知识树考研

2007 考研白皮书系

全国硕士研究生入学统一考试

数学全真模拟四套卷

（理工类）

文登培训学校策划

主编 / 陈文灯

全真模拟 从内容到形式

紧扣大纲 把握考试脉搏

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

责任编辑 / 孙金芳
装帧设计 / 创想设计

名师介绍

陈文灯 中央财经大学教授，北京文登学校校长。现任中央财经大学数学系主任，北京数学学会理事。他在教学和科研上成果卓越，2000 年获得“特殊贡献奖”，享受国务院特殊津贴，在考研学子和同仁中有口皆碑。

数学基础树的根，技巧演练靠题型。
勤学苦练强磨砺，功到高峰自然成。

陈文灯印

2007 考研白皮书系

文灯数学

书 名	出版日期
10 年真题解析(一)	2006.02
10 年真题解析(二)	2006.02
10 年真题解析(三)	2006.02
10 年真题解析(四)	2006.02
数学全真模拟四套卷（理工类）	2006.10
数学全真模拟四套卷（经济类）	2006.10

ISBN 7-5640-0898-9
9 787564 008987 >

ISBN 7-5640-0898-9
定价：10.00 元

知识树考研

2007 考研白皮书系

全国硕士研究生入学统一考试

数学全真模拟四套卷

（理工类）

文登培训学校策划

主编 / 陈文灯

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学全真模拟四套卷.理工类/陈文灯主编.—北京：北京理工大学出版社，2006.10
(考研白皮书系)
ISBN 7-5640-0898-9

Ⅰ.数… Ⅱ.陈… Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-习题 Ⅳ.O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第121462号

出版发行 / 北京理工大学出版社
社　址 / 北京市海淀区中关村南大街5号
邮　编 / 100081
电　话 / (010)68914775(办公室)　68944990(批销中心)　68911084(读者服务部)
网　址 / http://www.bitpress.com.cn
经　销 / 全国各地新华书店
印　刷 / 北京时代华都印刷有限公司
开　本 / 787毫米×1092毫米　1/16
印　张 / 5.25
字　数 / 70千字
版　次 / 2006年10月第1版　2006年10月第1次印刷
定　价 / 10.00元

目　录

考生编号____________ 考生姓名____________ 报考单位____________

密 封 线 内 不 要 答 题

2007 年全国硕士研究生入学统一考试

数学一模拟试题(一)

(科目代码:301)

注意事项:
1. 答题前,考生须在试卷密封线内填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须填(书)写在试卷上,写在其他地方无效。
3. 填(书)写必须使用蓝(黑)色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束后,将试卷装入试题袋中。

得分	评卷人

一、选择题(1 ~ 10 小题,每小题 4 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.)

(1) 设有数列 x_n 和 y_n,则 【 】

(A) 当 x_ny_n 无界时,必有 x_n 无界或 y_n 无界

(B) 当 x_ny_n 有界时,必有 x_n 与 y_n 有界

(C) 当 $x_ny_n \to 0$ 时,必有 $x_n \to 0, y_n \to 0 (n \to \infty)$

(D) 当 $x_ny_n \to \infty$ 时,必有 $x_n \to \infty, y_n \to \infty (n \to \infty)$

(2) 已知当 $x \to 0$ 时,$\int_{-x}^{x}(\sin t + \sin t^2)\mathrm{d}t$ 与 ax^k 是等价无穷小,则 【 】

(A) $a = 3, k = \frac{3}{2}$　　(B) $a = \frac{2}{3}, k = 3$

(C) $a = 3, k = \frac{2}{3}$　　(D) $a = \frac{3}{2}, k = 3$

(3) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上非负,且在 (a,b) 内,$f''(x) > 0, f'(x) < 0, I_1 = \frac{b-a}{2}[f(a) + f(b)], I_2 = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x, I_3 = (b-a)f(b)$,则 【 】

