

高中新课标



◎根据教育部最新教材编写◎

总主编/薛金星

高考总复习全解

GAOKAO ZONGFUXI
QUANJIE

数学

人教实验版

【一轮复习·必修课程】



陕西人民教育出版社

B版

根据教育部最新教材编写

《中学教材全解》

高考总复习全解·数学

【一轮复习·必修课程】

人教实验 B 版

总主编	薛金星
本册主编	丁一
	张剑
副主编	毛喆
	刘锡钰
	刘芸
	张德聚
	沈强

陕西人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学教材全解. 高考总复习全解. 数学: 人教实验 B 版/薛金星主编; 丁一分册
主编. —西安: 陕西人民教育出版社, 2006. 4

ISBN 7-5419-9561-4

I. 中... II. ①薛... ②丁... III. 数学课—高中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 029370 号

中学教材全解

高考总复习全解·数学

【一轮复习·必修课程】

人教实验版 B 版

陕西人民教育出版社出版发行

(西安市长安南路 181 号)

各地书店经销 北京市昌平兴华印刷厂印刷

880×1230 毫米 16 开本 19 印张 490 千字

2006 年 4 月第 1 版 2006 年 4 月第 1 次印刷

ISBN 7-5419-9561-4/G·8336

定价: 26.80 元

主编寄语

——怎样进行数学高考总复习

2007年高中新课标实验区将进行首轮高考,它将以全新的形式检验实验区广大师生对新课标、新教材的理解和掌握,也将为全面推广新课标提供宝贵的评价模式和经验,因此搞好这次高考复习,不仅关系到每位考生的个人命运,也将关系到新课标教材的全面推广和使用。为配合广大师生的新高考总复习,我们组织实验区的部分一线特高级教师,编写了这套复习丛书,并建议您在复习时注意以下几点:

一、深刻理解新课标高考数学的指导思想

新课标高考数学将深化能力立意,倡导改革创新。试卷结构会遵循“选择题平稳、填空题难度适中、解答题层次分明”的格局,重在检测考生的综合素质。明确这一点,才能合理安排复习,提高复习效率。

二、重视基本概念的复习,提高判断与分析能力

重视概念的准确性,消除知识的负迁移;重视对比,在复习中要联系同类概念,区别不同的概念;重视定义的运用,提高判别能力。定义中的条件和结论一般是主要的,因此运用定义解题与判断是十分重要的,如单调性、奇偶性的判断与证明,等差、等比数列的判断与证明,线面位置关系定义的应用,圆锥曲线定义的灵活运用等。定义法解题的一般步骤是:(1)分析和研究数学问题中所给的条件和解题的目标;(2)回忆有关概念的内涵和要点。

三、加强公式、定理、法则的复习,提高运算能力

搞清公式、定理、法则的运用条件,以防乱用。如正整数指数幂中,底数 $a \in \mathbb{R}$;而分数指数幂则要求底数为正,若不注意公式(法则)成立的前提条件,极易出现错误。熟练使用公式,做到既能正用、逆用、又能变形使用。掌握常用的运算技巧,提高解题的合理性、灵活性。学会运用各种代换,如三角代换、“1”的代换;掌握 i 、 ω 的性质及应用;了解解析几何中的“设而不求法”“平方差法”等。掌握这些方法与技巧,做题时可以起到事半功倍的效果。

四、注重各种证明方法的应用,加强针对性训练

复习中要注意对知识结构和方法的整理,重视对数学思想和方法的训练。高考中经常考查的方法如代入法、比较法、归纳法、配方法、待定系数法、换元法、分析综合法、联想与类比法、转化与化归法等,都是最基本的数学方法,是寻找解题途径的基本方法、有效手段和措施。复习时既要明确这些方法的适用对象,又要进行各个击破式的针对性训练。

五、注意各模块知识和方法的系统化、条理化

如果未能把知识系统化,就急急忙忙地做题,可能会使思维紊乱,找不到解题思路,甚至会误入歧途。因此,我们应把基础知识串联成“线”,使其条理化、系统化;然后再将其整理成“块”,使基础知识深刻化;最后结构成“网”,使基础知识综合化。

六、注重课内外结合,全方位展开复习

课内:听分析,学规范,勤动脑,善归纳;课后:先回忆,后看书,再练习,后小结;课外:会自学,找规律,常练习,重三基,熟应用。

高考复习,一定要夯实基础,提高能力,紧跟老师的节奏与步伐,在自己的薄弱环节上狠下功夫,数学的严谨性决定了我们的学习要做到一丝不苟。培养自己的创新意识和综合能力是数学复习的总目标。最后祝愿您在2007年的高考中取得最好的成绩,实现自己的奋斗目标,跨入自己理想的大学。

薛金星总主编对“全解”含义的界定

《中学教材全解》自2000年首次出版发行以来，备受全国广大中学师生的关注与厚爱，销量逐年猛增。开辟了“全解”的新兴市场，创造了业界的神话！一时间全国各类跟风、克隆、仿冒的所谓“全解”如恶草般破土而出，严重损害了其原创初衷，坑害了广大消费者。为此我们专访了“全解”原创总主编薛金星先生，请他就“全解”的含义进行了全方位的界定。

问：薛先生当初您为什么要编这样一套丛书呢？

答：我编这套丛书有三个目的，一是给老师提供一套备课、上课、写教案的辅助资料，二是为中学生提供一套自学丛书，三是给有一定辅导能力的家长准备一本辅导孩子功课的参考书。这三个目的用我的话（不一定恰当）可以概括为“学生用它能自学，老师拿它能讲课，家长有它能辅导”，是一套三位一体的自学丛书。

问：您当初考虑的可真全面，我想“全解”的“全”不只是这三方面的含义吧？

答：你问得很好，当然不只这三方面的含义了。首先是全面涵盖中小学乃至大学各学年段。目前这套丛书涵盖了初、高中的九个学科，今年又跟进了小学的语文、数学，明年上小学英语及其他学科，将来还要上大学各科教材全解；其次是各科知识覆盖面全，《中学教材全解》紧扣教材讲解知识，教材上的所有知识点包括插图无一落漏。

问：连图都包含了，真够全的，还有那些方面呢？

答：再就是规律、方法、技巧总结全。讲每一个知识点、每一课、每一节、每一章甚至是全书，要把所有相关的规律、方法、技巧不论课内课外尽量恰当的进行总结教给学生。还有就是既要考虑平时自学、考试，又要瞄准中、高考，二者兼顾尤为重要，同时又不忘与各学科的科技、生产、生活、实践全面联系，因为这是当前素质教育的基本要求。

问：看来您对素质教育的理解很深刻到位，“全”我们基本上理解了，那么“解”又是什么含义呢？

答：这个问题问到点子上了。“解”简言之就是讲解。就是针对教材所涉及的知识、技巧、方法、规律讲细、讲透、讲精、讲新、讲实、讲活、讲巧、讲典。我要求编者必须紧扣教材讲解知识，巧设典例传授方法，构建网络总结规律，由浅入深，从易到难，全心全意，解惑释疑。全面透彻，精细创新。逐字逐词，逐句逐段，逐节逐课，全析全解各科教材。

