

# 薄壁桿件結構計算理論

И.Б. 烏爾班著

人民鐵道出版社

# 目 录

|                               |    |
|-------------------------------|----|
| 前言.....                       | 1  |
| 引言.....                       | 2  |
| 第一章 开口截面薄壁桿件的理論.....          | 5  |
| § 1. 开口截面薄壁桿件之变形及应力的一般理論..... | 5  |
| § 2. 相等(平衡)条件.....            | 8  |
| § 3. 扭轉中心座标及扇性零点位置的确定.....    | 10 |
| § 4. 扭轉时的正应力.....             | 13 |
| § 5. 扭轉时的剪应力.....             | 17 |
| § 6. 扭轉角的微分方程式.....           | 22 |
| § 7. 对称及非对称开口截面几何特征的确定.....   | 32 |
| § 8. 对称截面算例.....              | 41 |
| § 9. 非对称截面算例.....             | 46 |
| § 10 与梁弯曲一般理論的比較.....         | 53 |
| 第二章 閉合截面薄壁桿件的理論.....          | 56 |
| § 1. 閉合截面薄壁桿件自由扭轉时的变形和应力..... | 56 |
| § 2. 約束扭轉时的变形及应力.....         | 60 |
| § 3. 相等(平衡)条件.....            | 61 |
| § 4. 扭轉中心座标及扇性零点位置的确定.....    | 62 |
| § 5. 閉合截面約束扭轉的正应力.....        | 65 |
| § 6. 閉合截面約束扭轉的剪应力.....        | 66 |
| § 7. 閉合截面扭轉角的微分方程式.....       | 69 |
| § 8. 計算例題.....                | 76 |
| 第三章 連續梁和影响綫.....              | 83 |
| § 1. 三双力矩定理.....              | 83 |
| § 2. 弯扭因素影响綫的構成.....          | 90 |

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| 第四章 計算薄壁桿件位移的一般方法       | 93  |
| § 1. 位移的一般公式            | 93  |
| § 2. 計算舉例, 公式及表         | 97  |
| 第五章 按力法計算薄壁桿件系統         | 103 |
| § 1. 一般原理               | 103 |
| § 2. 算例                 | 106 |
| 第六章 按位移方法計算薄壁桿件系統       | 113 |
| § 1. 一般原理               | 113 |
| § 2. 算例                 | 129 |
| § 3. 車輛轉向架金屬剛架的計算       | 134 |
| 第七章 板狀彈性基礎上的薄壁梁的彎曲扭轉    | 152 |
| § 1. 短梁                 | 152 |
| § 2. 無限長梁               | 157 |
| 第八章 薄壁截面直綫桿件的空間穩定性      | 160 |
| § 1. 受中心荷載時開口截面薄壁桿件的穩定性 | 160 |
| § 2. 受中心荷載時閉合截面薄壁桿件的穩定性 | 173 |
| § 3. 開口截面薄壁桿件受偏心壓力時的穩定性 | 176 |
| § 4. 閉合截面薄壁桿件受偏心壓力時的穩定性 | 179 |
| 附錄 1 系數數值               | 182 |
| 附錄 2 各種槽鋼的補充幾何特性        | 184 |
| 附錄 3 各種工字鋼的補充幾何特性       | 185 |
| 附錄 4 指數函數及雙曲函數值         | 186 |
| 附錄 5 雙曲函數公式             | 191 |
| 參考文獻                    | 193 |

## 前 言

在完成苏联共产党向工程人員及設計人員提出的任务中，將用开口及閉合截面薄壁桿件制成的結構的現代計算方法貫徹到實踐中去，是有重大意义的。

最具代表性的是：按其荷重情况而論，这种結構是像立体式結構那样工作的。这种立体式的精确的計算理論本身就包含着由於下列兩個因素所引起的困难：第一个因素是薄壁，即是存在約束扭轉，第二个因素是在空間的工作情况。除此之外，使計算复杂化的原因还在於在上述結構中同时採用开口及閉合截面是極為經常的，这就从基本上破坏了計算方法学的一致性。上述情况造成苏联研究人員在薄壁結構理論方面所获得的帶決定性的成就在許多情况下尚未被充分运用到計算的實踐中去。