题号	一	二	三								总 分
			17	18	19	20	21	22	23	24	
得分											
评卷人											

(A) $I_1 \le I_2 \le I_3$　　(B) $I_2 \le I_3 \le I_1$

(C) $I_1 \le I_3 \le I_2$　　(D) $I_3 \le I_2 \le I_1$

(4) 以下结论正确的是 【 】

(A) 若 x_0 是 $f(x)$ 的一个极值点,则必有 $f'(x_0) = 0$

(B) 若 $(x_0, f(x_0))$ 是 $f(x)$ 的一个拐点,则必有 $f''(x_0) = 0$

(C) 若 x_0 是 $f(x)$ 的一个极值点,同时 $(x_0, f(x_0))$ 是 $f(x)$ 的一个拐点,则必有 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$

(D) 若 $f(x)$ 在点 x_0 可导,且对 x_0 的某个邻域中的一切 x,有 $e^x(f(x) - f(x_0)) \ge 0$ 成立,则必有 $f'(x_0) = 0$

(5) 设 $f(x)$ 连续可导,$D: x^2 + y^2 \le r^2$,则 $\lim\limits_{r \to 0^+} \frac{1}{r^2}\iint\limits_D f(x^2 + y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 等于 【 】

(A) $\pi f(0)$　　(B) $f'(0)$

(C) $2\pi f(0)$　　(D) $2\pi f'(0)$

(6) 设 $0 \le u_{n+1} < u_n (n = 1,2,3,\cdots)$,$\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$,则 ① $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n^2$ 及 ② $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \sqrt{u_n}$ 的敛散性判定结果是 【 】

(A) 都收敛　　(B) ① 收敛,② 发散

(C) 都发散　　(D) ① 发散,② 收敛

(7) 设 n 阶方阵 $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n)$，$\boldsymbol{B}=(\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_n)$，$\boldsymbol{AB}=(\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_n)$，记向量组 Ⅰ：$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$，Ⅱ：$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_n$，Ⅲ：$\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_n$. 如果向量组 Ⅲ 线性相关，则 【 】

(A) 向量组 Ⅰ 线性相关

(B) 向量组 Ⅱ 线性相关

(C) 向量组 Ⅰ 与 Ⅱ 都线性相关

(D) 向量组 Ⅰ 与 Ⅱ 至少有一个线性相关

(8) 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 为 n 阶矩阵，且 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相似，$\boldsymbol{E}$ 为 n 阶单位矩阵，则 【 】

(A) $\lambda\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}=\lambda\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B}$

(B) $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 有相同的特征值和特征向量

(C) $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 都相似于一个对角矩阵

(D) 对任意常数 t，$t\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}$ 与 $t\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B}$ 相似

(9) 设 $A\subset B$，且 A,B 相互独立，则 【 】

(A) $P(A)=0$ (B) $P(A)=0$ 或 1

(C) $P(A)=1$ (D) 上述都不对

(10) 设随机变量 X 和 Y 相互独立，则 【 】

(A) $D(XY)=D(X)D(Y)$ (B) $E\left(\frac{X}{Y}\right)=\frac{EX}{EY}$

(C) $E\left(\frac{X}{Y}\right)=E(X)E\left(\frac{1}{Y}\right)$ (D) $D(XY)<D(X)D(Y)$

得分	评卷人

二、填空题(11 ~ 16 小题，每小题 4 分，共 24 分. 把答案填在题中横线上.)

(11) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\int_0^x \sin t\,dt+\ln\cos x}{x^4}=$ ______.

(12) 曲线 $y=x^3+3x^2-5$ 上与直线 $2x-6y+3=0$ 垂直的切线方程为______.

(13) 设 $f(u,v)$ 具有一阶连续偏导数，且满足 $\dfrac{\partial f}{\partial u}+\dfrac{\partial f}{\partial v}=uv$，又 $g(x,y)=f\left[xy,\dfrac{1}{2}(x^2+y^2)\right]$，则 $\dfrac{\partial g}{\partial x}+\dfrac{\partial g}{\partial y}=$ ______.

(14) 设曲线积分 $\int_L xy^2\,dx+yf(x)\,dy$ 与路径无关，其中 $f(x)$ 有连续的导数，且 $f(0)=0$，则 $f(x)=$ ______.