问：有读者反映您的《中学教材全解》没有题，不利于学生形成能力，您怎么看？

答：在我们的金星教育网上看到过这种问题，这是一种误解，并不奇怪。首先要澄清什么是题？“全解”针对教材上的每一个知识点都配了极有对应性的例题和变式题，每章节后面都配有一定数量的检测题，还有课后练习题的答案详解，这些就是题呀。只不过我们的量小了一些，因为我们这套丛书的定位就是全面、细致地讲透教材，配那么多的练习容易冲淡对知识的学习和方法的掌握，不一定是好事。想做练习，可以买我们的《中学教材全练》和《中华一题》这也是当前教辅市场上最畅销的练习类图书。

薛先生，感谢您在百忙中接受我们的采访，并为我们界定了“全解”的含义。我想广大中学师生再买“全解”时，一定会认准北京金星书业文化发展有限公司的商标，以确保物有所值，避免上当受骗，无端浪费宝贵的金钱和时间。谢谢您！再见！

《中学教材全解》专家顾问团

hongxuejiaocaiquanjiezhuanjiaguwentuan



CAOHONGCHANG

曹洪昌

全国著名特级教师，全国优秀教师，全国中等教育教研标兵，享受国务院特殊津贴专家，全国孺子牛金球奖获得者，全国劳动模范，中国教育学会理事，中国化学会理事，几十家报刊特约编委。在省级以上报刊发表论文368篇，出版专著69部，每年到全国各地培训教师、指导中高考。

《中学教材全解》作者水平最高，编撰理念最新，教材讲解最透，指导方法最活，把握考题最准，高分突破最灵，社会反响最好。一书在手，学习无忧，别无它求。



KONGXIANGXU

孔祥旭

全国著名特级教师，北京教育学院中小学综合实践活动研究会常务理事，享受国务院特殊津贴专家，政协委员。

《中学教材全解》例题设置：典型，科学，适量；过程讲解：精细，透彻，到位；练习答案：全面，准确，详尽；版式设计：双栏，新颖，独特；图文印制：双色，精美，清新。



LVSHENG

吕生

历史特级教师，吉林省“中青年历史学科带头人”，首批“跨世纪学科带头人”，“十佳青年教师标兵”。出版《历史高考专题20讲》等教学专著七部，参与编写《中小学教师岗位达标指南》教材两部，在报刊上发表经验论文、诗歌、散文等20多篇。

《中学教材全解》点拨技巧，似春风化雨；传授方法，像洞穴探幽；总结规律，同渔夫收网。这里既有如“鱼”的知识归纳，又有似“渔”的方法传授。



WANGENQUAN

王思权

数学特级教师，数学会高中数学教育学会理事，吉林省数学骨干教师，学科带头人，教育科研型名师。在中学数学报刊或大学学报上发表论文近百篇，30余万字，其中有新定理、新公式50多个。教研课题获吉林省优秀教育成果特等奖。现已被十多家报刊杂志社聘为特约通讯员或编委。

《中学教材全解》有三个功能：学生用它能自学，老师拿它能讲课，家长有它能辅导，是一套三位一体的自学丛书。



ZHANGJIANMEI

张健美

数学特级教师，全国优秀教师，全国目标教学先进个人，数学研究会会员。从教近三十年，一直致力于数学教材教法研究，参与国家、省、市、校级多项实验课题研究。为全国及省市作公开课、观摩课、演讲课40余次，数次获得一、二等奖。撰写的教学论文在各类报刊上发表，获国家级特等奖、一、二等奖，主编、参编多部教辅图书。

《中学教材全解》既能满足学生课前、课上、课后的学习需求，又能为老师提供备课、上课、研究的辅助资料；既有助于平时掌握知识，又服务于中考高考的复习；是老师、学生不可或缺的工具书。



LVQINGWEN

吕清文

化学高级教师，中国化学会会员，化学学科带头人、优秀教师。《光明日报》出版社特约审编，《中学化学教学参考》等多家报刊杂志通讯员和特约编辑，《中学生导报·新化学》(高二版)主编。多年来，一直潜心研究课堂教学与高考规律，在20余种杂志上发表论文435篇，主编、参编教学参考书15部，参与省级以上课题研究并结题2项。连续三年在教师讲课大赛中获一等奖，多次在全市做示范课和高考复习讲座。

《中学教材全解》紧扣教材讲解知识，巧设典例传授方法，构建网络总结规律。由浅入深，从易到难，全心全意，解惑释疑。



ZHUHAOZHEN

竺豪桢

高级教师，中国人民大学附中校长助理，中国教育学会，中小学发明创造工作委员会委员秘书长。

如果把“教材”看作是一个源的话，《中学教材全解》就是水；如果把“教材”看作是本的话，《中学教材全解》就是木。《中学教材全解》是对教材的补充、丰富和完善。



ZHANGQING

张青

数学特级教师，全国中学数学竞赛优秀指导教师，多年来一直致力于中学数学的教学研究、改革和创新，创设的“三段五环”教学方法在全国推广，教学成绩突出，多次在全国、省市级教学研讨会上介绍教学经验并作示范课，主、参编初中数学教辅图书40余部，在国家级刊物上发表论文20余篇。

《中学教材全解》知识覆盖面广，讲解透彻到位，训练扎实有序，有利于学生全面系统的学习和掌握教材知识，是一本面向全体学生的好书。

《中学教材全解》学生顾问团

hongxuejiaocaiquanjiexueshengguwentuan



SHIFANGZHOU

史方舟

陕西理科状元，现就读于北京大学光华管理学院。

最爱读的书：《尘埃落定》《史记》
最喜爱的体育项目：羽毛球 乒乓球 游泳
最喜欢的名言：倚天照海花无数，
流水高山心自知。

寄语：从初中到高中的六年时间里，《中学教材全解》伴随我学习的每一阶段，她像一位和蔼可亲的老师，随时为我答疑解惑。



WEINA

魏娜

新疆文科状元，现就读于北京大学经济学院。

最爱读的书：《基督山伯爵》
最喜爱的体育项目：羽毛球 网球
最喜欢的名言：有志者，事竟成

寄语：每当我上课听不懂时，我都会在心里自信的安慰自己：没问题，回家一看《中学教材全解》就全都会明白的，它是我信赖的无声老师。



HUANGDAYU

黄大宇

辽宁特招生，现就读于清华大学信息学院。

最爱读的书：《左手的掌纹》
最喜爱的体育项目：篮球
最喜欢的名言：丰碑无语，行胜于言。

寄语：《中学教材全解》能满足各个层次学生的求知需求，是自学的好帮手，成功的铺路石。



SHIXIAOYAN

史小燕

山西文科状元，现就读于北京大学光华管理学院。

最爱读的书：《史记》《红楼梦》《飘》
《鲁迅全集》

最喜爱的体育项目：羽毛球 游泳
最喜欢的名言：地上本没有路，走的人多了，也便成了路。

寄语：《中学教材全解》真是知识覆盖面，讲解透彻到位，训练扎实有序。



WANGWEI

王静

安徽文科状元，现就读于北京大学法学院。

最爱读的书：《飘》
最喜爱的体育项目：羽毛球
最喜欢的名言：天下难事必作于易，
天下大事必作于细。

寄语：《中学教材全解》帮我理解教材知识，为我打开解题思路，伴我全程学习。我的状元之梦得以实现，真该感谢总主编“全心全意，解疑解难”的编写思想。



YANXIAOLUAN

闫小恋

吉林理科状元，现就读于北京大学基础医学系。

最爱读的书：计算机类
最喜爱的体育项目：足球 篮球
最喜欢的名言：世界因我更精彩。

寄语：我最喜欢《中学教材全解》里的例题讲解，解题过程特别详尽，每个例题后都有方法、技巧和规律总结，尤其是“思维误区警示”栏目，对我提高分析问题和解题能力特有帮助。



