紅專大学預科函授教材

代　　数

第一分册

（初　稿）

天津市紅專广播函授大学
預科数学教研組編

高等教育出版社

本書是天津市紅專广播函授大學預科所用的代数講义，全書內容包括了中學代數里的主要教材。如：数的概念，代数式，无理式，級数，对数，排列，組合，函数，不等式，方程式等。

本書的編写，注意到叙述淺显，結合实际。培养一般在进入紅專大学本科之前所必要知道的一些代数知識。

紅專大學預科函授教材

代　数

第一分册

（初稿）

天津市紅專广播函授大學預科数学教研組編

高等教育出版社出版北京宣武門內承恩寺7号

（北京市書刊出版業營業許可證出字第054号）

人民教育印刷厂印刷　新华書店發行

統一書号13010·540　開本850×1168 1/32　印張14/16

字數21,000 印数3,501—26,500 定價(8)￥0.09

1958年11月第1版　1959年2月北京第3次印刷

目　录

第一章　代数式 ………………………………………… 1

1) 用字母表示数 ………………………………………… 1

2) 代数式 ………………………………………… 2

3) 系数 ………………………………………… 4

4) 冪 ………………………………………… 4

5) 运算定律和性質 ………………………………………… 6

第二章　有理数 ………………………………………… 7

1) 具有相反方向的量 ………………………………………… 7

2) 有理数 ………………………………………… 9

3) 用数軸表示数 ………………………………………… 9

4) 相反的数 ………………………………………… 9

5) 絕对值 ………………………………………… 10

6) 有理数大小的比較 ………………………………………… 10

7) 有理数加法的实例 ………………………………………… 12

8) 有理数的加法 ………………………………………… 12

9) 三个或三个以上的有理数的加法 ………………………………………… 13

10) 有理数加法的主要性質 ………………………………………… 13

11) 有理数减法的意义 ………………………………………… 15

12) 有理数减法的法則 ………………………………………… 15

13) 有理数减法的主要性質 ………………………………………… 16

14) 代数和 ………………………………………… 17

15) 两个有理数的乘法 ………………………………………… 18

16) 三个或三个以上的有理数的乘法 ………………………………………… 20

17) 有理数乘法的主要性質 ………………………………………… 20

18) 有理数的乘方 ………………………………………… 21

19) 有理数除法的意义 ………………………………………… 23

20) 有理数除法的法則 ………………………………………… 23

21) 有理数除法的主要性質 ………………………………………… 24

第一章　代数式

1) 用字母表示数　在算术中的算式里經常用数字表示数，如8丈5尺−3丈7尺，$1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，等。在代数中的代数式里經常也用字母表示数，如 $a+b$，$ab+4$ 等。我們要研究代数式，就要先討論一下用字母表示数的問題。

現在我們說明为什么要用字母表示数，这样有什么好处。

(1) 表示某一个公式　我們在工厂里工作时，常常遇到数学中的公式，为了使用方便，公式常是用字母表示，如：

圓周長：$2\pi R$ 或 πd，此处 π 約为 3.1416，R 为圓的半徑，d 为圓的直徑；我們只要知道圓的半徑或直徑就能計算圓周的長了，如 $R=5$ 时，則圓周長为 $2\pi R=10\pi=10\times3.1416=31.416$(吋)，如 $d=4$ 时，則圓周長为 $\pi d=4\pi=4\times3.1416=12.5664$(吋)。在圓周長的公式里，若直徑用吋則所得的圓周長也用吋，若直徑用公尺則所得的圓周長也用公尺。

我們再研究一个圓周長公式，它是我們工人同志常应用的一个公式，也是我們工人同志在生产过程中發現的一个有实用价值的近似公式，这个公式就是：直徑为 d 吋的圓周長为 $80d$ 公厘。这个公式与剛才研究的圓周長公式的不同，就是直徑与圓周長的單位不同。直徑的單位用吋时所得的圓周長的單位就是公厘。比前一个公式計算簡單，因为用 d 乘以 80 比乘以 3.1416 省事的多。