(15) 已知 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $2\boldsymbol{A}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})=\boldsymbol{A}^3$，则 $(\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A})^{-1}=$ ______.

(16) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_5$ 是取自正态分布 $N(0,\sigma^2)$ 的一个简单随机样本，若 $\dfrac{a(X_1+X_2)}{\sqrt{X_3^2+X_4^2+X_5^2}}$ 服从 t 分布，则 $a=$ ______.

密 封 线 内 不 要 答 题

三、解答题(17 ~ 24 小题,共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

得分	评卷人

(17)(本题满分 10 分)

设 $f(x),g(x)$ 为有界闭区间 $[a,b]$ 上的连续函数,且有数列 $\{x_n\}\subset[a,b]$,使 $g(x_n)=f(x_{n+1}),n=1,2,\cdots$. 证明:

(Ⅰ) 数列 $\{f(x_n)\}$,$\{g(x_n)\}$ 都是单调递增的;

(Ⅱ) 至少存在一点 $x_0\in[a,b]$,使得 $f(x_0)=g(x_0)$.

得分	评卷人

(18)(本题满分 10 分)

设 $a_1=1,a_2=2$,当 $n\geqslant 3$ 时,$a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$,试证:

(Ⅰ) $\frac{3}{2}a_{n-1}\leqslant a_n\leqslant 2a_{n-1}$;

(Ⅱ) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n}$ 收敛.

得分	评卷人

（19）（本题满分 11 分）

计算 $I=\iint\limits_{\Sigma}4xz\mathrm{d}y\mathrm{d}z-2yz\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(1-z^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $\sum$ 是由平面曲线 $\begin{cases}z=e^y\\x=0\end{cases}$，$0\leqslant y\leqslant a$ 绕 z 轴旋转一周所得旋转面的下侧.

得分	评卷人

（20）（本题满分 11 分）

一个冬季的早晨开始下雪，且以恒定的速度不停地下. 一台扫雪机从上午 8 点开始在公路上扫雪，到 9 点前进了 2 km，到 10 点前进了 3 km. 假定扫雪机每个小时扫去积雪的体积为常数，问何时开始下雪？

密 封 线 内 不 要 答 题

得分	评卷人

（21）（本题满分 11 分）

设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2+5x_2^2+cx_3^2-2x_1x_2+6x_1x_3-6x_2x_3$ 所对应的矩阵为 $\boldsymbol{A}$，且方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=0$ 有非零解，

（Ⅰ）求 c 的值；

（Ⅱ）将二次型化为标准形，并写出正交变换矩阵.

得分	评卷人

（22）（本题满分 11 分）

设 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}$ 为三维单位列向量，并且 $\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}=0$，若设 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}$，证明：

（Ⅰ）必有非零列向量 $\boldsymbol{X}$，使 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}=0$；

（Ⅱ）$\boldsymbol{A}$ 与 $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{bmatrix}$ 相似.

得分	评卷人

（23）（本题满分 11 分）

向平面区域 $D: 0 \leqslant x \leqslant 2, 0 \leqslant y \leqslant 4 - x^2$ 随机地投掷一点 (X,Y)，设 $A = \{X \leqslant 1\}, B = \{Y \leqslant 3\}$，

（Ⅰ）求 A, B 恰好发生一个的概率；

（Ⅱ）问 A, B 是否独立？并讨论 X 与 Y 的独立性.

得分	评卷人

（24）（本题满分 11 分）

设总体 X 服从指数分布，概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x \geqslant 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 为取自总体 X 的简单随机样本.

（Ⅰ）证明：$\min\limits_{1 \leqslant i \leqslant n} X_i$ 仍服从指数分布；

（Ⅱ）求常数 C 使 $Z = \min\limits_{1 \leqslant i \leqslant n} X_i$ 为 θ 的无偏估计.

