



丛书主编：郭晓光

# 亮点

## 新课标教材同步导学

八年级数学（上册）

本册主编：屠新民

供使用  
北师大版教材  
师生参考



亮点·点亮莘莘学子的心智

讲解精粹+启迪思维+综合运用+探究创新

知能出版社

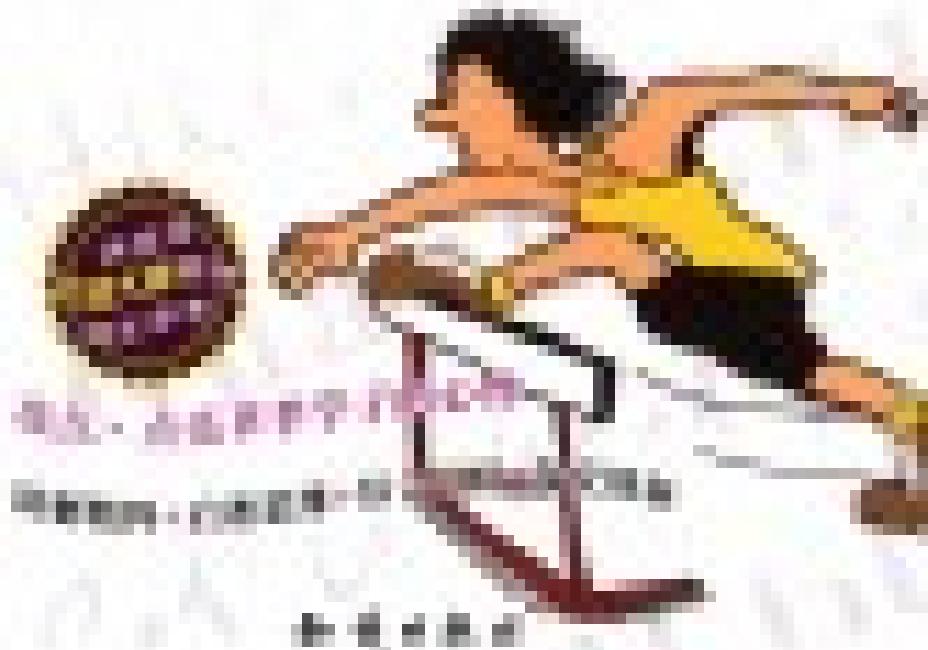


新嘉坡·新嘉坡

# 亮東

新嘉坡·新嘉坡

新嘉坡·新嘉坡  
新嘉坡·新嘉坡



**高效学习探索丛书**



**八年级数学 (上册)**

**主编：屠新民**

**编者：屠新民 李丽琴 毕蒙蒙**

**知育出版社**

**总编辑:徐惟诚      社长:田胜立**

**图书在版编目(CIP)数据**

亮点 新课标教材同步导学(八年级数学上册)/屠新民  
主编. —北京:知识出版社, 2006  
(高效学习探索丛书/郭晓光主编)  
ISBN 7-5015-4752-1

I. 亮… II. 屠… III. 数学课—初中—教学参考  
资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 063657 号

(**高效学习探索丛书**)

**亮点 新课标教材同步导学(八年级数学上册)**

**丛书主编:** 郭晓光

**本册主编:** 屠新民

**责任编辑:** 朱建毅

**技术编辑:** 刘继凤

**封面设计:** 大格局·书装部

**出版发行:** 知识出版社

(北京阜成门北大街 17 号      邮编: 100037)