为什么直徑为 d 吋时圓周長为 $80d$ 公厘呢？

因为　　$1(\text{吋})=25.4\times1(\text{公厘})$

　　　　$2(\text{吋})=25.4\times2(\text{公厘})$

　　　　$3(\text{吋})=25.4\times3(\text{公厘})$

所以　　$d(\text{吋})=25.4\times d(\text{公厘})$。

圓周長:　πd(吋)$=3.1416d$(吋)

$=3.1416d\times25.4d$(公厘)

$=80d$(公厘)。

我們再研究一个用字母表示数的公式,如圓环形面积为

$$0.7854(D+d)(D-d).$$

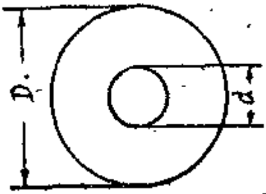

圖 1.

此处 D、d 分別为大小圓直徑,若 D 及 d 已經知道,圓环形面积就能求出。$D=5$ 吋,$d=4$ 吋,則圓环形面积

$=0.7854(5+4)\times(5-4)$

$=0.7854\times9=7.0686$(平方吋)。

关于这个圓环形面积公式是如何推导出来的,以后再講。

(2) 利用字母表示运算法則　例如,在算术里,分数乘以分数的法則是,把分子相乘的积做分子,分母相乘的积做分母,写成一个分数。我們可以簡單地用字母来表示这个法則,例如,我們用 a 和 b 分別表示第一个分数的分子和分母,c 和 d 分別表示第二个分数的分子和分母,就可以把这个法則写成:

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}.$$

从这个例子可以看出,用字母 a, b, c, d 表示数,这个代数式子表示这个分数相乘的法則,比用語言說明簡單明确的多。

在代数式中經常用字母表示数,所以我們本章一开始就研究字母表示数。現在我們来研究什么叫代数式?

2) 代数式　下列各式是代数式:

$$2\pi R;\ \ \pi d;\ \ a+b;\ \ 2b-1;\ \ a+b-\frac{1}{2};\ \ 2a^2-3;$$

$$\frac{a}{b}+c-1;\ \ \sqrt{a-1};\ \ a+(a^2-1);\ \ 5\text{ 等等。}$$

由这些例子来說明什么是代数式是不够的,应該分析每个式

子的性質，然后再概括出这些式子中的共同性質，最后用比較严密的語句加以叙述，来說明什么式子叫代数式。这种工作在数学里叫作給代数式下定义，或者叫定义代数式。

从以上这些例子里，看出有的用字母表示数，有的用数字表示数，有的又用字母又用数字。各式子里所用的运算无非是加、减、乘、除、乘方和开方，在代数的計算式里各种运算进行的顺序，規定为：首先乘方与开方，然后再乘除，最后是加减。因此，我們定义代数式如下：

用字母或数字表示数，并且用运算符号把它們联結起来，所得到的式子叫做代数式。

例如 $$2a^2+bc-(4a+3)$$

就是一个代数式，这个代数式里有字母"a""b""c"表示数，也有数字"2""4""3"表示数；被指明的运算有加、减和乘，被指明的运算符号有"+""−""( )"等。我們初步了解了什么是代数式之后，还要研究与代数式有关的概念。

下面介紹：代数式的值、系数、幂、底数、指数等概念。

关于代数式的值的概念我們已經知道了，如上面講的 $80d$ 就是一个代数式，当 $d=5$ 时时，代数式 $80d$ 的值是 $80\times5=400$(公厘)或 4(公寸)。

再如，$2a+3b$ 是一个代数式，当 $a=12, b=4$ 时，代数式 $2a+$ $+3b$ 的值就是 $2\times12+3\times4=36$，一般的說，

如果用数值代替代数式里的字母，并且按照指定的顺序进行指定的运算，那末所得的結果就叫做代数式的值。

剛才我們举的例子，圓周長为 $80d$(公厘)，就是用数值 5(吋)代替了代数式 $80d$ 里的字母 d，并且按着指定的乘法运算，那末所得的結果 800(公厘)就叫做代数式 $80d$ 的值。

一个代数式可以有不同的值，因为同一个代数式 $80d$ 里的字母 d，可以取各种不同的数值，因此其結果也就不相同了。

这一章是研究代数式，因为代数式里經常是用字母表示数，所以本节課首先研究了字母表示数的意义，后来才研究到什么是代数式，以及什么是代数式的値。

習 題

1. 写出下列公式:

(1) 已知長方体的長是 a 米，寬是 b 米，高是 c 米，写出計算它的体积公式。

(2) 三角形的面积 S 等于底 a 和高 b 的乘积的一半。

2. 任意写出五个代数式的例子。

3. 如果有一塊長为 1.6 米(公尺)的長方形的鉄片，問能捲成直徑为 4 吋的圓柱形的鉄筒多少个(假若我們不計算接触处所用的鉄片材料)?