本書拟系統地敘述我国薄壁桿件結構的理論基础，这种理論最有利於它实际运用的情况。書中將研究那些說明單个的橫断面为任意截面的薄壁桿件的工作特征的主要狀況，並研究薄壁桿件系統的計算理論。

在这里，關於开口和閉合截面桿件理論的統一見解是極為重要的，这种見解給予在力法及位移法中的計算提供一般的典型公式。

書中还敘述兩类桿件求算位移的一般方法，連續梁、框架的計算，作影响綫。本書尚探討在彈性基础上的薄壁桿件的計算及按符拉索夫 (В. З. Власов) 方法对此类桿件的空間穩定性的計算。

在数学方面，全部解答都統一採用初参数法。拟出了实用的計算圖並列举数例。

本書在准备付印时，曾考虑过評論家維諾庫羅夫 (М. В. Винский)、拉桑梁 (В. А. Лазарян)、及別祖賀夫 (Н. И. Безухов) 等教授的寶貴指示。

## 引 言

近二十年来由於許多苏联研究專家的努力，創造了用薄壁桿件（工字形、 $\square$ 形等）制造各种結構的一套完整的計算理論。

实际运用这种理論就可以对铁路運輸和工業部門所採用的許多新結構的工作，作深入的分析，从而又可以显著地提高設計結構的經濟效果，而主要的是提高这种結構在使用时的可靠性。

關於新理論的本質的初步概念，可以根据最初步的理論观点而获得。我們知道，在圓截面桿件扭轉时，其橫断面仍为平面，这是与在上述橫断面中仅产生剪应力的情形相适应的。非圓截面桿件的橫断面就不同了，它会弯曲——翘曲。薄壁桿件扭轉时橫断面的翘曲表现得特別明显。關於这一点看一看橫断面为工字形的悬臂梁（圖1）被力偶  $L$  扭轉的情形，就可以明白了。

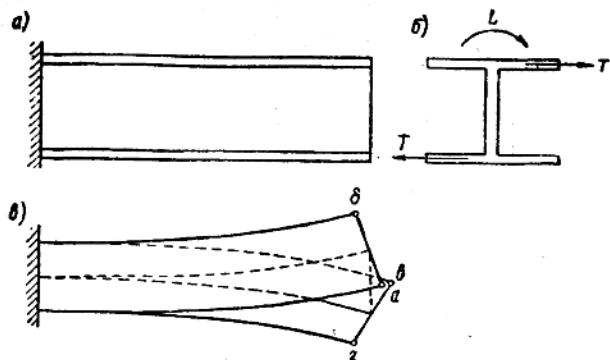


圖 1

在力偶  $T$  的影响下产生工字形翼板在水平面上的弯曲。兩塊翼板弯曲的方向將为相反的方向。在力偶未施加前位於一个平面上的横断面各点  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  即將佔有圖 1 所示的位置，它們全都是已經翘曲了的。

如果上述翘曲現象受到某种梁的固着所阻碍，例如在梁的一端为固定端的条件下，則显見在工字形横断面中將产生因扭轉作用而引起的正应力。結果，並可产生为弯曲变形时所具有的附加剪应力，但仍然是扭轉所引起的。由此得知，在所研究的薄壁桿件的横断面中將产生下列种

类的应力：

- 1) 純扭轉剪应力；
- 2) 弯扭正应力；
- 3) 与弯扭正应力相适

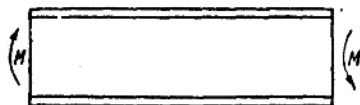


圖 2

应的剪应力。

所分析之現象謂之約束扭轉，因为在这种情况下横断面各点之任意的縱向位移是被某些連桿約束或限制的。假如我們設想同样的工字形桿件，該桿件處於方向相反的两个力偶  $M$  之影响下（圖 2），則在此种情況下，横断面將沒有阻止翘曲之障碍，而附加正应力及剪应力亦將不会發生。这种現象謂之自由扭轉；在实际中是極少遇到自由扭轉这一現象的。