<http://www.ecph.com.cn>

**印 刷:** 郑州文华印务有限公司

**版 次:** 2006 年 6 月第 1 版

**印 次:** 2006 年 6 月第 1 次印刷

**开 本:** 890×1240 1/32

**印 张:** 13

**字 数:** 510 千

**印 数:** 1~10000

**书 号:** ISBN 7-5015-4752-1

**定 价:** 16.50 元

# 致读者



这本书适合你吗？

### (一) 这本书的特色



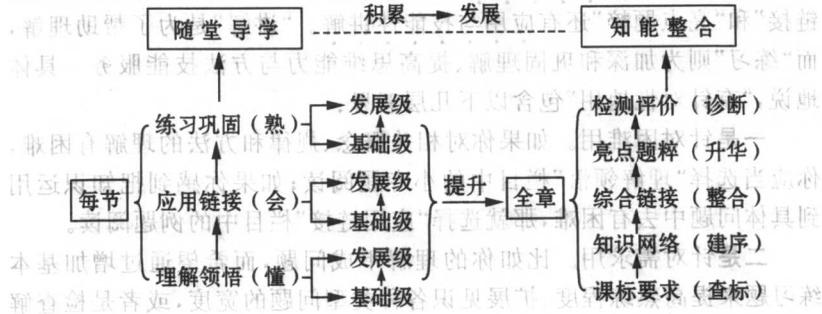
看茫茫学辅书海，谁更能全面准确地体现新课程理念！谁更能让学生学海扬帆，将基本知识、基本技能升华为学习智慧！亲爱的同学，欢迎你朝着“亮点”走来！她——

结构简约，脉络清晰

每一章，首先映入眼帘的是总览“窗口”，想读、想练任你“点击”；“随堂导学”跟踪每一节，“知能整合”提升每一章，始终与你的学习进程密切同步；“基础级”“发展级”“升华级”层次分明，让你的学习富有弹性和选择性。

#### 目标明确,功能优越

本书以促进“生成性学习”为目标。“生成”是一个螺旋上升的发展过程，是一个从“学会”到“会学”、从“夯实基础”到“形成智慧”的过程。本书优越的结构功能为落实这种理念提供了保障：



## 返璞归真，务求实效

本书寓新意于全篇，融关怀于细节。讲解力求通俗、具体，贴近学生的认知实际、思维水平；例题讲究针对性、代表性，前有提示，后有点悟，分析与解答相融；不套用时尚名称把题目人为地架高，更力戒刻意追求时尚而远离学科特点和学生现有认知水平。

### 友情提醒：

- ♥ 如果你怀疑，不妨先通篇浏览，然后选择其中某章或某节仔细阅读。
- ♥ 如果你决定买这本书，我们还有以下建议……

## 书好+用好=效果好

### (二) 如何用好这本书

从茫茫书海中选得一本心仪的书，自然高兴。但是，“书好”还得“用好”。怎样才算是“用好”呢？关键是结合书的特点和自己的学习情况“有针对性地用”。

本书的最大优点是“讲解”与“练习”兼备，并以讲解为主。不但每节的“理解领悟”有理解性讲解，而且每节的“应用链接”、章末的“综合链接”和“亮点题粹”还有应用与技能性讲解。“讲解”是为了帮助理解，而“练习”则为加深和巩固理解、提高思维能力与方法技能服务。具体地说，“有针对性地用”包含以下几层意思：

**一是针对困难用。**如果你对相关概念、规律和方法的理解有困难，你应当选择“理解领悟”栏目中的小专题阅读；如果你感到把知识运用到具体问题中去有困难，那就选择“应用链接”栏目中的例题阅读。

**二是针对需求用。**比如你的理解不成问题，而希望通过增加基本练习题来提高熟练程度、扩展见识各种类型问题的宽度，或者是检查解

解决问题的准确度,那么,你可以选择每节的“练习巩固”及章末“检测评价”去做。本书的每一道练习或检测题都有答案,稍难的还配有提示或详细解题过程。

三是针对水平用。如果你学习困难较大,建议你选择每个栏目中的“基础级”先解决,而把“发展级”暂时放一放,更不要急于去啃“亮点题粹”中的“升华级”。书中的“基础级”,是为应对中考设置的底线,而“发展级”和“升华级”则是为想夺高分的人准备的“副餐”,因而你不必担心抓“基础级”会误了中考。其实,你一定懂得“循序渐进”和“欲速则不达”的道理,真的解决了“基础级”,一段时间后再回头突破“发展级”乃至“升华级”应该比较顺利。当然,如果你的“基础级”根本不成问题,那也没有必要在“基础级”上徘徊,可以较快地把侧重点移到“发展级”和“升华级”上。

我们期待着:

- ♥ 你在各级各类考试中如愿以偿!
- ♥ 你把使用这本书的真实感受传达给你的朋友。

高效学习探索丛书 丛书主编 郭晓光  
亮点·新课标教材同步导学

# 目 录

## 第一章 勾股定理

本章搜索	.....	(1)
随堂导学	.....	
第1节 探索勾股定理	.....	
理解领悟	.....	(2)
应用链接	.....	(3)
课本习题解读	.....	(7)
练习巩固(1—1)	.....	(8)
第2节 能得到直角三角形吗	.....	
理解领悟	.....	(9)
应用链接	.....	(10)
课本习题解读	.....	(14)
练习巩固(1—2)	.....	(14)
第3节 蚂蚁怎样走最近	.....	
理解领悟	.....	(16)
应用链接	.....	(18)
课本习题解读	.....	(21)
练习巩固(1—3)	.....	(21)
知能整合	.....	
本章梳理	.....	(23)
综合链接	.....	(24)
课本习题解读	.....	(25)
练习巩固(1—4)	.....	(27)
亮点题粹	.....	(29)
本章检测与评价	.....	(32)
本章参考答案与提示	.....	(34)