3) 系数 有些代数式是用数字和字母表示的几个因数的乘积，例如 $40t$, $\frac{1}{2}ab$, $0.25abc$ 等。在 $40t$ 里，40 是 t 的系数；在 $\frac{1}{2}ab$ 里，$\frac{1}{2}$ 是 ab 的系数；在 $0.25abc$ 里，0.25 是 abc 的系数。在这些乘积里，数字所表示的因数，叫做字母所表示的因数的系数，

注意 如果系数是 1，通常都省略不写，例如，$1a$ 就写 a，$1ab$ 就写 ab。我們知道 $a2=2a$, $ab3=3ab$，因为通常都把系統写在字母的前面，所以把 $a2$ 写成 $2a$，把 $ab3$ 写成 $3ab$，以上二点我們在今后作習題时，要特别注意。

我們看看下列各式的系数各为何数？ $25a$; $0.2ab$; ab; $\frac{2}{3}ad$。

4) 冪 为了便于了解冪的概念，我們先介紹与冪有密切关系的概念——乘方。

有些代数式里含有若干个相同因数的乘积。例如三个相同因数的乘积 aaa，为了簡單起見，我們規定用 a^3 来代替 aaa，同样用 a^4 来代替 $aaaa$，同样 $aaaaa=a^5$。

求相同因数的积的运算叫做乘方，乘方的結果叫做冪。如 $2^3=8$; "8"叫做冪，"2"叫冪的底数，"3"叫做冪的指数。同样，$3^4=81$，"81"叫做冪，"3"叫冪的底数(即因数)，"4"叫做冪的指数

(即因数的个数)。

指出下列各式中那些数是幂? 幂的底数? 幂的指数? $5^2=25$; $2^4=16$; $2^5=32$; $a^4=b$。

現在我們介紹有关幂的讀法: a^2 讀做 a 的平方或 a 的二次幂, a^3 讀做 a 的三方(立方)或 a 的三次幂, b^4 讀做 b 的四次方或 b 的四次幂。

这两种讀法就如同 $2+3$ 讀做 2 加 3 或 2 与 3 的和。就是前一种讀法采用运算方法, 后一种讀法采用运算結果。我們說 $2+3$ 的結果是 5, 或者說 2 与 3 的和是 5, 同样, 我們說 2 的三次方的結果是 8, 或者說 2 的三次幂是 8。

把 50000 化为 5×10^4, 叫做用 10 的幂的形式表示 50000。

例 用 2 的幂表示 96, 由除法得

$$\begin{array}{r|r} 2 & 96 \\ \hline 2 & 48 \\ \hline 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

所以 $$96=3\times2^5.$$

例 用 5 的幂表示 250, 由除法得

$$\begin{array}{r|r} 5 & 250 \\ \hline 5 & 50 \\ \hline 5 & 10 \\ \hline & 2 \end{array}$$

所以 $$250=2\times5^3.$$

試用 10 的幂的形式表示下列各数:

2000, 1000000, 3000000000,

用 3 的幂的形式表示下列各数: 162, 135, 729。

注意 我們規定 a^1 就是 a, 指数 1 通常就省略不写。因此 a 虽然是 a 的一次幂, 通常就讀做 a。

下面我們来比較一下系数与幂的指数这两个概念的不同意义。$3a$ 里的 3 叫 a 的系数，a^3 里的 3 叫幂的指数。我們知道，$3a=a+a+a$, $a^3=aaa$。由此不难看出前者表示三个 a 相加，后者表示三个 a 相乘。同样 $5a=a+a+a+a+a$, $a^5=aaaaa$。5 在式子 $5a$ 里叫系数，5 在式子 a^5 里叫指数。