結果我們得出这样的結論：在薄壁截面中有約束扭轉时产生兩種受力狀況的附加因素——扭轉正应力和剪应力，一般的材料力学公式是不考虑这些应力的。这些数量級是与基本的数量級一样的，因此，不应加以忽視。新的理論对上述复杂的受力狀況的分析提供了充分的可能性。

在铁路运输部門所採用的結構中（車輛的轉向架及車架，鐵路桥梁的桥面系等等）广泛地运用薄壁桿件，因此，正如从上文的說明中可以看到的那樣，正确的薄壁桿件計算理論是具有重大意义的。

这一理論不仅对解决铁路运输部門的問題有莫大的意义，就是对航空結構、工業建筑結構、造船等等也具有同等的意义，所有这些設計上的重大問題都是屬於薄壁桿件約束扭轉理論的运用範圍內的。

由於苏联科学家的研究，这一問題获得了解决。早在1936年苏联科学院通訊院士符拉索夫〔1〕就闡明了薄壁桿件——开口截面壳体的一般理論，符拉索夫由於在他所出版的兩本主要著作——《壳体的一般理論》和《薄壁空間結構建筑力学》——中总结了自己的理論而在1941年荣获斯大林獎金一等獎，並於1950年再度获奖。

符拉索夫教授是我国薄壁結構理論的奠基者，他在我們苏联創立了薄壁結構理論这一方面的学派。

閉合截面薄壁桿件的理論首先是由烏曼斯基 (А. А. Уманский) 教授制訂的，在其著作《薄壁航空結構之弯曲及扭轉》(1939年出版)〔6〕一書中他曾闡明了这一理論。

許多苏联的研究專家，在符拉索夫教授所制訂的一般理論原則的基础上，进一步發展了他的理論及該理論的实际运用 (参看本書参考文献)。在費洛寧柯-鮑罗第契 (М. М. Филоненко-Бородич) 教授的《材料力学》的教科書中，首次运用了这一理論。为介紹这一新理論，苏联許多著作家，在报刊雜誌上發表了大量的文章和評論，說明了这一理論飞速發展的情景。

从1950年起，苏联交通部所屬各高等院校均展开了对这一理論基础的研究工作。現在，这一理論的各个科目正被日益广泛地应用到铁路运输結構的課程設計和畢業設計中去。

## 第一章 开口截面薄壁桿件的理論

### §1. 开口截面薄壁桿件之变形及应力的一般理論

如桿件之橫斷尺寸之一（橫斷面的厚度）較橫斷面的外形的尺寸為小，而外形較桿件長度又顯得小時，那末就可以把這種桿件稱為薄壁桿件。

根據此一定義，可以得出結論：薄壁桿件，可以視為是一種長形的壳体。

取一任意外形的開口截面薄壁桿件（圖3）為例。引 $z$ 軸與母綫平行。在橫斷面的平面上任意選定坐標的原點及 $x$ 、 $y$ 軸的方向。

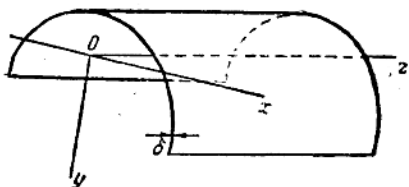


圖 3

然後將全部主要尺寸都根據壳体中間層加以設定（該壳体即所研究之桿件），亦即在平分壳体厚度的表面上設定各主要尺寸。中間層與橫斷面平面的交叉，稱為斷面的外形。

假設已知此類壳体橫向彎曲的理論，那麼就可以按照符拉索夫教授的方法〔1〕來研究一下壳体約束扭轉的理論。我們可以假定旋轉力偶 $L$ 對於距離坐標原點為 $z$ 的橫斷面在起着作用。