XIEJIANBO

谢剑波

浙江理科状元，现就读于清华大学信息学院。

最爱读的书：《史记》四大名著
最喜爱的体育项目：篮球 台球 乒乓球
最喜欢的名言：走自己的路，让别人去说吧。

寄语：高三的时候买过一套《中学教材全解·高考总复习全解》，对我的复习帮助特别大，它不仅归纳知识科学合理，而且点拨复习方法也感到位，管用，真后悔没早发现它……



MITUO

米拓

河南特招生，现就读于北京大学德语系。

最爱读的书：科幻、武侠
最喜爱的体育项目：足球 乒乓球
最喜欢的名言：勿以善小而不为，
勿以恶小而为之。

寄语：《中学教材全解》封面设计精巧独特，内文版式简洁明快，知识讲解全面系统，方法点拨实用高效，规律总结系统科学，图书价位适中合理。

前言

全心全意 指导复习 全面全程 解难解疑

为满足 2007 年高中新课标第一轮高考总复习的需求,我们邀请了部分一线的特高级教师、教研员、教育考试专家,反复研究新课标,精细分析新教材,准确把握新高考脉搏,参照各地高考方案,编写了这套与新高考理念最接近、最适合教师指导学生复习、最能帮助学生应对新高考的图书——《中学教材全解·高中新课标高考总复习》丛书。为您准确预测高考的最新走向,提供最有价值的备考资料和前瞻性的备考导向。

本丛书分为“一轮必修部分”和“二轮选修专题部分”两种。其特点如下:

全面 首先是知识分布全面。真正体现了“一册在手,复习内容全有”的编写指导思想。其次是该书的信息量大。它涵盖了高中全部新课程和教学的全过程,内容丰富,题量充足。再次是适用对象全面。

细致 首先是对教材讲解细致入微。以语文学科为例,小到字的读音、词的辨析,大到阅读训练和作文训练都在本书中有所体现。其次是重点难点详细讲析,既有解题过程又有思路点拨。其三是解题方法细,一题多解,多题一法,变通训练,总结规律。

精准 首先是教材内容讲解精。真正体现围绕重点,突破难点,引发思考,启迪思维。根据考点要求,巧设问题,精讲精练,使学生举一反三,触类旁通。其次是练习配置精,注重典型性,避免随意性,注重迁移性,避免孤立性,实现由知识到能力的过渡。

透彻 首先是对新考纲、新课标研究得透。居高临下把握教材,立足于教材,又不拘泥于教材。其次是对学生知识储备研究得透。学习目标科学可行,注重知识“点”与“面”的联系,“教”与“学”的联系。再次是对问题讲解得透,一题多问,一题多解,培养学生求异思维、开放思维和创新思维能力。

创新 首先是理念新。全面贯彻新课标理念,突出新教材特色,以现行高中新课标教材为蓝本,以最新考纲和各省高考方案为导向编写。其次是体例新。紧扣新课标教材,步步推进,设题讲题、释疑解难、典例精析。其三是题型新、资料新。书中选用的题型、资料都是按高考要求精心设计挑选的,让读者耳目一新。

科学 在体例的编写上,以高考为出发点,全面分析高考命题动向、考查要求及命题规律特征,建构基础知识框架体系,明确主干内容,突出重点,狠抓难点,重点在“知识、能力、训练、提高”四个环节上下功夫,突出复习特点。

实用 这是本丛书的最高编纂原则。本丛书在编写上符合新课标要求,不在偏、难、怪题上下功夫,训练难度能够切实反映高考要求,并且注重了对学生能力的培养和技能的训练,与新高考同步。紧扣新课标教材,充分发挥教材的基础作用,适应各地方高考命题要求,同时注意了规律技巧方法的总结和升华。

灵活 丛书内容由浅入深,由易到难,循序渐进,点拨学法,灵活多样。学生多学易练,学习效果显著。所选题例主要来源于各版本教材中的例题、习题,题型材料新颖,注意与生产、生活、科技的紧密结合,全书充盈着浓厚的时代生活气息。

薛金星于清华大学



目 录

必修 1

第一章 集 合	(1)	典例解析·规律探究	(28)
第 1 讲 集合与集合间的基本关系	(1)	新课标·信息搜索	(31)
课标要求·考纲下载	(1)	测点专练·智能提升	(32)
基础梳理·考点解读	(1)	第 4 讲 函数与方程	(33)
典例解析·规律探究	(2)	课标要求·考纲下载	(33)
新课标·信息搜索	(3)	基础梳理·考点解读	(33)
测点专练·智能提升	(4)	典例解析·规律探究	(34)
第 2 讲 集合的基本运算	(5)	新课标·信息搜索	(35)
课标要求·考纲下载	(5)	测点专练·智能提升	(36)
基础梳理·考点解读	(5)	第三章 基本初等函数(I)	(37)
典例解析·规律探究	(6)	第 1 讲 指数与指数函数	(37)
新课标·信息搜索	(8)	课标要求·考纲下载	(37)
测点专练·智能提升	(9)	基础梳理·考点解读	(37)
第二章 函 数	(11)	典例解析·规律探究	(38)
第 1 讲 函数及其表示方法	(11)	新课标·信息搜索	(41)
课标要求·考纲下载	(11)	测点专练·智能提升	(43)
基础梳理·考点解读	(11)	第 2 讲 对数与对数函数	(43)
典例解析·规律探究	(13)	课标要求·考纲下载	(43)
新课标·信息搜索	(19)	基础梳理·考点解读	(43)
测点专练·智能提升	(20)	典例解析·规律探究	(45)
第 2 讲 函数的单调性与奇偶性	(21)	新课标·信息搜索	(47)
课标要求·考纲下载	(21)	测点专练·智能提升	(47)
基础梳理·考点解读	(21)	第 3 讲 幂函数与函数的应用	(48)
典例解析·规律探究	(23)	课标要求·考纲下载	(48)
新课标·信息搜索	(25)	基础梳理·考点解读	(48)
测点专练·智能提升	(25)	典例解析·规律探究	(49)
第 3 讲 一次函数和二次函数	(26)	新课标·信息搜索	(53)
课标要求·考纲下载	(26)	测点专练·智能提升	(55)
基础梳理·考点解读	(26)		

必修 2

第一章 立体几何初步	(59)	新课标·信息搜索	(62)
第 1 讲 空间几何体	(59)	测点专练·智能提升	(63)
课标要求·考纲下载	(59)	第 2 讲 视图与直观图	(64)
基础梳理·考点解读	(59)	课标要求·考纲下载	(64)
典例解析·规律探究	(60)	基础梳理·考点解读	(64)