例　化 c^4，使它不含 1 以外的指数，$c^4=cccc$。

例　化 $4a^2$，使它不含 1 以外的系数 $4a^2=a^2+a^2+a^2+a^2$。

例　化 $4a^2$，使它不含 1 以外的系数和指数

$$4a^2=a^2+a^2+a^2+a^2=aa+aa+aa+aa.$$

例　利用系数和指数，化簡 $aaa+aaa$。

$$aaa+aaa=a^3+a^3=2a^3.$$

由此例我們可以看出用系数及幂的形式表示代数式，能簡化代数式的形式。如

$$aaaa=a^4,\ a+a+a+a+a=5a,\ a^2+a^2=2a^2.$$

我們已介紹了与代数式有关的概念——系数、幂、底数和指数。并介紹了它們的讀法，最后把系数与幂这二个概念做了对比，以免混淆。

关于代数式的知識我們就研究到这里。下一章要講有理数，有理数的运算和算术里学过的运算定律和性質差不多，因此我們有必要复習一下算术里学过的运算定律和性質。

5) 运算定律和性質

(1) 加法运算定律

i) 加法交换律：如 $2+3=3+2$；一般地說：$a+b=b+a$。

ii) 加法結合律：如 $(2+3)+1=2+(3+1)$；一般地說：$(a+b)+c=a+(b+c)$。

(2) 減法运算性質

如 $10-(2+3)=10-2-3$；一般地說：$a-(b+c+d)=a-b-c-d$。

(3) 乘法运算定律

i) 乘法交换律　如 $2\times3=3\times2$；一般地說：$ab=ba$。

ii) 乘法結合律　如 $(2\times3)\times4=2\times(3\times4)$；一般地說：$(ab)c=a(bc)$。

iii) 乘法分配律

如 $(2+3)\times4=2\times4+3\times4$；一般地說：$m(a+b+c)=ma+$ $+mb+mc$。

(4) 除法运算性質

如 $(8+6)\div2=8\div2+6\div2$；一般地說：$(a+b+c)\div m=a\div$ $\div m+b\div m+c\div m$。

習　題

1. 利用系数，化简下列各式：

(1) $n+n+n+n$；　(2) $a+b+a+b+a$；

(3) $m+m-a-a$；　(4) $\frac{c+c+c+c}{2}$。

2. 化 n^3+n^3，使它不含 1 以外的指数。

3. 化 $3a^2$，使它不含 1 以外的系数。

4. 化 $3a^2$，使它不含 1 以外的系数和指数。

5. 利用 10 的冪，簡單地表示下列各数：

(1) 光的速度約每秒是 30,000,000,000 公分。

(2) 我国的面积近于 10,000,000平方公里。

(3) 我国人口总数約为 650,000,000 人。

第二章　有理数

1) **具有相反方向的量**　人类最初由于生活的需要，要去数一数东西，如人的数目，动物的头数，捕获的野兽数目等，这样由于数东西而产生了一系列的数，就是自然数列：1、2、3、4、…。以后又产

生了零的概念,零和自然数叫整数。自然数列是无限的,这一点在人們生活中是有深刻的体会。后来由于測量的实践,产生了对新数的需要,如測量的結果有时不全是整数,这样就产生了分数的概念。同时人們又認識到大多数的量是可以度量的,因而就产生了量的增大和減小,即是产生了两种不同的方向。例如:看下表

季度	每季度末工人人数	工人人数		每季度工人人数的变化
		增加	減少	
I	124	2	0	+2
II	121	0	3	−3
III	121	0	0	0
IV	125	4	0	+4

每季度工人数目是变动的,因此我們作这样的規定,在減少个数的前面添个減号,在增加个数的前面則添个加号。

又例如:溫度計在半夜和 0° 相距 2°,在中午和 0° 相距 8°,問从半夜到中午溫度变化了多少?很显然,問題本身还沒有說清楚。因为半夜和 0° 相距 2°,可以是零上 2°,也可以是零下 2°。同样在中午也未說明是零上 8°,还是零下 8°?这就需要我們把溫度的方向指出。如果从零度起,零度以上用加号表示,零度以下用減号表示。那么零上 8°就用"8°"表示,零下 2°用"−2°"表示(−2°可以讀作負 2 度,它是表示相反的方向,并非減法的运算)。所以这个問題应該这样問,溫度計在半夜指向 −2°,在中午指向 8°,从半夜到中午溫度变化怎样?变化多少度?这样我們就可以确定的回答溫度上升了 10°。