引用第一個假設：壳体橫斷面外形在平面上的變形等於零。由於這一假設，得知在圖（圖4）面上的整個斷面將在扭轉力偶的影響下像一塊剛性盤開始移動。

假設我們已知斷面轉動中心的位置—— $A(a_x, a_y)$ 點，我

們就將  $A$  点称为扭轉中心。

設断面已經扭轉了一个微角  $\theta$ ，那末就可以写出  $M(x, y)$  点（該  $M$  点系取自断面的外形上面）全部位移在該点外形切綫上的投影（見圖 4）

$$v = h\theta(z), \quad (1)$$

式中  $h$ ——由  $A$  点引至切綫的垂綫；

$\theta(z)$ ——具有座标  $z$  的断面的轉角。对各种断面來說，这个角是  $z$  的函数。

在薄壁桿件扭轉时，除位移  $v$  外，横断面各点均作沿母綫的移动，例如，桿件尾端断面上的  $a, b, c, z$  各点的縱向移动（見圖 1, c）。把  $M$  点（見圖 4）的这种移动用  $u(z, s)$  表示之；这个移动將視断面的位置（坐标  $z$ ）及  $M(x, y)$  点在断面外形上的位置而定（坐标  $s$ ——弧的長度，它确定  $M$  点之位置）。

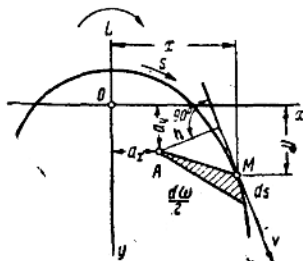


圖 4

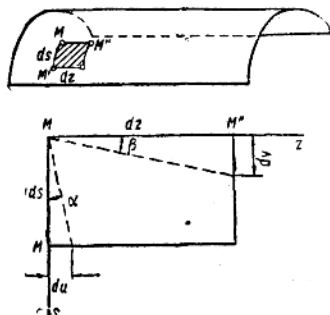


圖 5

通过早已由公式 (1) 确定的函数  $v$  来表示  $u(z, s)$ 。

为此再引进第二个假設：在壳体中層的剪切变形等於零。可以看一看这一变形。自中層在  $M$  点划出無限小的面积  $dz \times ds$ （圖 5）。

正如上文所解釋的那樣，我們認為在这一点中有位 移  $u$ （沿母綫）和  $v$ （沿切綫）。在外形的弧上於  $M$  点附近取一点  $M'$ 。 $M'$



$$\omega = \int_0^s h ds_0. \quad (7)$$

$\omega$ 之值为靠弧扇形 $M_0AM$ 的兩倍面积(見圖6), 为沿該弧实行积分而得。因而, 由式(6)及(7)得

$$u(z) = u_0(z) - \theta'(z)\omega. \quad (8)$$

根据式(8), 求得 $\varepsilon_z$ ——在 $M$ 点沿母綫的相对变形:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u}{\partial z} = u'_0(z) - \theta''(z)\omega. \quad (9)$$

假設沒有縱向纖維的互相挤压, 进而去求与母綫平行的正应力。这一假設完全与通常在橫向撓曲梁理論中所作的一样。根据此一假設, 对單軸受力状态我們可运用虎克定律:

$$\sigma_z = \varepsilon_z E. \quad (10)$$

由式(9)及(10)得

$$\sigma_z = E [u'_0(z) - \theta''(z)\omega], \quad (11)$$

式中  $E$  ——縱向彈性系数。

## §2. 相等(平衡)条件

因为在壳体的橫断面上根据开始的条件只作用有扭轉力偶 $L$ , 所以断面內力成分——縱向力 $N_z$ 及繞 $x$ 和 $y$ 軸的力矩 $M_x$ 和 $M_y$ 是都不存在的, 我們可写出:

$$N_z = 0; M_x = 0; M_y = 0. \quad (12)$$

通过正应力以积分式表示条件(12), 可得

$$\int_F \sigma_z dF = 0; \int_F \sigma_z x dF = 0; \int_F \sigma_z y dF = 0. \quad (13)$$