## 第二章 实数

本章搜索	.....	(38)
随堂导学	.....	
第1节 数怎么又不够用了	.....	
理解领悟	.....	(39)
应用链接	.....	(40)

课本习题解读 ..... (41)

练习巩固(2—1) ..... (42)

### 第2节 平方根

理解领悟 ..... (43)

应用链接 ..... (44)

课本习题解读 ..... (47)

练习巩固(2—2) ..... (47)

### 第3节 立方根

理解领悟 ..... (49)

应用链接 ..... (50)

课本习题解读 ..... (52)

练习巩固(2—3) ..... (53)

### 第4节 公园有多宽

理解领悟 ..... (54)

应用链接 ..... (55)

课本习题解读 ..... (56)

练习巩固(2—4) ..... (57)

### 第5节 用计算器开方

理解领悟 ..... (58)

应用链接 ..... (59)

课本习题解读 ..... (60)

练习巩固(2—5) ..... (60)

### 第6节 实数

理解领悟 ..... (61)

应用链接 ..... (62)

课本习题解读 ..... (64)

练习巩固(2—6) ..... (65)

### 知能整合

本章梳理 ..... (67)

综合链接 ..... (67)

课本习题解读 ..... (70)

练习巩固(2—7) ..... (72)

亮点题粹 ..... (74)

本章检测与评价 ..... (77)

<b>本章参考答案与提示</b> ..... (79)	<b>练习巩固(3—7)</b> ..... (119)	
<b>第三章 图形的平移与旋转</b>		
<b>本章搜索</b> ..... (85)	<b>亮点题粹</b> ..... (121)	
<b>随堂导学</b>		
<b>第1节 生活中的平移</b>		
理解领悟 ..... (86)	<b>本章检测与评价</b> ..... (124)	
应用链接 ..... (87)	<b>本章参考答案与提示</b> ..... (127)	
课本习题解读 ..... (88)		
练习巩固(3—1) ..... (88)		
<b>第2节 简单的平移作图</b>		
理解领悟 ..... (90)	<b>第四章 四边形性质探索</b>	
应用链接 ..... (91)	<b>本章搜索</b> ..... (132)	
课本习题解读 ..... (92)	<b>随堂导学</b>	
练习巩固(3—2) ..... (93)		
<b>第3节 生活中的旋转</b>		
理解领悟 ..... (94)	<b>第1节 平行四边形的性质</b>	
应用链接 ..... (96)	理解领悟 ..... (133)	
课本习题解读 ..... (98)	应用链接 ..... (134)	
练习巩固(3—3) ..... (98)	课本习题解读 ..... (137)	
<b>第4节 简单的旋转作图</b>		练习巩固(4—1) ..... (137)
理解领悟 ..... (99)	<b>第2节 平行四边形的判别</b>	
应用链接 ..... (100)	理解领悟 ..... (139)	
课本习题解读 ..... (102)	应用链接 ..... (140)	
练习巩固(3—4) ..... (103)	课本习题解读 ..... (142)	
<b>第5节 它们是怎样变过来的</b>		练习巩固(4—2) ..... (143)
理解领悟 ..... (104)	<b>第3节 菱形</b>	
应用链接 ..... (105)	理解领悟 ..... (145)	
课本习题解读 ..... (108)	应用链接 ..... (146)	
练习巩固(3—5) ..... (109)	课本习题解读 ..... (148)	
<b>第6节 简单的图案设计</b>		练习巩固(4—3) ..... (149)
理解领悟 ..... (110)	<b>第4节 矩形、正方形</b>	
应用链接 ..... (111)	理解领悟 ..... (150)	
课本习题解读 ..... (112)	应用链接 ..... (151)	
练习巩固(3—6) ..... (112)	课本习题解读 ..... (157)	
<b>知能整合</b>		练习巩固(4—4) ..... (158)
<b>本章梳理</b> ..... (115)	<b>第5节 梯形</b>	
<b>综合链接</b> ..... (115)	理解领悟 ..... (161)	
<b>课本习题解读</b> ..... (117)	应用链接 ..... (162)	
	课本习题解读 ..... (167)	
	练习巩固(4—5) ..... (169)	
	<b>第6节 探索多边形的内角和与外角和</b>	
	理解领悟 ..... (171)	
	应用链接 ..... (172)	
	课本习题解读 ..... (175)	
	练习巩固(4—6) ..... (176)	