通过以上两个例子,我們看出具有方向的量,在生活中存在着很多。如收入或支出,从一点出發上升或下降等。如果我們規定收入、上升是正的,那末支出、下降便是負的,因而我們說,下降是負的上升,支出是負的收入。

2) 有理数 我們把算术里所談的自然数和分数叫做正数。把帶有"－"号的正数叫負数。零不是正数，也不是負数。我們把正的整数和分数，負的整数和分数以及零都叫做有理数。

3) 用数軸表示数 首先介紹什么是数軸，如果我們以一条綫段 AB 的 A 点到 B 点，来表示这个綫段的方向，則 A 点就叫做綫段 AB 的原点，B 点叫做綫段 AB 的終点。利用这种綫段，可以把有理数表示出来，先取任意一条直綫，規定直綫的某一方向是正的(一般是从左到右)，其相反方向为負，再取任意一条綫段 a 作为單位長。如要表示出 5，那么就在直綫上任取一点 A 为原点，再在直綫上向右截取 AB，使 AB 等于 $5a$。則終点 B 就表示 5。要表示－3 的話，就从 A 点在直綫上向左截取綫段 AC，使它等于 $3a$，則 c 点就表示－3，如下圖所示。

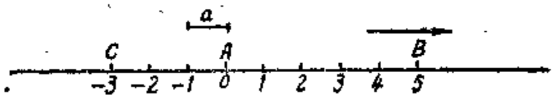

圖 2.

这种用来表示数的直綫叫数軸。

4) 相反的数 正数和負数叫做相反的数。

例如：在原点的右边有一个点表示正数，則在原点的左边必定有一个对应点表示負数。如 3 在原点的对应点是－3，反之如－5 在原点的对应点則为 5，如圖所示。

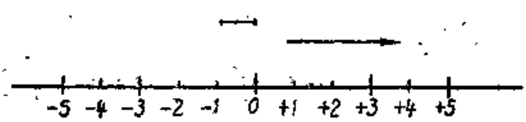

圖 3.

有时为了强調正負数的相反性，在正数前面記上正号"＋"例如 5 就記为＋5。

这一节里应該掌握的是正数、負数、有理数的定义，零是什么

数？什么是相反的数并应会在数軸上表示出数来。

習 題

1. 我現在是 a 岁，多少年后我是 15 岁？

   (1) $a=14$;　(2) $a=8$.

2. 在数軸上記出下列各数：

   3;　-5;　-1.5;　$3\frac{1}{2}$;　0.

3. 簡單的写出下列各数：

   (1) $+3=$？ (2) $+(-5)=$？

4. 用有理数写出下列温度計的度数：

   零上 16°；零下 10°；零上 5°；零度。

4. 説明下列各句話的意义：

   (1) 飞机先上升 8 千米，后来又上升 -5 千米。

   (2) 某同志月初存入銀行 15 元，在月末又存入 -8 元。

5）**絕对値**　我們分别介紹正負数絕对値的定义，再介紹絕对値的表示方法。

正数的絕对値：是指这个正数本身。例如：$+5$ 的絕对値就是 5。負数的絕对値：是指和这个負数相反的数。例如：-7 的絕对値是 7。但是零的絕对値还是 0。

絕对値的表示方法：表示一个数的絕对値，就在这个数的两旁各画一条竪綫，例如，$+5$ 的絕对値就写做 $|+5|$ 或 $|5|$，但 $|+5|=|5|=5$。-8 的絕对値可写做 $|-8|$，同样 $|-8|=8$。零的絕对値可写做 $|0|$，$|0|=0$。若两个数的絕对値相等，而且它們在原点的同一方，那么这两个数就相等。