式中  $dF$  ——壳体橫断面的元素面积。把表示正应力的式(11)代入(13), 並用 $E$ 約后得出:

$$\left. \begin{aligned} u'_0(z) \int_F F - \theta^n \int_F \omega dF &= 0; \\ u'_0(z) \int_F x dF - \theta^n \int_F \omega x dF &= 0; \\ u'_0(z) \int_F y dF - \theta^n \int_F \omega y dF &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

首先我們应注意，就是在(14)各公式中包括有壳体横断面的几何的积分特性，以下面各式表示之：

$$\int_F \omega dF; \int_F \omega x dF; \int_F \omega y dF. \quad (15)$$

第一个积分有静力矩的结构，而扇形面积的值起着《臂》的作用；所以它被称为——扇性静力矩。

后两个积分各为对应各轴的綫扇性力矩。引入符号：

$$S_\omega = \int_F \omega dF \text{——扇性静力矩;} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{\omega x} &= \int_F \omega y dF \\ U_{\omega y} &= \int_F \omega x dF \end{aligned} \right\} \text{綫扇性力矩。} \quad (17)$$

現在轉到關於滿足方程組(14)的問題，可以看出，在(1)、(8)、(11)以及以后的各式中都列有取決於参数的数值，这些参数直到現在还是不定的或未知的数值。这种参数，首先是扇性面积讀数的开始，也即是被称为扇性零点 $M_0$ 的位置，然后是扭轉中心 $A$ 的兩個坐标 $a_x$ 及 $a_y$ (見圖4和圖6)。

第一个参数的值(即扇性零点在断面外形上的位置)，我們選擇时是使方程組(14)中的第一个方程式的扇性静力矩等为零，即：

$$\int_F \omega dF = 0.$$

那么从同一方程式里还可求得\*

$$u_0'(z) = 0,$$

因而, 从方程組 (14) 的最后两个方程式中得

$$\int_F \omega x dF = 0; \quad \int_F \omega y dF = 0.$$

这样一来, 满足平衡方程組 (14) 的三个未知参数, 可从下面方程組找出:

$$\int_F \omega dF = 0; \quad \int_F \omega x dF = 0; \quad \int_F \omega y dF = 0. \quad (18)$$

应当把方程組 (18) 用来研究上述三个未知值——扇性零点位置及坐标  $a_x$  及  $a_y$ 。

在下一节我們詳細研究这个过程。現在只指出, 当  $u_0'(z) = 0$  时我們可得到  $u_0(z) = \text{常数}$ 。

在这种条件下正应力的公式 (11) 就将具有特殊簡單形式

$$\sigma z = -E\theta''\omega. \quad (19)$$

位移  $u(z) = u_0(z) - \theta'(z)\omega$ 。

### § 3. 扭轉中心座标及扇性零点位置的確定

我們且在一般的圖形中研究找寻  $M_0$  点及  $a_x$  和  $a_y$  座标位置的問題, 全部議論都对前已採用的任意軸  $x, y, z$  来談 (不將其改变为对主中心軸)。

选择座标为  $b_x, b_y$  的任意点  $B$  为極点。以  $\omega_a$  及  $\omega_b$  分别代表由扭轉中心  $A$  及極点  $B$  所形成的扇性面积 (圖 7)。

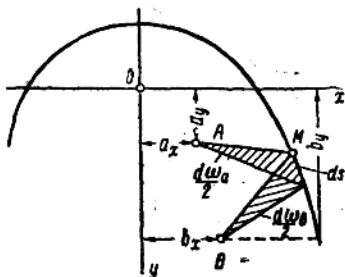


圖 7

\* 相对伸長率  $u_0'(z)$  對於帶有坐标的断面来說是常数值 (与  $x$  和  $y$  坐标無关)。

积数  $u_0'(z)EF$  是縱向力, 它相等於平均分配在断面上的正应力的作用。式  $u_0'(z) = 0$  按物理意义来說是由於式 (12) 的第一条件产生的。