	典例解析·规律探究	(65)		新课标·信息搜索	(89)
	新课标·信息搜索	(67)		测点专练·智能提升	(89)
	测点专练·智能提升	(67)	第2讲	直线与方程	(90)
第3讲	柱、锥、台、球的表面积与体积	(68)		课标要求·考纲下载	(90)
	课标要求·考纲下载	(68)		基础梳理·考点解读	(90)
	基础梳理·考点解读	(68)		典例解析·规律探究	(91)
	典例解析·规律探究	(69)		新课标·信息搜索	(92)
	新课标·信息搜索	(71)		测点专练·智能提升	(93)
	测点专练·智能提升	(72)	第3讲	两条直线的位置关系	(94)
第4讲	平面的基本性质与推论	(73)		课标要求·考纲下载	(94)
	课标要求·考纲下载	(73)		基础梳理·考点解读	(94)
	基础梳理·考点解读	(73)		典例解析·规律探究	(94)
	典例解析·规律探究	(74)		新课标·信息搜索	(96)
	新课标·信息搜索	(75)		测点专练·智能提升	(97)
	测点专练·智能提升	(76)	第4讲	圆的方程	(98)
第5讲	空间中的平行关系	(77)		课标要求·考纲下载	(98)
	课标要求·考纲下载	(77)		基础梳理·考点解读	(98)
	基础梳理·考点解读	(77)		典例解析·规律探究	(98)
	典例解析·规律探究	(78)		新课标·信息搜索	(100)
	新课标·信息搜索	(80)		测点专练·智能提升	(101)
	测点专练·智能提升	(81)	第5讲	直线与圆、圆与圆的位置关系	(102)
第6讲	空间中的垂直关系	(82)		课标要求·考纲下载	(102)
	课标要求·考纲下载	(82)		基础梳理·考点解读	(102)
	基础梳理·考点解读	(82)		典例解析·规律探究	(103)
	典例解析·规律探究	(83)		新课标·信息搜索	(105)
	新课标·信息搜索	(85)		测点专练·智能提升	(106)
	测点专练·智能提升	(87)	第6讲	空间直角坐标	(106)
第二章 平面解析几何初步		(88)		课标要求·考纲下载	(106)
第1讲	平面直角坐标系中的基本公式	(88)		基础梳理·考点解读	(106)
	课标要求·考纲下载	(88)		典例解析·规律探究	(107)
	基础梳理·考点解读	(88)		新课标·信息搜索	(108)
	典例解析·规律探究	(88)		测点专练·智能提升	(109)

必修3

第一章 算法初步(略)		(113)		新课标·信息搜索	(120)
第二章 统计		(113)		测点专练·智能提升	(120)
第1讲	随机抽样	(113)	第三章 概 率		(122)
	课标要求·考纲下载	(113)	第1讲	事件与概率	(122)
	基础梳理·考点解读	(113)		课标要求·考纲下载	(122)
	典例解析·规律探究	(114)		基础梳理·考点解读	(122)
	新课标·信息搜索	(115)		典例解析·规律探究	(124)
	测点专练·智能提升	(116)		新课标·信息搜索	(125)
第2讲	用样本估计总体与变量的相关性	(116)		测点专练·智能提升	(126)
	课标要求·考纲下载	(116)	第2讲	古典概型	(127)
	基础梳理·考点解读	(117)		课标要求·考纲下载	(127)
	典例解析·规律探究	(118)		基础梳理·考点解读	(127)
				典例解析·规律探究	(128)

新课标·信息搜索	(129)	基础梳理·考点解读	(131)
测点专练·智能提升	(130)	典例解析·规律探究	(132)
第3讲 随机数的含义	(131)	新课标·信息搜索	(133)
课标要求·考纲下载	(131)	测点专练·智能提升	(133)

必修4

第一章 基本初等函数(II)	(137)	基础梳理·考点解读	(172)
第1讲 任意角的概念与弧度制	(137)	典例解析·规律探究	(172)
课标要求·考纲下载	(137)	新课标·信息搜索	(174)
基础梳理·考点解读	(137)	测点专练·智能提升	(175)
典例解析·规律探究	(139)	第3讲 平面向量的数量积	(176)
新课标·信息搜索	(142)	课标要求·考纲下载	(176)
测点专练·智能提升	(142)	基础梳理·考点解读	(176)
第2讲 任意角的三角函数	(143)	典例解析·规律探究	(177)
课标要求·考纲下载	(143)	新课标·信息搜索	(180)
基础梳理·考点解读	(143)	测点专练·智能提升	(180)
典例解析·规律探究	(146)	第4讲 向量的应用	(181)
新课标·信息搜索	(152)	课标要求·考纲下载	(181)
测点专练·智能提升	(153)	基础梳理·考点解读	(181)
第3讲 三角函数的图象与性质	(154)	典例解析·规律探究	(182)
课标要求·考纲下载	(154)	新课标·信息搜索	(184)
基础梳理·考点解读	(154)	测点专练·智能提升	(185)
典例解析·规律探究	(157)	第三章 三角恒等变换	(186)
新课标·信息搜索	(162)	第1讲 和角公式	(186)
测点专练·智能提升	(164)	课标要求·考纲下载	(186)
第二章 平面向量	(166)	基础梳理·考点解读	(186)
第1讲 向量的线性运算	(166)	典例解析·规律探究	(187)
课标要求·考纲下载	(166)	新课标·信息搜索	(193)
基础梳理·考点解读	(166)	测点专练·智能提升	(194)
典例解析·规律探究	(168)	第2讲 倍角和半角公式	(195)
新课标·信息搜索	(170)	课标要求·考纲下载	(195)
测点专练·智能提升	(171)	基础梳理·考点解读	(195)
第2讲 向量的分解与向量的坐标	(171)	典例解析·规律探究	(196)
运算	(171)	新课标·信息搜索	(200)
课标要求·考纲下载	(171)	测点专练·智能提升	(202)

必修5

第一章 解三角形	(205)	课标要求·考纲下载	(211)
课标要求·考纲下载	(205)	基础梳理·考点解读	(211)
基础梳理·考点解读	(205)	典例解析·规律探究	(211)
典例解析·规律探究	(205)	新课标·信息搜索	(213)
新课标·信息搜索	(207)	测点专练·智能提升	(214)
测点专练·智能提升	(209)	第2讲 等差数列及其前 n 项和	(215)
第二章 数列	(211)	课标要求·考纲下载	(215)
第1讲 数列及其通项公式	(211)	基础梳理·考点解读	(215)
		典例解析·规律探究	(215)



	新课标·信息搜索····· (217)		测点专练·智能提升····· (235)
	测点专练·智能提升····· (220)	第2讲	均值不等式····· (236)
第3讲	等比数列及其前 n 项和····· (220)		课标要求·考纲下载····· (236)
	课标要求·考纲下载····· (220)		基础梳理·考点解读····· (236)
	基础梳理·考点解读····· (220)		典例解析·规律探究····· (237)
	典例解析·规律探究····· (221)		新课标·信息搜索····· (239)
	新课标·信息搜索····· (223)		测点专练·智能提升····· (240)
	测点专练·智能提升····· (227)	第3讲	一元二次不等式求解····· (241)
第4讲	数列求和····· (227)		课标要求·考纲下载····· (241)
	课标要求·考纲下载····· (227)		基础梳理·考点解读····· (241)
	基础梳理·考点解读····· (227)		典例解析·规律探究····· (242)
	典例解析·规律探究····· (228)		新课标·信息搜索····· (244)
	新课标·信息搜索····· (228)		测点专练·智能提升····· (245)
	测点专练·智能提升····· (230)	第4讲	二元一次不等式(组)与简单的
第三章 不等式	····· (231)		线性规划问题····· (246)
第1讲	不等关系与不等式····· (231)		课标要求·考纲下载····· (246)
	课标要求·考纲下载····· (231)		基础梳理·考点解读····· (246)
	基础梳理·考点解读····· (231)		典例解析·规律探究····· (247)
	典例解析·规律探究····· (232)		新课标·信息搜索····· (249)
	新课标·信息搜索····· (234)		测点专练·智能提升····· (250)
参考答案	····· (251)		



第一章

集 合

第1讲 集合与集合间的基本关系



课标要求·考纲下载

1. 集合的含义与表示

(1)通过实例,了解集合的含义,体会元素与集合的“属于”关系.