如果有两点在数軸上距离某点等远，那么对应这两点的数的絕对値怎样？若距离不等呢？

6）**有理数大小的比較**　我們知道溫度計上表示的溫度，越往上溫度越高，越往下越低，所以在溫度計上指出的刻度，上面一格的度数比下面一个的度数大。例如，$10°>4°$；$4°>0°$；$0°>-3°$等等。至于有理数大小的比較，也同样有規定：在数軸上表示两个有

理数，在右边的一个数总比在左边的一个数大(若規定数軸的方向是从左到右)。因此，

(1) 任何正数都大于零。例如：$5>0$；$2\frac{1}{2}>0$，因为它們都在点0的右边。

(2) 两个正数其中絕对值大的数大。例如：$|4|$与$|3|$，而$|4|=4$，$|3|=3$，但$4>3$。

(3) 任何負数都小于零。例如：$-1<0$；$-4\frac{1}{2}<0$，因为它們都是在点0的左边。又如一个人虽然沒有錢，但比那負了債的人富裕。

(4) 两个負数，其中絕对值小的数大。例如：$|-4|$与$|-5|$；而$|-4|=4$，$|-5|=5$，$|-4|<|-5|$，但$-4>-5$。从溫度計来說，零下的溫度以負的来表示。那么零下4度是比零下5度的气溫要高。

(5) 任何正数都大于任何負数。例如：$+1>-1$；$+3.8>$ >-4.6，这是很显然的。

在这节里应該了解，正負数的絕对值是指什么？在数軸上表示两个有理数时有怎样規定？如何比較有理数的大小？

習 題

1. 能憑$|m|=|n|$，断定$m=n$嗎？能憑$|m|>|n|$，断定$m>n$嗎？假定m，n都是正的話。

2. 用不等号联結下列各組的两个数：

(1) -8 和 -6；(2) $4\frac{1}{3}$和$4\frac{1}{2}$；(3) -5和0。

3. 用不等号或等号联結下列各組的两个数：

(1) $|-4|$和3；(2) $|-2|$和-2；(3) $|+6|$和$|-7|$；(4) $\left|+3\frac{1}{2}\right|$ 和 $\left|-3\frac{1}{2}\right|$。

4. (1)写出絕对值大于4的三个正数和三个負数；(2)写出絕对值小于3的三个正数和三个負数；(3)写出絕对值等于2的一个正数和一个負数。

5. 写出所有适合下列条件的数，并且把它們記在数軸上：(1)大于-8而小于-2

的整数；(2)小于 0 而大于 -5 的整数；(3) 大于 -3 而小于 3 的整数。

6. 写出

(1) $-4, -1, 0.01, -3\frac{3}{4}$ 各数中最大的一个；(2) $-1, 0, 0.01, -5\frac{1}{2}$ 各数中最小的一个。

7）有理数加法的实例 一个学生在一条东西方向的直路上，先向东走了 a 米，后来又向东走了 b 米，問他向东一共走了多少米？

很明显，若规定向东是正的，那末当 a 与 b 都是正数时，所求的米数 x 是 a 与 b 的和，卽 $x=a+b$。

但是上面問題里的 a 和 b 可能是負数或是零，也就是这学生可能是向西走，或者沒有走。这样就需要研究 a 和 b 各是正数、負数或零时，这些数的加法是怎样？

8）有理数的加法 正数和正数，正数和零，零和零的这些加法，在算术里已經学过，所以对以上所提問題只研究以下几种情况。

(1) 每次該学生都向西走，若先向西走 20 米，后又向西走 10 米，結果怎样？显然 $a=-20, b=-10$，其結果是向西走了 30 米。就是 $x=(-20)+(-10)=-30$。因此得出两个負数相加的法則如下。

两个負数的和仍然是負数，它的絕对值等于这两个数的絕对值的和。

(2) 若該生先向东走 30 米，后来又向西走 20 米，那么 $a=+30, b=-20$，結果他向东走了 10 米，就是 $x=(+30)+(-20)=+10$。若先向西走 20 米，后来又向东走 30 米，結果还是向东走了 10 米，就是 $x=(-20)+(+30)=+10$。从上两个例子說明：