<p><b>第7节 中心对称图形</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>理解领悟 ..... (177)</li> <li>应用链接 ..... (179)</li> <li>课本习题解读 ..... (182)</li> <li>练习巩固(4—7) ..... (182)</li> </ul> <p><b>课题学习 平面图形的镶嵌</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>理解领悟 ..... (184)</li> <li>应用链接 ..... (186)</li> <li>练习巩固(4—8) ..... (188)</li> </ul> <p><b>知能整合</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>本章梳理 ..... (190)</li> <li>综合链接 ..... (191)</li> <li>课本习题解读 ..... (193)</li> <li>练习巩固(4—9) ..... (195)</li> <li>亮点题粹 ..... (197)</li> <li>本章检测与评价 ..... (199)</li> </ul> <p><b>本章参考答案与提示</b> ..... (201)</p> <p><b>第五章 位置的确定</b></p> <p><b>本章搜索</b> ..... (210)</p> <p><b>随堂导学</b></p> <p><b>第1节 确定位置</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>理解领悟 ..... (211)</li> <li>应用链接 ..... (211)</li> <li>课本习题解读 ..... (213)</li> <li>练习巩固(5—1) ..... (214)</li> </ul> <p><b>第2节 平面直角坐标系</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>理解领悟 ..... (215)</li> <li>应用链接 ..... (216)</li> <li>课本习题解读 ..... (221)</li> <li>练习巩固(5—2) ..... (222)</li> </ul> <p><b>第3节 变化的“鱼”</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>理解领悟 ..... (225)</li> <li>应用链接 ..... (226)</li> <li>课本习题解读 ..... (227)</li> <li>练习巩固(5—3) ..... (228)</li> </ul> <p><b>知能整合</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>本章梳理 ..... (230)</li> <li>综合链接 ..... (231)</li> </ul>	<p><b>课本习题解读</b> ..... (233)</p> <p><b>练习巩固(5—4)</b> ..... (234)</p> <p><b>亮点题粹</b> ..... (236)</p> <p><b>本章检测与评价</b> ..... (238)</p> <p><b>本章参考答案与提示</b> ..... (240)</p> <p><b>第六章 一次函数</b></p> <p><b>本章搜索</b> ..... (244)</p> <p><b>随堂导学</b></p> <p><b>第1节 函数</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>理解领悟 ..... (245)</li> <li>应用链接 ..... (247)</li> <li>课本习题解读 ..... (251)</li> <li>练习巩固(6—1) ..... (251)</li> </ul> <p><b>第2节 一次函数</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>理解领悟 ..... (253)</li> <li>应用链接 ..... (255)</li> <li>课本习题解读 ..... (258)</li> <li>练习巩固(6—2) ..... (258)</li> </ul> <p><b>第3节 一次函数的图象</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>理解领悟 ..... (260)</li> <li>应用链接 ..... (262)</li> <li>课本习题解读 ..... (266)</li> <li>练习巩固(6—3) ..... (266)</li> </ul> <p><b>第4节 确定一次函数表达式</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>理解领悟 ..... (269)</li> <li>应用链接 ..... (270)</li> <li>课本习题解读 ..... (274)</li> <li>练习巩固(6—4) ..... (275)</li> </ul> <p><b>第5节 一次函数图象的应用</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>理解领悟 ..... (277)</li> <li>应用链接 ..... (278)</li> <li>课本习题解读 ..... (281)</li> <li>练习巩固(6—5) ..... (282)</li> </ul> <p><b>知能整合</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>本章梳理 ..... (283)</li> <li>综合链接 ..... (283)</li> <li>课本习题解读 ..... (287)</li> <li>练习巩固(6—6) ..... (289)</li> </ul>
---	---