(2)能选择自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题,感受集合语言的意义和作用.

2. 集合间的基本关系

(1)理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.

(2)在具体情境中,了解全集与空集的含义.



基础梳理·考点解读

1. 集合的含义

一般地,某些指定的不同的对象集合在一起,就构成一个集合(也简称集).集合中的每个对象叫做集合的元素.

如高一·二班的所有女生就构成一个集合,而高一·二班的高个子同学就构不成集合.因为多高称为高个子是不明确的.

2. 集合元素的特征

(1)确定性. 对于一个给定的集合,任何一个对象或者是这个集合中的元素,或者不是这个集合中的元素,即 $a \in A$ 或 $a \notin A$,二者必居其一,这是集合最基本的特征.

如 $2 \in \{\text{质数}\}$, $1 \notin \{\text{质数}\}$;再如设 $A = \{\text{中国的直辖市}\}$,上海是集合的元素,而青岛则不是.

(2)互异性. 对于一个给定的集合,集合中的元素一定是不同的(或者说是互异的).这就是说,集合中的任何两个元素都是不同的对象.相同的对象归入同一个集合时只能算作集合的一个元素.若 $a \in A, b \in A$,则 $a \neq b$.例如方程 $(x-1)^3(x+2)(x+5)=0$ 的解集为 $\{1, 1, 1, -2, -5\}$,此写法是不正确的.因为集合中的元素不符合互异性,应为 $\{1, -2, -5\}$.

(3)无序性. 在一个集合中,通常不考虑它的元素的顺序.如 $\{a, b\}$ 和 $\{b, a\}$ 是同一个集合.但对某些特定的集合还是考虑其元素的顺序的,如正整数集合 $N_+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$,若写成 $\{3, 1, 2, 4, \dots\}$,则不再表示 N_+ .再如不能把

$\{(1, 2)\}$ 写成 $\{(2, 1)\}$,或写成 $\{1, 2\}$,或 $\{x=1, y=2\}$.

注意:对集合的理解,一是要把集合和它的元素严格地区分开来.当我们把一些对象看成集合时,就把它看成了“整体”.例如,对“ $x > 3$ ”,可以理解为“ x 在大于 3 的范围内取值”,也可以理解为 x 是大于 3 的一个值或某些值,还可以理解为“可以是大于 3 的任一值”等等.但当我们把它看成集合 $\{x | x > 3\}$ 时,就指所有大于 3 的 x 的全体了.二是集合具有两方面的含义,一方面凡符合条件的对象都是它的元素,另一方面凡它的元素都符合条件.

在判断所给对象能否构成集合时,要特别注意它的“确定性”.在表示一个集合或已知某条件求集合中的元素时,或进行集合的运算时,要特别注意它的“互异性”及“无序性”.

3. 集合的表示法

(1)列举法. 将集合中的元素一一列举出来,并置于花括号“ $\{\}$ ”内.使用列举法时,要注意以下几点:

①元素间用“,”;②元素不重复;③元素无顺序;④一般用于有限集,对于含有较多元素的集合,如果构成该集合的元素有明显规律,可用列举法,但是必须把元素间的规律显示清楚后才能用省略号.例如正偶数集用列举法可表示为 $\{2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\}$.

(2)特征性质描述法. 将集合的所有元素都具有的性质(即满足的条件)表示出来,写成 $\{x | p(x)\}$ 的形式.

具体方法是:在花括号内先写上表示这个集合元素的一般符号及取值范围,再画上一条竖线(有时用冒号“:”),在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征.

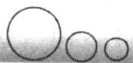
注意:①用描述法表示的集合,对其元素的属性要准确理解.例如,集合 $\{y | y = x^2\}$ 表示函数 y 值的全体,即 $\{y | y \geq 0\}$ 是数集;集合 $\{x | y = x^2\}$ 表示自变量 x 的值的全体,即 $\{x | x \text{ 为任一实数}\}$;集合 $\{(x, y) | y = x^2\}$ 表示抛物线 $y = x^2$ 上的点的全体,是点集(一条抛物线);而集合 $\{y = x^2\}$ 则是用列举法表示的单元元素集,也就是只有一个元素(方程 $y = x^2$)的有限集.

②特定集合的表示:为了书写和应用的方便,常用的数集用特定的大写字母表示.

非负整数全体构成的集合,叫做自然数集,记作 N ;
在自然数集内排除 0 的集合叫做正整数集,记作 N_+ 或 N_+ ;

整数全体构成的集合,叫做整数集,记作 Z ;
有理数全体构成的集合,叫做有理数集,记作 Q ;
实数全体构成的集合,叫做实数集,记作 R .

③符号 \in, \notin 的用法,符号“ \in ”、“ \notin ”是表示元素与集合之间的关系的,不能用来表示集合之间的关系.例如, $\{1\} \in \{\{1\}, \{3\}, \{5\}\}$ 的表



这是正确的,这里 $\{1\}$ 虽是集合,但却是 $\{\{1\},\{3\},\{5\}\}$ 的元素.再如 2 与 $\{3\}$,只能是 $2 \notin \{3\}$,不能是 $2 \neq \{3\}$.

(3)Venn图法.用平面上的封闭曲线的内部表示集合,这种图叫Venn图.

4. 集合与集合之间的关系

(1) 包含关系

①子集:如果 $x \in A \Rightarrow x \in B$,则集合 A 是集合 B 的子集,记为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$.

显然,任何集合是它自身的子集,即 $A \subseteq A$;空集是任何集合的子集,即 $\emptyset \subseteq A$.

②全集:如果集合 S 含有我们所研究的各个集合的全部元素,这个集合就可以看做一个全集,全集通常用 U 表示.

显然,一切集合都是这个全集的子集.

(2) 相等关系

对于两个集合 A, B ,如果 $A \subseteq B$,同时 $B \subseteq A$,那么集合 A 和集合 B 叫做相等集合,记为 $A=B$.

显然,两个相等的集合的元素完全相同.

(3) 真子集关系

对于两个集合 A 与 B ,如果 $A \subseteq B$,并且 $A \neq B$,即 B 中至少有一个元素不属于 A ,我们就说集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$.

显然空集是任何非空集合的真子集.

例如: $\mathbb{N}_+ \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

典例解析·规律探究

在高考中,集合内容一般以两种方式考查:一是考查集合本身的内容,即集合的概念,集合与集合之间的关系,元素与集合之间的关系;二是把集合作为工具,在考查其他内容时加以应用,用集合语言加以叙述.