正数加上負数或者負数加上正数，如果正数的絕对值大，那末它們的和是正数。和的絕对值等于这两个数的絕对值的差。

(3) 若該生先向东走 20 米，后来向西走 30 米，那么 $a=+20$，

$b=-30$, 其結果是向西走了 10 米，卽是 $x=(+20)+(-30)=-10$。

同样的若先向西走 30 米，后向东走 20 米，結果还是向西走了 10 米，卽是 $x=(-30)+(+20)=-10$。因此

正数加上負数或負数加上正数(卽正負数之和)，如果負(正)数的絕对值大，那么它們的和是一个負(正)数，和的絕对值等于这两个数的絕对值的差。

又如該生先向东走 30 米，后来向西走 30 米，則 $a=30$, $b=-30$,結果他仍在原处,就是 $x=(+30)+(-30)=0$,所以两个符号相反的数的和等于零。

又如他先向西走 20 米,后来沒走,卽是 $a=-20$, $b=0$,其結果是向西走了 20 米,卽是 $x=(-20)+0=-20$。

若先沒走，后来向西走 30 米,显然其結果还是向西走 30 米，卽是 $x=0+(-30)=-30$, 从以上又得法則如下。

負数加上零，或者零加上負数，它們的和仍旧等于原来的負数。

9) **三个或三个以上的有理数的加法** 可先求出前两个数的和。再在这个和上加上第三个加数。

例如 $(+8)+(-5)+(-4)+(+3)=(+3)+(-4)+(+3)=(-1)+(+3)=+2$。

10) **有理数加法的主要性質**

(1) 交换律:交换两个相加数的位置,它們的和不变。例如: $(-30)+(-20)=(-20)+(-30)=-50$, $(+30)+(-20)=(-20)+(+30)=+10$。因此 $a+b=b+a$。

(2) 結合律:三个数相加,先相加前两个数或先相加后两个数其和不变。例如 $(+8)+(-5)+(-4)=[(+8)+(-5)]+(-4)=(+8)+[(-5)+(-4)]=-1$。因此

$$(a+b)+c=a+(b+c)。$$

加法交换律和結合律对于三个以上的数相加也成立的。从加法結合律还可以推出：

一个数加上若干个数的和，可以把这个数依次加上和里的各个加数。

例如：$a+(b+c+\cdots+n)=a+b+c+\cdots+n$

应用以上的性質，有时可以使加法演算比較簡便。例如：

$(+23)+(-5)+(-32)+(+7)=(+23)+(+7)+(-32)+$
$+(-5)=[(+23)+(+7)]+[(-32)+(-5)]=(+30)+(-37)=$
$=-7$。

例如：

$$\left(-3\frac{1}{3}\right)+\left[\left(+2\frac{1}{2}\right)+\left(-3\frac{2}{3}\right)+\left(+5\frac{1}{2}\right)+\left(-7\frac{3}{4}\right)\right]=$$
$$=\left(-3\frac{1}{3}\right)+\left(+2\frac{1}{2}\right)+\left(-3\frac{2}{3}\right)+\left(+5\frac{1}{2}\right)+\left(-7\frac{3}{4}\right)=$$
$$=\left[\left(-3\frac{1}{3}\right)+\left(-3\frac{2}{3}\right)+\left(-7\frac{3}{4}\right)\right]+\left[\left(+2\frac{1}{2}\right)+\left(+5\frac{1}{2}\right)\right]=$$
$$=\left(-14\frac{3}{4}\right)+(+8)$$
$$=-6\frac{3}{4}.$$

这节我們主要講的是有理数加法法則，加法的性質及用途。

習 題

1. 計算下列加法：

(1) $(+12)+(+13)$； (2) $(+15)+(-7)$； (3) $(-8.5)+(-0.7)$.

2. 用簡便方法計算下列各和：

(1) $(-12)+(+11)+(-8)+(+39)$；

(2) $(-5.4)+(+0.2)+(-0.6)+(+0.8)$；

(3) $(+0.65)+(-1.9)+(-0.1)+(-0.65)$；

(4) $\left(-2\frac{1}{2}\right)+\left[\left(+\frac{5}{6}\right)+(-0.5)+\left(+1\frac{1}{6}\right)\right]$.

3. 应用有理数的加法解下列各題；