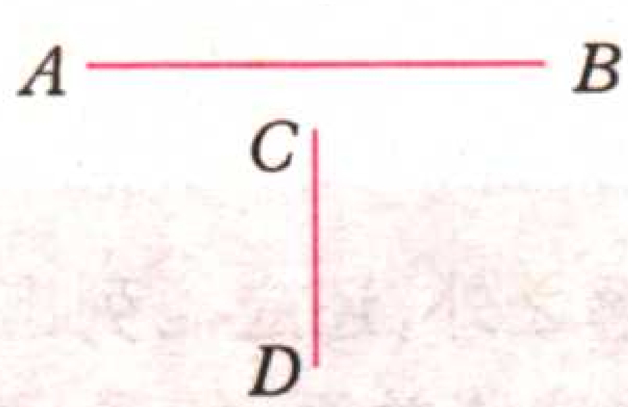

图 2－5

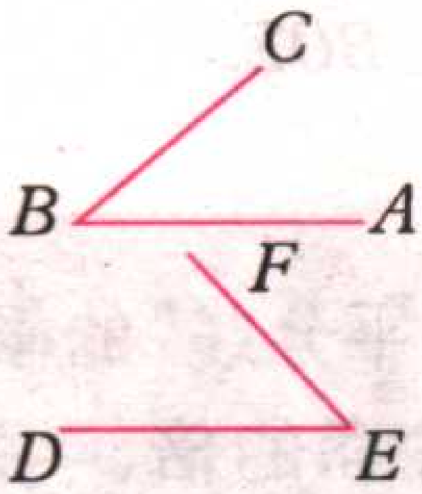

图 2－6

2 在图 2－6 中比较 $\angle ABC$ 和 $\angle DEF$ 的大小.

3 怎样求线段、角的大小

求线段、角大小的常用方法有：

(1) 利用线段、角的和、差、倍、分等关系直接求线段或角的大小.

(2) 通过列方程(组)来求线段、角的大小.

例 1　已知线段 $AB = 3$ cm，延长 BA 到 C，使 $AC = 5$ cm，BC 的中点为 M，求 AM 的长.

思路分析

根据题意，画出图形，延长 BA 到 C，不要画成延长 AB 到 C. 结合图形，寻找未知量 AM 与已知量之间的关系.

方法过程

解 如图3－1，

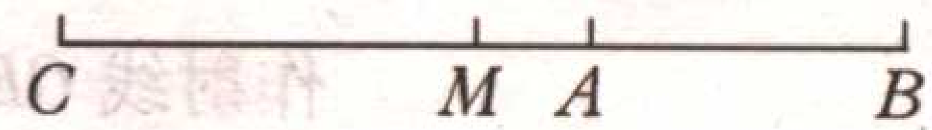

图 3－1

∵ M 为 BC 的中点，

$\therefore CM=\frac{1}{2}CB=\frac{1}{2}(CA+AB)=\frac{1}{2}(3+5)=4.$

$\therefore AM=AC-CM=5-4=1(\text{cm}).$

点拨指导

在计算时弄清所求线段与已知线段间的关系，如题中 $AM=AC-CM$，或 $AM=BM-AB$，而 AB、AC 为已知线段，可利用中点概念先求 CM 或 AM 的长.

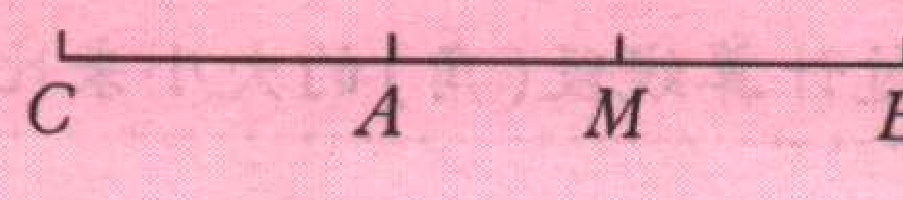

图 3－2

正确画图是正确解答的前提，本题若画成图 3－2，则可列出 $AM=MC-AC$ 或 $AM=AB-BM$，由此得到错解.