1. 准确理解集合的概念

例1 设集合 $M = \{x | x = 5 - 4a + a^2, a \in \mathbb{R}\}$,
 $N = \{y | y = 4b^2 + 4b + 2, b \in \mathbb{R}\}$,则下列关系正确的是()

- A. $M=N$ B. $M \supseteq N$
C. $M \subsetneq N$ D. $M \subseteq N$

解析:集合 $M = \{x | x = 5 - 4a + a^2, a \in \mathbb{R}\} = \{x | x = (a-2)^2 + 1, a \in \mathbb{R}\}$,即 M 中元素 $x \geq 1$.又 $N = \{y | y = (2b+1)^2 + 1, b \in \mathbb{R}\} = \{y | y \geq 1\}$,所以 $M=N$.

答案:A

解题心得:一般地,对于较为复杂的两个或两个以上的集合,要判定它们之间的关系,应先将所给集合化简整理,弄清每一个集合的元素个数或范围,然后判断它们之间的关系.

例2 设 $A = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$,若 $B \subseteq A$,求实数 a 组成的集合 C .

分析:解此题的关键是明确 $B \subseteq A$ 的意义,事实上, B 是 A 的真子集,由于 B 是方程 $ax - 1 = 0$ 的解集,故需对 a 的取值进行讨论.

解: $A = \{3, 5\}$.因为 $B \subseteq A$,所以若 $B = \emptyset$,则 $a = 0$;若 $B \neq \emptyset$,则 $a \neq 0$,这时有 $\frac{1}{a} = 3$ 或 $\frac{1}{a} = 5$,即 $a = \frac{1}{3}$ 或 $a = \frac{1}{5}$.

故集合 $C = \{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\}$.

解题心得:解答该类问题,极易忽略 $B = \emptyset$ 的情况,空集是一个特殊的集合,在研究集合之间的关系及运算时,必须要注意.

2. 集合的表示

例3 用列举法表示下列集合:

(1) $A = \{x | x = \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b}, a, b \text{ 为非零实数}\}$;

(2) $A = \{x | \frac{6}{3-x} \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{N}\}$.

分析:(1)关键是根据绝对值的意义化简 $x = \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b}$.当 $a > 0, b > 0$ 时, $x = 2$;当 $a < 0, b < 0$ 时, $x = -2$;当 a, b 异号时, $x = 0$.故 $A = \{-2, 0, 2\}$.

(2)关键是应用元素 x 满足的条件: $\frac{6}{3-x} \in \mathbb{Z}$,且 $x \in \mathbb{N}$,得到 x 的值. x 所取的自然数要使 $3-x$ 整除 6 .故 $3-x = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, x = 2, 4, 1, 5, 6, 0, -3, 9$,而 $x = -3$ 舍去.这样, $A = \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 9\}$.

解:(1)分三种情况:①当 $a, b > 0$ 时, $x = \frac{a}{a} + \frac{b}{b} = 2$;

②当 a, b 互异时,易知 $x = 0$;

③当 $a, b < 0$ 时, $x = \frac{-a}{a} + \frac{-b}{b} = -2$,

故 $A = \{-2, 0, 2\}$.

(2)由题意 $3-x$ 是 6 的因数,故 $3-x = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, x = 2, 4, 1, 5, 6, 0, -3, 9$.而 $x = -3 \notin \mathbb{N}$,舍去,故 $A = \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 9\}$.

解题心得:一般地,列举法一般用于有限集,元素之间有明显规律的无限集亦可用列举法(如自然数集).优点:直观,便于看出这个集合是由哪些元素组成的;不足:元素个数较多时,表示就比较繁琐.特征性质描述法,一般用于只知元素的性质的集合,适用于有限集,无限集.优点:便于看出集合中元素所具有的共同性质,简洁;不足:不够直观.

究竟要用哪种方法,要根据具体问题来决定.

3. 集合间的关系

例4 已知 $\{a, b\} \subseteq A \subsetneq \{a, b, c, d, e\}$,则满足条件的集合 A 的个数是_____.

解析:因为 A 中必有两个元素 a, b ,且又是集合 $\{a, b, c, d, e\}$ 的真子集,从而满足条件的集合 A 是: $\{a, b\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, b, e\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, c, e\}, \{a, b, d, e\}$,共7个.

答案:7

解题心得:这类问题主要考查子集与真子集的概念,解答该类问题时应弄清符合条件的集合 A 的最大集合(元素个数最多)与最小集合(元素个数最少)是什么,只有这样才能不至于多写或遗漏.

另外,本题可结合计数原理(组合)来完成:从 c, d, e 三个元素中取 0 个, 1 个, 2 个的方法数: $C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 = 1 + 3 + 3 = 7$,即为符合条件的集合 A 的个数.

一般地,非空集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 有 2^n 个子集,有 $2^n - 1$ 个真子集,有 $2^n - 2$ 个非空真子集.

4. 集合语言的应用

例5 已知集合 $P = \{x | x^2 + 2(p-1)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 求一次函数 $y = 2x - 1, x \in P$ 的取值范围.

分析: 由集合 P 的定义可知, P 的取值范围是由二次方程 $x^2 + 2(p-1)x + 1 = 0$ 有实根来确定, 求 $y = 2x - 1 (x \in P)$ 的值域, 可由单调性来完成.

解: 由已知, $\Delta = 4(p-1)^2 - 4 \geq 0$,

解得 $p \geq 2$ 或 $p \leq 0$,

$\therefore P = \{x | p \geq 2 \text{ 或 } p \leq 0\}$.

$\therefore x \in P, \therefore x \geq 2$ 或 $x \leq 0$,

$\therefore 2x - 1 \geq 3$ 或 $2x - 1 \leq -1$.

$\therefore y$ 的取值范围是 $y \leq -1$, 或 $y \geq 3$.

解题心得: 明确集合语言, 理解元素的特征性质, 才能化简集合 P , 而求函数的值域的常用方法之一是运用函数的单调性.

例6 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbf{R}\}$.

(1) 若 A 是空集, 求 a 的取值范围;

(2) 若 A 中只有一个元素, 求 a 的值, 并把这个元素写出来;

(3) 若 A 中至多有一个元素, 求 a 的取值范围.

分析: (1) A 是空集, 等价于方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 无实根; (2) A 中只有一个元素, 等价于方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 只有一个实根或两个相等的实根, 要讨论 $a = 0$ 与 $a \neq 0$ 两种情况; (3) A 中至多有一个元素, 是(1)(2)两小题的并集.

解: 集合 A 是方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 在实数范围内的解集.

(1) A 是空集, 即方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 无解, 得 $\Delta = (-3)^2 - 8a < 0, \therefore a > \frac{9}{8}$.

(2) 当 $a = 0$ 时, 方程只有一解, 为 $x = \frac{2}{3}$; 当 $a \neq 0$ 且 $\Delta = 0$, 即 $a = \frac{9}{8}$ 时, 方程有两个相等的实数根, A 中只有一个元素为 $x = \frac{4}{3}$, \therefore 当 $a = 0$ 或 $a = \frac{9}{8}$ 时, A 中只有一个元素, 分别是 $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{4}{3}$.

(3) A 中至多只有一个元素, 包括 A 是空集和 A 中只有一个元素两种情况. 据(1), (2)的结果, 得 $a = 0$ 或 $a \geq \frac{9}{8}$.

解题心得: (1) 对方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 进行讨论时, 不要忽略 $a = 0$ 时的情况, 判断 $\Delta = b^2 - 4ac$ 是对实系数二次方程而言. 根据题设不能确定二次项系数是否为零, 必须分情况讨论.

(2) 注意“相关题”的解法, 后面小题的解答可直接应用前面小题的结论(如本题的第(3)小题).