亮点题粹 .....	(291)	本章检测与评价 .....	(355)
本章检测与评价 .....	(296)	本章参考答案与提示 .....	(358)
<b>本章参考答案与提示 .....</b>	<b>(299)</b>	<b>第八章 数据的代表</b>	
<b>第七章 二元一次方程组</b>			
<b>本章搜索 .....</b>	<b>(305)</b>	<b>本章搜索 .....</b>	<b>(365)</b>
<b>随堂导学</b>		<b>随堂导学</b>	
<b>第1节 谁的包裹多</b>		<b>第1节 平均数</b>	
理解领悟 .....	(306)	理解领悟 .....	(366)
应用链接 .....	(307)	应用链接 .....	(368)
课本习题解读 .....	(311)	课本习题解读 .....	(371)
练习巩固(7—1) .....	(312)	练习巩固(8—1) .....	(371)
<b>第2节 解二元一次方程组</b>		<b>第2节 中位数与众数</b>	
理解领悟 .....	(313)	理解领悟 .....	(374)
应用链接 .....	(315)	应用链接 .....	(375)
课本习题解读 .....	(319)	课本习题解读 .....	(378)
练习巩固(7—2) .....	(320)	练习巩固(8—2) .....	(378)
<b>第3节 鸡兔同笼</b>		<b>第3节 利用计算器求平均数</b>	
理解领悟 .....	(322)	理解领悟 .....	(380)
应用链接 .....	(322)	应用链接 .....	(381)
课本习题解读 .....	(326)	课本习题解读 .....	(383)
练习巩固(7—3) .....	(327)	练习巩固(8—3) .....	(383)
<b>第4节 增收节支</b>		<b>知能整合</b>	
理解领悟 .....	(328)	本章梳理 .....	(385)
应用链接 .....	(329)	综合链接 .....	(385)
课本习题解读 .....	(333)	课本习题解读 .....	(388)
练习巩固(7—4) .....	(334)	练习巩固(8—4) .....	(389)
<b>第5节 里程碑上的数</b>		亮点题粹 .....	(391)
<b>第6节 二元一次方程与一次函数</b>		本章检测与评价 .....	(395)
理解领悟 .....	(336)	<b>本章参考答案与提示 .....</b>	<b>(398)</b>
应用链接 .....	(338)	<b>课本总复习参考答案 .....</b>	<b>(402)</b>
课本习题解读 .....	(343)		
练习巩固(7—5、7—6)...	(345)		
<b>知能整合</b>			
本章梳理 .....	(348)		
综合链接 .....	(348)		
课本习题解读 .....	(350)		
练习巩固(7—7) .....	(352)		
亮点题粹 .....	(354)		



# 第一章 勾股定理

## 本章搜索

如果你想『看』

**理解领悟 \* 应用链接**

### 第1节 探索勾股定理

- 1. 探求勾股定理(2)
- 2. 用面积法证明勾股定理(2)
- \* 3. 勾股定理的各种表达式(3)
- 应用链接(例题解析)(3)
- 课本习题解读(7)

### 第2节 能得到直角三角形吗

- 1. 勾股数(9)
- 2. 勾股定理的逆定理(10)
- \* 3. 如何判定一个三角形是直角三角形(10)
- 应用链接(例题解析)(10)
- 课本习题解读(14)

### 第3节 蚂蚁怎样走最近

- 1. 应用勾股定理或其逆定理来解题(16)

\* 2. 求最短距离的实际问题(17)

■ 应用链接(例题解析)(18)

■ 课本习题解读(21)

- ❖ 本章梳理(课标要求 网络结构)(23)
- ❖ 综合链接(综合性例题解析)(24)
- ❖ 课本习题解读(25)
- ❖ 亮点题粹(新题、热题、中考典题——完全解析)(29)

如果你想『练』

**练习巩固**

- ❖ 练习巩固(1—1)——配第1节练习(8)
- ❖ 练习巩固(1—2)——配第2节练习(14)
- ❖ 练习巩固(1—3)——配第3节练习(21)
- ❖ 练习巩固(1—4)——配本章练习(27)
- ★ 本章检测与评价(32)
- ★ 本章参考答案与提示(34)



## 3 随堂导学

### 第1节 探索勾股定理



#### 理解领悟

#### 基础级

##### 1. 探求勾股定理

如图1.1-1所示,方格纹中每一小方格为一个平方单位.在直角三角形ABC外部分别以AB、BC、CA为边各作一个正方形.三个正方形的面积会有什么关系呢?