（Ⅲ）指出 Z 与 $\bar{X}$ 哪个更有效。

报考单位________ 考生姓名________ 考生编号________

密 封 线 内 不 要 答 题

2007年全国硕士研究生入学统一考试

数学一模拟试题(二)

(科目代码:301)

注意事项:

1. 答题前,考生须在试卷密封线内填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须填(书)写在试卷上,写在其他地方无效。
3. 填(书)写必须使用蓝(黑)色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束后,将试卷装入试题袋中。

题号	一	二	三								总分
			17	18	19	20	21	22	23	24	
得分											
评卷人											

得分	评卷人

一、选择题(1 ~ 10小题,每小题4分,共40分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.)

(1) 以下命题正确的是 【　　】

(A) 若$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]=\lim\limits_{x\to x_0}f(x)+\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$成立

(B) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在,$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$不存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$必定不存在

(C) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在,$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$也存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}$必定存在

(D) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在,$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$不存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)g(x)$必定不存在

(2) 设函数$f(x)$在$x=0$的某邻域内有三阶连续导数,且当$x\to 0$时,$f(x)-f(-x)$是x的三阶无穷小,则 【　　】

(A) $x=0$不是$f(x)$的驻点　　(B) $x=0$是$f(x)$的驻点,但不一定是拐点

(C) $x=0$是$f(x)$的极值点　　(D) $(0,f(0))$是曲线$y=f(x)$的拐点

(3) 已知函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上二阶可导,且$f''(x)>0$,$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=0$,则当$x>1$时,$f(x)$ 【　　】

(A) 单调减少且大于零　　(B) 单调增加且大于零

(C) 单调减少且小于零　　(D) 单调增加且小于零

(4) 若$z=f(x,y)$在点(x_0,y_0)的某邻域内有定义,且在(x_0,y_0)处的全微分为0,则(x_0,y_0)必为$f(x,y)$的 【　　】

(A) 极大值点　　(B) 极小值点

(C) 驻点　　(D) 不连续点

(5) 设幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_nx^n$在$x=2$处收敛,则级数 【　　】

(A) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n3^n$必发散　　(B) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n2^n$必绝对收敛

(C) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n(-1)^n$必绝对收敛　　(D) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n(-2)^n$必条件收敛

(6) 设$L_1:x^2+4y^2=1,y\geqslant 0$,$L_2:x^2+4y^2=1,x\geqslant 0,y\geqslant 0$,则 【　　】

(A) $\int_{L_1}(x+y)\mathrm{d}s=2\int_{L_2}(x+y)\mathrm{d}s$　　(B) $\int_{L_1}xy\mathrm{d}s=2\int_{L_2}xy\mathrm{d}s$

(C) $\int_{L_1}x^2\mathrm{d}s=2\int_{L_2}y^2\mathrm{d}s$　　(D) $\int_{L_1}(x+y)^2\mathrm{d}s=2\int_{L_2}(x^2+y^2)\mathrm{d}s$

(7) 设矩阵 $A_{m\times n}$ 的秩 $r(A)=m<n$，E_m 为 m 阶单位矩阵，则下列结论中正确的是 【　】

(A) A 的任意 m 个列向量必线性无关

(B) A 的任意 m 阶子式不等于零

(C) 若矩阵 B 满足 $BA=O$，则 $B=O$

(D) A 通过初等行变换，必可以化为 (E_m,O) 的形式

(8) 设 A,B 为 n 阶矩阵，考虑以下命题：

① 若 A,B 为等价矩阵，则 A,B 的行向量组等价. ② 若行列式 $|A|=|B|$，则 A,B 为等价矩阵.

③ 若 $Ax=0$ 与 $Bx=0$ 都只有零解，则 A,B 为等价矩阵.

④ 若 A,B 为相似矩阵，则 $Ax=0$ 与 $Bx=0$ 的解空间的维数相同.

以上命题中正确的是 【　】

(A) ①③　　(B) ②④　　(C) ②③　　(D) ③④

(9) 设随机变量 X 和 Y 独立且在 $(0,\theta)$ 上服从均匀分布，则 $E[\min(X,Y)]$ 等于 【　】

(A) $\frac{\theta}{2}$　　(B) θ　　(C) $\frac{\theta}{3}$　　(D) $\frac{\theta}{4}$

(10) 设随机变量 X_1,X_2,X_3,X_4 独立同分布，都服从正态分布 $N(1,1)$，且 $k\left[\sum_{i=1}^{4}X_i-4\right]^2$ 服从 $\chi^2(n)$ 分布，则 k 和 n 分别为 【　】

(A) $k=\frac{1}{4},n=1$　　(B) $k=\frac{1}{2},n=1$

(C) $k=\frac{1}{4},n=4$　　(D) $k=\frac{1}{2},n=4$

得分	评卷人

二、填空题(11 ~ 16 小题，每小题 4 分，共 24 分. 把答案填在题中横线上.)