例7 若 $M = \left\{x \mid \frac{\lg 2ax}{\lg(a+x)} < 1\right\}, N = \{x \mid 1 < x \leq 2\}$, 且 $N \subseteq M$, 求 a 的取值范围.

解: 根据子集概念将原题转化为:

“当 $1 < x \leq 2$ 时, $\frac{\lg 2ax}{\lg(a+x)} < 1$ 恒成立, 求 a 的取值范围”.

这样会使问题获得简解, 即

$\therefore x > 1$, 又 $2ax > 0, \therefore a > 0$.

从而 $a + x > 1, \therefore \lg(a+x) > 0$,

$\therefore \frac{\lg 2ax}{\lg(a+x)} < 1 \Leftrightarrow \lg 2ax < \lg(a+x)$

$\Leftrightarrow 2ax < a + x \Leftrightarrow a < \frac{x}{2x-1}$.

要使原不等式恒成立, 只要

$0 < a < \left(\frac{x}{2x-1}\right)_{\min} = \frac{2}{3}$, 即 $0 < a < \frac{2}{3}$.

解题心得: 解答此类问题的基本思路是根据子集概念将问题转化为“确定恒成立的不等式中的参数范围”问题, 然后根据函数的图象和性质求解.



新课标·信息搜索

1. 近几年山东、广东(全国)高考试题研究

高考命题对本节内容的考查以概念为主, 题型主要是选择题、填空题, 以解答题形式出现的可能性相对较小.

例1 (2005年山东) 设集合 A, B 是全集 U 的两个子集, 则 $A \subseteq B$ 是 $(\complement_U A) \cup B = U$ 的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

解析: 运用 Venn 图, $A \subseteq B$ 时, 如图 1-1-1-1 所示, 则 $(\complement_U A) \cup B = U$ 成立.

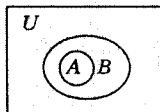


图 1-1-1-1

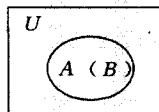


图 1-1-1-2

当 $A = B$ 时, 如图 1-1-1-2 所示,

则 $(\complement_U A) \cup B = (\complement_U B) \cup B = U$ 成立, 即 $(\complement_U A) \cup B = U$ 成立时, 可有 $A = B$.

答案: A

解题心得: 本题主要考查集合的概念与运算, 考查充要条件的判断, 借助 Venn 图可获解, 也可举出特殊的集合.

例2 (2005年北京) 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | x > 1\}, P = \{x | x^2 > 1\}$, 则下列关系中正确的是 ()

- A. $M = P$
- B. $P \subseteq M$
- C. $M \subseteq P$
- D. $(\complement_U M) \cap P = \emptyset$

解析: $\because x^2 > 1, \therefore x > 1$ 或 $x < -1, P = \{x | x^2 > 1\} = \{x | x < -1, \text{ 或 } x > 1\}$. 又 $M = \{x | x > 1\}, \therefore M \subseteq P$.

答案: C

解题心得: 本小题主要考查集合之间的基本关系及简单不等式的解法.

例3 (2005年天津) 集合 $A = \{x | 0 \leq x < 3, \text{ 且 } x \in \mathbf{N}\}$ 的真子集的个数是 ()

- A. 16
- B. 8
- C. 7
- D. 4



解析: $A = \{x | 0 \leq x < 3, x \in \mathbf{N}\} = \{0, 1, 2\}$, 故 A 的真子集个数为 $2^3 - 1 = 7$.

答案:C

解题心得: 本题考查自然数的概念及真子集的概念, 注意, 求真子集时千万不要忘记空集 \emptyset .

2. 一题多解, 讲授方法

例4 (2002年全国) 设集合 $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则()

- A. $M = N$ B. $M \subseteq N$
C. $M \supseteq N$ D. $M \cap N = \emptyset$

分析: 欲判断两集合的关系, 需弄明白两集合中元素的构成.

解法1: 特殊值法.

令 $k = -2, -1, 0, 1, 2$ 可得

$$M = \left\{-\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}\right\},$$

$$N = \left\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\right\},$$

$\therefore M \subseteq N$, 故选 B.

解法2: 直接法.

$$\text{集合 } M \text{ 的元素为 } x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2k+1}{4} (k \in \mathbf{Z}),$$

$$\text{集合 } N \text{ 的元素为 } x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2} = \frac{k+2}{4} (k \in \mathbf{Z}),$$

而 $2k+1$ 为奇数, $k+2$ 为整数, 所以 $M \subseteq N$.

故选 B.

答案:B

解题心得: 集合间关系的判断问题, 关键是集合中元素的组成.

3. 多题一解, 培养能力

例5 (1) 平面直角坐标系中, x 轴、 y 轴上的点的集合可表示为_____.

(2) 平面直角坐标系中, 不在一、三象限内的点的集合可表示为_____.

解析: (1) x 轴上点的纵坐标为 $y=0$, y 轴上点的横坐标为 $x=0$, 故可表示为 $\{(x, y) | xy=0\}$.

(2) 因在第一、三象限内的点 (x, y) , 横坐标 x , 纵坐标 y 同正(第一象限)同负(第三象限), 即 $xy > 0$, 所以不在一、三象限内的点 (x, y) 满足 $xy \leq 0$. 该集合用描述法可表示为 $\{(x, y) | xy \leq 0, x, y \in \mathbf{R}\}$.

答案: (1) $\{(x, y) | xy=0\}$

(2) $\{(x, y) | xy \leq 0, x, y \in \mathbf{R}\}$

解题心得: 两小题目设条件虽然不同, 但解题思路完全一样, 都是先明确点的坐标特征, 再用描述法表示出来.



测点专练·智能提升

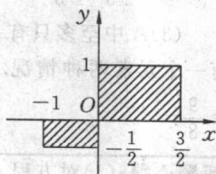
一、选择题

- 下列说法中, 正确的个数是()
①若 $a \in \mathbf{N}$, 则 $a \in \mathbf{N}_+$; ②若 $b \in \mathbf{R}$, 则 $b \in \mathbf{Q}$;
③若 $c \in \mathbf{Z}$, 则 $c \in \mathbf{N}_+$; ④若 $d \in \mathbf{N}_+$, 则 $d \in \mathbf{Z}$.
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 下列定义的集合中, 不正确的是()
A. 全体3的倍数的集合
B. 平面上到原点 O 的距离等于3的点的集合
C. 一些四边形的集合
D. 单位圆的内接多边形的集合
- 已知集合 $A \subseteq \{2, 3, 7\}$, 且 A 中至多有一个奇数, 则这样的集合共有()
A. 2个 B. 4个 C. 5个 D. 6个
- (2004年江西九校联考) 已知集合 $A \subseteq \{1, 2, 3\}$, 且 A 中至少含有一个奇数, 则这样的集合 A 有()
A. 6个 B. 5个 C. 4个 D. 3个
- (2004年东北三校联考) 设集合 $P = \{3, 4, 5\}$, $Q = \{4, 5, 6, 7\}$, 定义 $P * Q = \{(a, b) | a \in P, b \in Q\}$, 则 $P * Q$ 中元素的个数为()
A. 3 B. 7 C. 10 D. 12
- (2003年海淀模拟) 已知集合 $A = \{x | a - 1 \leq x \leq a + 2\}$, $B = \{x | 3 < x < 5\}$, 则能使 $B \subseteq A$ 成立的实数 a 的取值范围是()
A. $3 < a \leq 4$ B. $3 \leq a \leq 4$
C. $3 < a < 4$ D. \emptyset
- (2005年湖北) 设 P, Q 是两个非空实数集, 定义集合 $P + Q = \{a + b | a \in P, b \in Q\}$, 若 $P = \{0, 2, 5\}$, $Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P + Q$ 中元素的个数是()
A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

二、填空题

- 如果数集 $\{0, 1, x+2\}$ 中有3个元素, 那么 x 不能取的值是_____.
- 已知集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x | x \in A, x \in \mathbf{N}_+\}$, $C = \{x | x \subseteq A\}$, 则 A, B, C 之间的关系是_____.
- 现有三个实数的集合可表示为 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\}$, 也可表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$, 则 $a^{2005} + b^{2006}$ 的值为_____.