可以看出以AB为边长的正方形面积为25,即 $AB^2=25$ .同理, $BC^2=16, CA^2=9$ .

显然,可以得到 $AB^2=BC^2+CA^2$ .

当 $AB=c, BC=a, CA=b$ 时,有 $a^2+b^2=c^2$ (c为斜边).

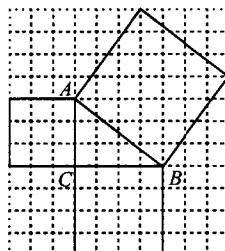


图1.1-1

这就是勾股定理.用文字叙述就是:直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方.

##### 2. 用面积法证明勾股定理

历史上证明勾股定理有两种方法:

(1)如图1.1-2,将四个全等的直角三角形拼成正方形.

$$(I) \because S_{\text{正方形}ABCD} = (a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2.$$

$$(II) \because S_{\text{正方形}EFGH} = c^2 = (b-a)^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab,$$

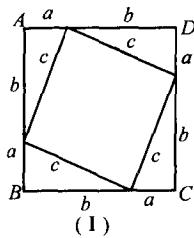
$$\therefore c^2 = a^2 + b^2.$$

(2)如图1.1-3,将两个直角三角形拼成直角梯形.

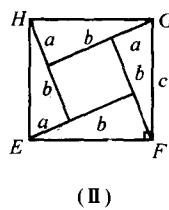
$$S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{(a+b)(a+b)}{2} = 2 \times \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2.$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2.$$





(1)



(II)

图 1.1-2

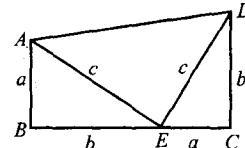


图 1.1-3

### 发展级

#### 3. 勾股定理的各种表达式

在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的对边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 则

$$c^2=a^2+b^2, \quad a^2=c^2-b^2, \quad b^2=c^2-a^2.$$

勾股定理的各种表达形式在解题中有着十分重要的作用, 具体作用如下:

- (1) 已知直角三角形的两边求第三边.
- (2) 已知直角三角形的一边, 求另两边的关系.
- (3) 用于证明平方关系的问题.



### 应用链接

### 基础级

**【例 1】** 小明家(D点)在小亮家(B点)正北  $1.2\text{ km}$  处, 小婷家(C点)在小亮家正西  $0.5\text{ km}$  处, 小龙家(A点)在小婷家正南, 距小亮家  $1.3\text{ km}$  处, 求:

- (1) 小婷家到小明家的距离;
- (2) 小婷家到小龙家的距离.

**提示** (1)如图 1.1-4,  $CD$  是直角三角形  $BCD$  的斜边; (2)  $AC$  是直角三角形  $ABC$  的直角边.

**解析** (1)在直角三角形  $BCD$  中, 根据勾股定理, 有  
 $CD^2=BC^2+BD^2=0.5^2+1.2^2=1.69(\text{km}^2)$ ,  
即  $CD=1.3(\text{km})$ .

(2)在直角三角形  $ABC$  中, 根据勾股定理, 有  
 $BC^2+AC^2=AB^2$ ,  
所以  $AC^2=AB^2-BC^2=1.3^2-0.5^2=1.44(\text{km}^2)$ ,

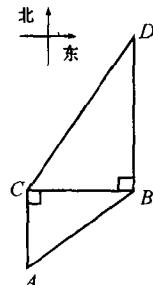


图 1.1-4





即  $AC=1.2\text{ km}$ .

**点悟** 利用勾股定理,在直角三角形中,已知两边可以求第三边.

当  $a,b$  表示直角三角形的两直角边,  $c$  表示斜边时,有

若已知  $a,b$ ,求  $c$ ,则利用勾股定理  $c^2=a^2+b^2$ ;

若已知  $a,c$ ,求  $b$ ,则利用勾股定理的变形公式  $b^2=c^2-a^2$ ;

若已知  $b,c$ ,求  $a$ ,则利用勾股定理的变形公式  $a^2=c^2-b^2$ .

由此可知,在利用勾股定理求直角三角形的第三边时,首先应辨别待求的第三边是斜边还是直角边,进而再选择利用勾股定理公式的原形还是变形公式.