例 2 如图 3－3，点 O 在直线 AB 上，OD 平分 $\angle AOC$，OE 平分 $\angle BOC$，且 $\angle AOD=30°$，求 $\angle BOE$.

思路分析

关于"角的平分线"的概念，除了要正确理解之外，还应能列出角平分线平分一角得到的三个角的倍、半关系，并能熟练运用这些关系. 如题目有两条角平分线，由 OD 平分 $\angle AOC$，应有 $\angle AOD=\angle COD=\frac{1}{2}\angle AOC$. 同理，有 $\angle BOE=\angle EOC=\frac{1}{2}\angle BOC$. 每组关系式均包含三个等式，应选择使用，如题目中知 $\angle AOD=30°$，求 $\angle BOE$，且 $\angle AOC+\angle BOC$ 等于平角为已知，所以应选用 $\angle AOD=\frac{1}{2}\angle AOC$ 及 $\angle BOE=\frac{1}{2}\angle BOC$.

方法过程

解 ∵ OD 平分 $\angle AOC$，OE 平分 $\angle BOC$，

$\therefore \angle AOC=2\angle AOD,\ \angle BOE=\frac{1}{2}\angle BOC.$

又∵ $\angle AOD=30°$，

$\therefore \angle AOC=60°.$

$\because \angle BOC=180°-\angle AOC=120°$，

$\therefore \angle BOE=\frac{1}{2}\angle BOC=60°.$

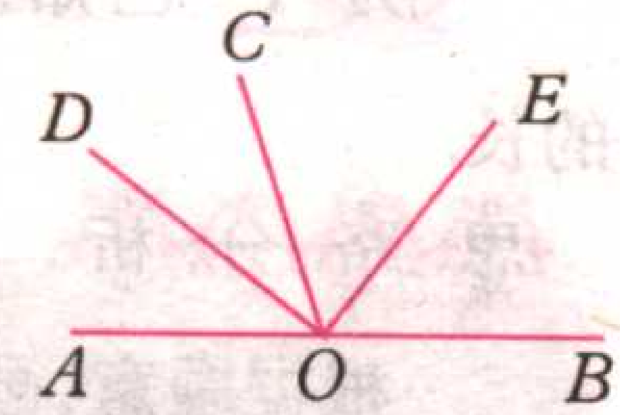

图 3－3

点拨指导

本题为求$\angle BOE$，由角平分线性质，需求$\angle BOC$，而求$\angle BOC$通过平角与$\angle AOC$的差求得．为了求$\angle AOC$，由角平分线性质通过$\angle AOC=2\angle AOD$(已知)，从而本题得解．

例3 如图3－4，C、D是AB上两点，且AC、AD、AB三条线段的比是$1:2:5$，又$AC+AD+AB=24$，求AD、BC的长．

图3－4

思路分析

比例问题一般设每份为x，本题可设$AC=x$，则$AD=2x$，$AB=5x$，可通过列方程求出x值，进而求得AD、BC的长．

方法过程

解 根据题意，设AC的长为x，则AD长为$2x$，AB长为$5x$，所以有

$x+2x+5x=24$.

解得 $x=3$.

$\therefore AD=2x=6, AC=3, AB=5x=15$.

$\therefore BC=AB-AC=15-3=12$.

$\therefore AD$的长为6，BC的长为12.

点拨指导

涉及比例问题，一般设每份为x，通过列方程(组)求出x值，从而得各比例线段的长，再结合图形，计算出所求线段的长．

例4 已知线段$AC=5AB$，点D是AB的中点，且$AC-DB=9$厘米，求BC的长．

思路分析

根据题意，C点可能在线段AB的延长线上，也可能在线段AB的反向延长线上，因此要分两种情况去画图求解．

方法过程

解 如图3－5，点C可能在线段AB的延长线上，或者在线段AB的反向延长线上．