列出表示这二面积相互关系的式子。

为此，須預先按直角坐标列出扇性面积的微分式子。

当極与座标原点相符时，得（圖 8）

$$d\omega = h ds.$$

以座标  $x, y$  来表 示

臂  $h$ :

$$h = x \sin \alpha - y \cos \alpha,$$

求得

$$d\omega = h ds = x ds \sin \alpha - y ds \cos \alpha,$$

但因为

$$ds \sin \alpha = dy \text{ 和}$$

$$ds \cos \alpha = dx,$$

那末

$$d\omega = x dy - y dx. \quad (20)$$

随后对極  $A$  和  $B$  利用式 (20)，得

$$d\omega_a = (x - a_x) dy - (y - a_y) dx;$$

$$d\omega_b = (x - b_x) dy - (y - b_y) dx.$$

用減法得出

$$d(\omega_a - \omega_b) = (a_y - b_y) dx - (a_x - b_x) dy.$$

採用符号

$$\alpha_x = a_x - b_x; \quad \alpha_y = a_y - b_y. \quad (21)$$

值  $\alpha_x, \alpha_y$  是由在正坐标軸方向上的任意極点  $B$  所計算出的扭轉中心（極点  $A$ ）的相对坐标。

現在將有

$$d(\omega_a - \omega_b) = \alpha_y dx - \alpha_x dy.$$

积分后得出

$$\omega_a = \omega_b + \alpha_y x - \alpha_x y + \beta, \quad (22)$$

式中  $\beta$  —— 积分常数。

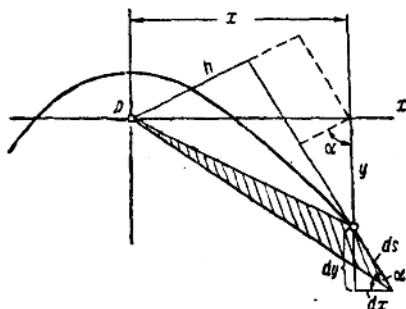


圖 8

应当把公式 (22) 当做在極点变更时屬性面积改变的式子。  
現在我們直接轉到寻找扭轉中心坐标，以及屬性零点位置。  
为此目的把  $\omega_a$  面积值替  $\omega$  代入 (18)，积分后得到以下方程

組:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_x I_x - \alpha_y I_{xy} - \beta S_x &= U_{\omega_b x}; \\ \alpha_x I_{yx} - \alpha_y I_y - \beta S_y &= U_{\omega_b y}; \\ \alpha_x S_x - \alpha_y S_y - \beta F &= S_{\omega_b}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

在这个方程組中未知值  $\alpha_x$ 、 $\alpha_y$ 、 $\beta$  作为未知数，並且像我們下面見到的一样， $\beta$  值能确定屬性面积讀数的起点。方程組中所有的系数按下面各公式計算:

$$\left. \begin{aligned} I_x &= \int y^2 dF; \quad I_y = \int x^2 dF; \quad I_{xy} = \int xy dF; \\ S_x &= \int y dF; \quad S_y = \int x dF; \quad S_{\omega_b} = \int \omega_b dF; \\ U_{\omega_b x} &= \int \omega_b y dF; \quad U_{\omega_b y} = \int \omega_b x dF. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

包括在 (24) 各公式中的积分，遍及横断面的整个面积。

方程組 (23) 中的系数 (24) 能滿足互換关系条件，所以为了同时解方程式可有利地採用算术漸近法計算。

这样决定  $\alpha_x$ 、 $\alpha_y$ 、 $\beta$  各值后，然后按公式 (22) 計算那被你为主屬性面积圖形  $\omega_a$  的縱距。

主屬性面积將滿足各基本条件 (18)，亦即是对适当选出的極点 (在扭轉中心中) 和屬性面积計算的起点所求出的。屬性零点的位置按照圖形  $\omega_a$  与横断面外形相交可以自然而然的求出。