**【例 2】** 在钝角  $\triangle ABC$  中,  $CB=9, AB=17, AC=10, AD \perp BC$ , 交  $BC$  的延长线于  $D$ . 求  $AD$  的长.

**提示** 从题目所给的条件看,不易直接利用勾股定理计算  $AD$ , 必须先求出  $CD$  的长才能解决问题. 要求出  $CD$  的长度,可设  $CD=x$ , 设法找到关于  $x$  的方程, 通过解方程的方法求出未知  $CD$  的长. 题目中存在的两个直角三角形给了我们解决的途径.

**解析** 如图 1.1-5, 设  $CD=x$ , 在  $\text{Rt}\triangle ADC$  中,  
 $AD^2=AC^2-CD^2=10^2-x^2$ ;

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,

$$\therefore AD^2=AB^2-BD^2=17^2-(9+x)^2,$$

$$\therefore 17^2-(9+x)^2=10^2-x^2,$$

$$\therefore 17^2-81-18x-x^2=10^2-x^2,$$

整理得  $18x=108$ , 解得  $x=6$ .

$$\therefore AD^2=10^2-6^2=64=8^2, \text{ 即 } AD=8.$$

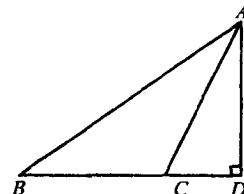


图 1.1-5

**【例 3】** 在  $\triangle ABC$  中,  $AD \perp BC$  于  $D, \angle ABC=2\angle C$ ,

求证:  $AC^2=AB^2+AB \cdot BC$ .

**提示** 从已知条件和结论看,  $AC$  和  $AB$  二者没有直接的联系. 从结论出发, 如果结论成立, 需有  $AC^2-AB^2=AB \cdot BC$ . 而通过观察  $\text{Rt}\triangle ABD$  和  $\text{Rt}\triangle ACD$ , 易得  $AC^2-AB^2=CD^2-BD^2=(CD+BD)(CD-BD)=BC(CD-BD)$ . 只需再证  $CD-BD=AB$  即可. 由于  $\angle ABC=2\angle C$ , 可利用倍角关系来证明  $CD-BD=AB$ . 这就要作辅助线,使三条线段在同一个三角形中.

**解析** 如图 1.1-6, 延长  $DB$  至  $E$ , 使  $EB=AB$ , 连接  $AE$ .

由作图可知,  $\triangle ABE$  是等腰三角形, 有  $\angle 1=\angle E$ .

$$\therefore \angle ABC=\angle 1+\angle E=2\angle C,$$

$$\therefore \angle E=\angle C.$$

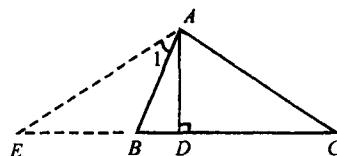


图 1.1-6



$$\therefore DC = DE. \quad \therefore DC - BD = DE - DB = BE = AB.$$

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  和  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,

$$\because AB^2 = AD^2 + BD^2, \quad AC^2 = AD^2 + CD^2.$$

$$\begin{aligned} \therefore AC^2 - AB^2 &= (AD^2 + CD^2) - (AD^2 + BD^2) \\ &= CD^2 - BD^2 \end{aligned}$$

$$= (CD + BD)(CD - BD)$$

$$= BC \cdot AB.$$

$$\therefore AC^2 = AB^2 + AB \cdot BC.$$

**点悟** 应用勾股定理证明有关线段的等式, 是一种有效方法, 应注意掌握.

**【例 4】** 已知: 如图 1.1-7, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 5$ ,  $P$  为  $BC$  边上任意一点. 求证:  $AP^2 + PB \cdot PC = 25$ .

**提示** 由  $AP^2$  的特征联想到  $AP$  是直角三角形的斜边, 容易想到过  $A$  作  $BC$  边上的垂线.

**解析** 过  $A$  作  $AD \perp BC$  于  $D$ , 则有  $BD = CD$ .

在  $\text{Rt}\triangle APD$  中, 有  $AP^2 = AD^2 + PD^2$  (勾股定理).

又  $\because AD^2 = AB^2 - BD^2$  (勾股定理),

$$\therefore AP^2 = AB^2 - BD^2 + PD^2$$

$$= 5^2 - (BD + PD)(BD - PD)$$

$$= 25 - (CD + PD)BP$$

$$= 25 - PC \cdot BP.$$

$$\therefore AP^2 + PB \cdot PC = 25.$$

**点悟** 当涉及计算时, 常作高构造直角三角形, 利用勾股定理证题.

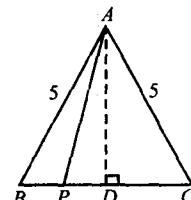


图 1.1-7

### 发展级

**【例 5】** 已知: 如图 1.1-8, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $D, E$  分别为  $BC, AC$  的中点,  $AD = 5$ ,  $BE^2 = 40$ , 求  $AB^2$ .