(11) 设 $f(x,y)$ 连续，且 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}+\frac{1}{2\pi}\iint\limits_D f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D:x^2+y^2\le 1$，则 $\iint\limits_D f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ ______.

(12) 微分方程 $y''+y'^2+1=0$ 满足初始条件 $y(0)=0,y'(0)=0$ 的解为______.

(13) 函数 $u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ 在点 $M(1,1,1)$ 处沿曲面 $2z=x^2+y^2$ 在点 M 处的外法线方向 l 的方向导数 $\frac{\partial u}{\partial l}\Big|_M=$ ______.

(14) 将函数 $f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi\le x<0\\ 0, & x=0\\ 1, & 0<x\le\pi\end{cases}$ 展开成傅里叶级数，其系数 $a_n=$ ______

(15) 已知 4 阶矩阵 A 相似于 B，A 的伴随矩阵 A^* 的特征值为 3,3,3,8，E 为 4 阶单位矩阵，则 $|B-E|=$ ______.

(16) 假设随机变量 X 和 Y 独立服从参数为 λ 的泊松分布，令 $U=2X+Y,V=2X-Y$，则 U 和 V 的相关系数 $\rho=$ ______.

密　封　线　内　不　要　答　题

密 封 线 内 不 要 答 题

三、解答题(17 ~ 24 小题,共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

得分	评卷人

(17)(本题满分 10 分)

设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上可导,且 $f(0)=0, f(1)=1$. 证明:在区间 $[0,1]$ 上存在两点 x_1, x_2,使 $\frac{1}{f'(x_1)}+\frac{1}{f'(x_2)}=2$.

得分	评卷人

(18)(本题满分 10 分)

已知 $a_1=1, a_2=1, a_{n+1}=a_n+a_{n-1}(n=2,3,\cdots)$.

(Ⅰ)证明数列 $\left\{\frac{a_n}{a_{n+1}}\right\}$ 收敛.

(Ⅱ)求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径与和函数.

得分	评卷人

(19)(本题满分 11 分)

设 S 为椭球面 $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+z^2=1$ 的上半部分，点 $P(x,y,z)\in S$，π 为 S 在点 P 处的切平面，$\rho(x,y,z)$ 为点 $O(0,0,0)$ 到平面下的距离，求 $\iint\limits_{S}\frac{z}{\rho(x,y,z)}\mathrm{d}S$.

得分	评卷人

(20)(本题满分 11 分)

设 $f(t)$ 在 $[1,+\infty)$ 上有连续的二阶导数，$f(1)=0$，$f'(1)=1$，且二元函数 $z=(x^2+y^2)f(x^2+y^2)$ 满足 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$，求 $f(t)$ 在 $[1,+\infty)$ 上的最大值.

密　封　线　内　不　要　答　题

得分	评卷人

(21)(本题满分 11 分)

设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 为四维列向量组,且 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关,$\boldsymbol{\alpha}_4=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+2\boldsymbol{\alpha}_3$. 已知方程组 $(\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,-\boldsymbol{\alpha}_1+a\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3)\boldsymbol{x}=\boldsymbol{\alpha}_4$ 有无穷多解.

(Ⅰ)求 a 的值;

(Ⅱ)求该方程组的通解.

得分	评卷人

(22)(本题满分 11 分)

设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}3&-2&-4\\-2&a&-2\\-4&-2&3\end{bmatrix}$,若方程组 $(2\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ 存在非零解,求 a 的值,并求正交矩阵 $\boldsymbol{Q}$,使 $\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{Q}$ 为对角矩阵.