对任意坐标軸求得方程組 (23)，不用事先計算主中心軸的位置，这样就可以保証減少計算工作的数量。

如果軸  $x$ 、 $y$  为主中心軸，那么各方程式就簡化\*，我們得到

\* 如果軸  $x$ 、 $y$  为主中心軸，那么

$$I_{xy} = S_x = S_y = 0.$$

$$\alpha_x = -\frac{U_{\omega_b x}}{I_x}; \quad \alpha_y = -\frac{U_{\omega_b y}}{I_y}; \quad (25)$$

$$\beta = -\frac{S_{\omega_b}}{F}. \quad (26)$$

为求主惯性面积  $\omega_a$ ，仍用公式 (22)。对于有对称轴的断面，最好使用公式 (25) 和 (26)。

對於对称断面，不管公式 (25) 和 (26) 怎样明显的简化，於任意軸使用一般的方法仍为最簡單的計算方法，其唯一的困难是解三元联立方程式，这种困难在这个方法上必須克服。

我們可以看出，我們所說明的在数学方面的变化，完全与对任意軸  $x$ 、 $y$  的正应力構成理論相似，對於力作用在梁上的一般情况，該正应力滿足平面定律。\*

$$\sigma = Ax + By + C.$$

$\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ,  $\beta$  各值將相当於  $A$ ,  $B$ ,  $C$  数值。

#### §4. 扭轉时的正应力

列出所謂双力矩的特殊形式的积分式子:

$$B_x = \int_F \sigma_x \omega dF. \quad (27)$$

此式包含有內力力矩的概念，並且惯性面积的大小对元素力  $\sigma_x dF$  起着《臂》的作用。把对  $\sigma_x$  的式 (19) 代入公式 (27)，得

$$B_x = -E\theta'' \int \omega^2 dF = -E\theta'' I_\omega. \quad (28)$$

式中

$$I_\omega = \int \omega^2 dF. \quad (29)$$

\* (参看 M.M. 費洛爾柯-鮑罗第契教授所著的材料力学一書，第一卷，国家技术出版社，1949年出版)。

从式 (28) 求得

$$\theta'' = -\frac{B_z}{EI_\omega} \quad (30)$$

將此数值代入正应力  $\sigma_z$  的公式 (19)，求得

$$\sigma_z = \frac{B_z \omega}{I_\omega} \quad (31)$$

我們得到了薄壁截面弯曲扭轉理論的主要公式。它表示薄壁截面桿件受約束扭轉时的正应力改变的規律。与純弯曲时正应力按平面規律变化不同，在約束扭轉时，正应力系要随扇性面积变化規律。

公式 (31) 中的  $\omega$  为要研究其应力的断面上的一点的主扇性面积； $I_\omega$  为横断面主扇性面积惯性矩。 $B_z$  之值可用扭轉角的微分方程式的积分求算之（參閱 6）。 $\sigma_z$  的正数值相当於纖維受拉。

假如在桿件断面上，除扭轉外，重心作用有法向力  $N_z$ ，以及繞該断面主中心軸的弯曲力矩  $M_x$ 、 $M_y$ ，則正应力的公式將为：

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x + \frac{B_z \omega}{I_\omega} \quad (32)$$

式中  $F$ ——横断面的面积；

$I_x$  和  $I_y$ ——断面的主中綫惯性矩；

$x$  和  $y$ ——断面上点对主軸的坐标。

法向力，为拉力时被認為是正数。力矩  $M_x$  和  $M_y$  的向量与相应的坐标軸方向相符合时为負数（力矩向量的方向按螺旋規則計算）。当形成扇性面积的向量半徑順时針旋轉时，扇性面积  $\omega$  將为正数。

對於薄壁截面之所以需要有第四个被加数，可以很容易地用分解压力  $P$  为四个組成部份的例子來說明（圖9，a）。各組成部份的合力为力  $P$ 。分解成中心受压（圖9，b），对  $x$  軸的撓曲（圖9，c），对  $y$  軸的撓曲（圖9，d），以及最后由第四个被加数計算出的工字形翼板的撓曲（圖9，e）。