**提示** 先求  $BC, AC$ , 再由勾股定理求  $AB$ .

**解析** 设  $AC = b, BC = a, AB = c$ ,

$\because AD, BE$  是中线 (已知),

$$\therefore CE = \frac{b}{2}, CD = \frac{a}{2}$$
 (三角形中线概念).

又  $\because \angle C = 90^\circ$  (已知),

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $CD^2 + AC^2 = AD^2$  (勾股定理),

在  $\text{Rt}\triangle BCE$  中,  $BC^2 + CE^2 = BE^2$  (勾股定理),

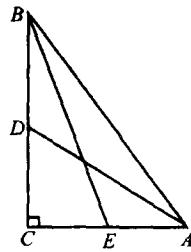


图 1.1-8





$\because AD=5, BE^2=40$ (已知),

$$\therefore \begin{cases} \left(\frac{a}{2}\right)^2 + b^2 = 5^2, \\ a^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = 40. \end{cases} \therefore a^2 + b^2 = 52.$$

$\therefore$  在  $Rt\triangle ABC$  中,  $AB^2 = AC^2 + BC^2 = a^2 + b^2 = 52$ (勾股定理).

**点悟** 本题中求  $a^2 + b^2$  采用了“整体求解”的方法, 应注意体会并掌握.

**【例 6】** 已知: 如图 1.1-9, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 90^\circ$ ,  $DE$  为  $BC$  的垂直平分线. 求证:  $BE^2 - AE^2 = AC^2$ .

**提示** 要证  $BE^2 - AE^2 = AC^2$ , 只需证  $BE^2 = AE^2 + AC^2$ , 而  $AE$ 、 $AC$  互相垂直, 故想到连接  $CE$ , 则有  $CE^2 = AE^2 + AC^2$ . 又由垂直平分线的性质, 得  $BE = CE$ , 所以问题得证.

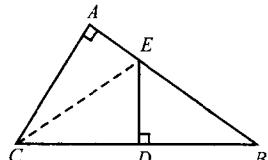


图 1.1-9

**解析** 连接  $CE$ , 则  $BE = CE$ ,

$\because \angle A = 90^\circ$ ,  $\therefore AE^2 + AC^2 = EC^2$ (勾股定理),

$\therefore AE^2 + AC^2 = BE^2$ ,  $\therefore BE^2 - AE^2 = AC^2$ .

**点悟** 作辅助线往往可形成多个直角三角形.

**【例 7】** 如图 1.1-10, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $GH \parallel BC$ . 求证:  $BH^2 = CH^2 + BC \cdot GH$ .

**提示** 作辅助线, 平移  $BG$  与  $GH$ .

**解析** 如图 1.1-10, 过  $H$  作  $HM \parallel AB$  交  $BC$  于  $M$ ,  $HN \perp BC$  交  $BC$  于  $N$ .

$\because GH \parallel BM, GB \parallel HM$ ,

$\therefore \angle GBH = \angle MHB, \angle GHB = \angle MBH$ .

又  $\because BH = BH$ ,  $\therefore \triangle GBH \cong \triangle MHB$ ,

从而  $BM = GH$ .

$\because \angle HMC = \angle ABC = \angle C$ , 且  $HN \perp MC$ ,  $\therefore MN = NC$ .

在  $Rt\triangle BHN$  与  $Rt\triangle HNC$  中,

$\because BH^2 = BN^2 + HN^2, HN^2 = CH^2 - NC^2$ ,

$\therefore BH^2 = BN^2 + CH^2 - NC^2$

$$= CH^2 + (BN^2 - NC^2)$$

$$= CH^2 + (BN + NC)(BN - NC)$$

$$= CH^2 + BC \cdot (BN - MN)$$

$$= CH^2 + BC \cdot BM$$

$$= CH^2 + BC \cdot GH.$$

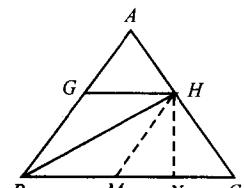


图 1.1-10