得分	评卷人

(23)(本题满分 11 分)

将两封信等可能地投入编号为Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三个邮筒中，设 X,Y 分别表示投入第Ⅰ号、第Ⅱ号邮筒中信的数目，求：

(Ⅰ)(X,Y) 的联合分布，并判断 X,Y 是否相互独立？

(Ⅱ)$Y=0$ 时 X 的条件分布律；

(Ⅲ)$U=\max(X,Y)$ 的分布.

得分	评卷人

(24)(本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}(1+\theta)x^{\theta}, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$，其中 $\theta>-1$ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为取自总体 X 的容量为 n 的简单随机样本. 试求：

(Ⅰ)θ 的矩估计量；

(Ⅱ)θ 的最大似然估计量.

考生编号______ 考生姓名______ 报考单位______

密 封 线 内 不 要 答 题

2007年全国硕士研究生入学统一考试

数学二模拟试题(一)

(科目代码:302)

注意事项:

1. 答题前,考生须在试卷密封线内填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须填(书)写在试卷上,写在其他地方无效。
3. 填(书)写必须使用蓝(黑)色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束后,将试卷装入试题袋中。

得分	评卷人

一、选择题(1 ~ 10小题,每小题4分,共40分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.)

(1) 设$f(x)$满足$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=-1$,当$x\to 0$时,$\ln\cos x^2$是比$x^nf(x)$高阶的无穷小,而$x^nf(x)$是比$e^{\sin^2 x}-1$高阶的无穷小,则正整数$n$等于 【 】

(A)1 (B)2 (C)3 (D)4

(2) 设函数$f(x)$在x_0的一个邻域内有定义,则在x_0点处存在连续函数$g(x)$使$f(x)-f(x_0)=(x-x_0)g(x)$成立是$f(x)$在x_0点处可导的 【 】

(A) 充分而非必要条件 (B) 必要而非充分条件

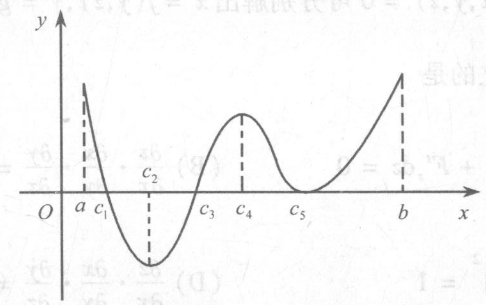
(C) 充分必要条件 (D) 既非充分也非必要条件

(3) 设$f'(x)=g(x), x\in(a,b)$,已知曲线$y=g(x)$的图像如下,则曲线$y=f(x)$的极值点为 【 】

(A)c_1,c_3 (B)c_2,c_4

(C)c_1,c_2,c_3 (D)c_2,c_4,c_5

题号	一	二	三								总 分
			17	18	19	20	21	22	23	24	
得分											
评卷人											



(4) 设$f(x)$是以T为周期的连续可微函数,则下列函数中以T为周期的函数是【 】

(A)$\int_0^x f(t)\,dt$ (B)$\int_0^x f^2(t)\,dt$

(C)$\int_0^x [f'(t)]^2\,dt$ (D)$\int_0^x f(t)f'(t)\,dt$

(5) 设$D:\left\{(x,y)\mid \frac{1}{2}\le x^2+y^2\le 1\right\}$,若

$$I_1=\iint\limits_D \ln(x^2+y^2)\,dxdy, I_2=\iint\limits_D \frac{1}{x^2+y^2}\,dxdy, I_3=\iint\limits_D (x^2+y^2)^2\,dxdy.$$

则I_1,I_2,I_3之间的大小顺序为 【 】

(A)$I_1<I_2<I_3$ (B)$I_1<I_3<I_2$

(C)$I_2<I_3<I_1$ (D)$I_3<I_2<I_1$

(6) 设函数$f(x)$有n阶导数,且有$2n$个极值点,则方程$f^{(n)}(x)=0$至少有【 】

(A)$n-1$个实根 (B)n个实根

(C)$n+1$个实根 (D)$n+2$个实根

(7) 设y_1^*,y_2^*分别是二阶常系数线性微分方程