11. (2002年北京市朝阳区模拟题) 用描述法表示图1-1-1-3中阴影部分的点(包括边界上的点)的坐标的集合应为_____.



三、解答题

- 已知数集 M 满足条件: 若 $a \in M$, 则 $\frac{1+a}{1-a} \in M (a \neq \pm 1, a \neq 0)$, 已知 $3 \in M$, 试把由此确定的集合 M 的其他元素全部求出来.
- 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 - (a+1)x + a \leq 0\}$.
(1) 若 $A \subseteq B$, 求 a 的取值范围;
(2) 若 $B \subseteq A$, 求 a 的取值范围;
(3) 若 $A \cap B$ 为仅含有一个元素的集合, 求 a 的值.

第2讲 集合的基本运算

课标要求·考纲下载

集合的基本运算

(1)理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.

(2)理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.

(3)能使用 Venn 图表达集合的关系及运算,体会直观图示对理解抽象概念的作用.

基础梳理·考点解读

1. 交集

对于两个给定的集合 A, B , 由属于 A 又属于 B 的所有元素构成的集合, 叫做 A, B 的交集, 记作 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”. 即 $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且 } x \in B\}$. $A \cap B$ 可用 Venn 图(图 1-1-2-1 中的阴影部分)来表示.

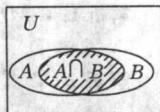


图 1-1-2-1

例如, 若 $A = \{1, 2, 3, 5\}, B = \{3, 6, 9\}, C = \{3\}$, 则 $C = A \cap B$.

注意: 对有关概念, 不但能用文字语言来叙述它, 而且要熟悉它的符号语言(即数学语言)及图形语言, 注意三者之间的互译.

2. 并集

对于两个给定的集合 A, B , 把它们所有的元素并在一起构成的集合, 叫做 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 读作“ A 并 B ”, 即 $A \cup B = \{x | x \in A, \text{或 } x \in B\}$.

例如, $\{0\} \cup \mathbb{N}_+ = \mathbb{N}$, 你能用 Venn 图表示 $A \cup B$ 吗?

3. 补集

如果 A 是全集 U 的一个子集, 由 U 中不属于 A 的所有元素构成的集合, 叫做 A 在 U 中的补集, 记作 $\complement_U A$, 读作“ A 在 U 中的补集”, 即 $\complement_U A = \{x | x \in U, \text{且 } x \notin A\}$.

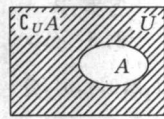


图 1-1-2-2

全集通常用矩形区域表示, 全集与它的任意一个真子集之间的关系, 可用 Venn 图表示, 如图 1-1-2-2.

例 1 (2005 年宣武五月) 设 $S = \{a, b, c, d, e\}, M = \{a, b, c\}, N = \{b, c, d\}$, 则 $\complement_S(M \cup N) = (\quad)$

- A. $\{a, b, c\}$ B. $\{e\}$
C. $\{a, b, e\}$ D. \emptyset

解析: 可先求 $M \cup N$, 再求它在 S 中的补集.

$\because M \cup N = \{a, b, c, d\}, \therefore \complement_S(M \cup N) = \{e\}$. 故选 B.

答案: B

4. 集合运算的常用性质及结论

对于任意两个集合 A, B , 有

(1) $A \cap B = B \cap A$;

$A \cap A = A$;

$A \cap \emptyset = \emptyset \cap A = \emptyset$;

如果 $A \subset B$, 则 $A \cap B = A$; 反之, 若 $A \cap B = A$, 则有 $A \subset B$.

(2) $A \cup B = B \cup A$;

$A \cup A = A$;

$A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$;

如果 $A \subset B$, 则 $A \cup B = B$; 反之, 若 $A \cup B = B$, 则 $A \subset B$.

(3) $A \cup \complement_U A = U, A \cap \complement_U A = \emptyset, \complement_U(\complement_U A) = A$.

(4) $\complement_U(A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B), \complement_U(A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

(5) $\text{card}(A \cup B) = \text{card } A + \text{card } B - \text{card}(A \cap B)$.

5. 本讲题目涉及的三种常用的思想方法

(1) 数形结合的思想

①在深刻理解集合的交、并、补概念的基础上, 用 Venn 图(较简单的)解有关集合问题, 可化难为易.

例 2 设 S, T 是两个非空集合, 且 $S \not\subset T, T \not\subset S$, 令 $X = S \cap T$, 那么 $S \cup X$ 等于()

- A. X B. T C. \emptyset D. S

解析: $S \not\subset T, T \not\subset S$ 用 Venn, 如图 1-1-2-3, 表示如下, 很明显 $S \cup X = S$.

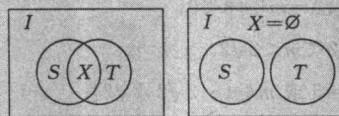


图 1-1-2-3

答案: D

②两个集合都是不等式的解集时, 求它们的交、并、补通常用数轴直观显示, 但要注意区间的开与闭.

例 3 已知 $A = (-2, -1) \cup (1, +\infty), B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}, A \cup B = (-2, +\infty), A \cap B = (1, 3]$, 求实数 a, b 的值.

解: 设 $B = [a, \beta], \because A \cup B = (-2, +\infty),$

$\therefore -2 < a \leq -1, \beta \geq 1$. 又 $A \cap B = (1, 3],$

$\therefore \beta = 3, a \geq -1$, 从而 $a = -1$, 则

$a = -(a + \beta) = -2, b = a\beta = -3$.

利用数轴可以帮助我们思考, 使解答准确无误.

③若集合中的元素是用坐标形式表示的, 要想到满足条件的点所构成的图形是什么, 画出草图, 转化为解析几何问题.

例 4 设全集 $I = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$, 集合 $M = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = 1\}, N = \{(x, y) | y \neq x+1\}$, 那么 $M \cup N$ 在 xOy 平面内的补集等于()

- A. \emptyset B. $\{(2, 3)\}$
C. $(2, 3)$ D. $\{(x, y) | y \neq x+1\}$

解析: 集合 M 表示的点集为直线 $y = x+1$ 除掉点 $(2, 3)$, 集合 N 为直角坐标平面除掉直线 $y = x+1$ 以外的点, $M \cup N$ 为坐标平面除掉 $(2, 3)$ 的点, 所以, $M \cup N$ 在坐标平面 xOy 内的补集为 $\{(2, 3)\}$, 即 $\complement_I(M \cup N) = \{(2, 3)\}$.