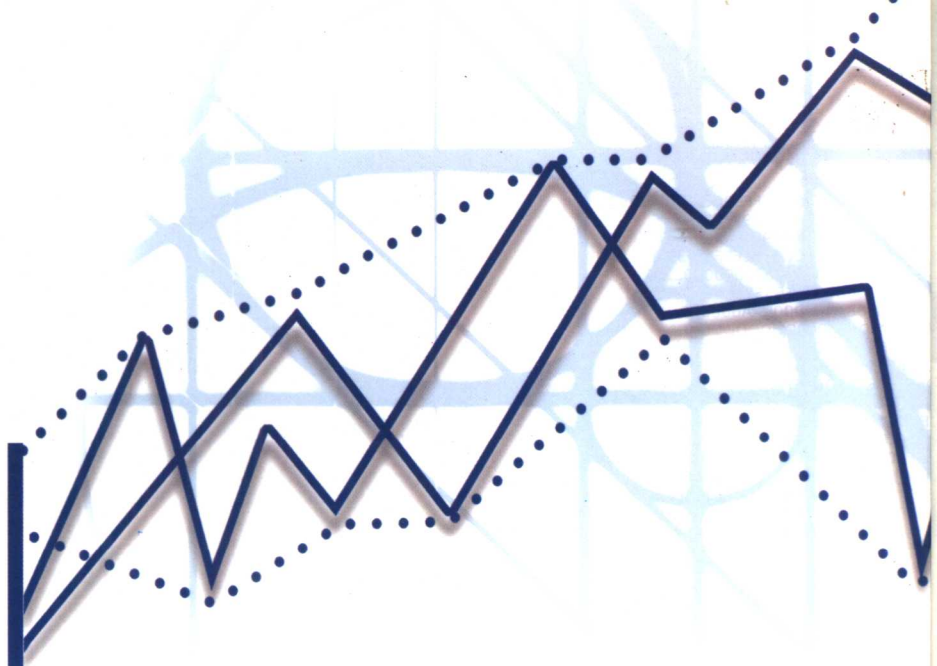


于 瑾 著



LI LV QI XIAN JIE GOU

利率期限结构 研究

YAN JIU

经济日报出版社



利率期限结构 研究

LI LV QI XIAN JIE GOU
YAN JIU

于 瑾 著

经济日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

利率期限结构研究/于瑾著. —北京: 经济日报出版社, 2004. 10

ISBN 7—80180—391—4

I. 利… II. 于… III. 利息率—研究 IV. F830.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 102595 号

利率期限结构研究

著 者	于瑾
责任编辑	门睿
责任校对	徐峰
出版发行	经济日报出版社
地 址	北京市宣武区白纸坊东街 2 号 (邮政编码: 100054)
电 话	010—63567684 (编辑部) 63567683 (发行部)
网 址	edp.com.cn
E—mail	edp@ced.com.cn
经 销	全国新华书店
印 刷	北京通州皇家印刷厂
开 本	889×1194mm 1/16
印 张	18
字 数	270 千字
版 次	2004 年 10 月第一次印刷
书 号	ISBN 7-80180-391-4/F·147
定 价	45.00 元

版权所有 盗版必究 印装有误 负责调换

前 言

利率期限结构的理论和模型是金融研究中最具挑战性的课题之一。本文的目的是通过回顾利率期限结构理论近二十年来的发展历程，试图在各种复杂的数学模型中理出一个清晰的脉络，并对这一领域的主要研究成果做一简要的评价。

本文的研究课题是利率期限结构模型的比较与分析，它包含三大主题：利率水平的期限结构、利率波动率的期限结构和不同到期日的远期利率之间相关性的期限结构。对这些主题的研究不是割裂开的，事实上每一种模型都是尝试从不同的角度来解决这些问题。

本文的写作方法是紧紧围绕现代金融理论的两类基本方法——均衡定价法和无套利定价方法，运用较为复杂的数学工具，对利率期限结构的模型建立、参数拟合与实证检验等方面做出全面的剖析。在均衡分析中，投资者依托利率衍生工具表达他们对未来期限结构演变的各种复杂的观点。这些观点有的十分简单，如预测利率变动的方向是上升还是下降，这种观点可以通过最简单的衍生品如利率期货、利率互换协议等来表达；有的观点涉及预测收益率曲线会变得平坦或是陡峭，或者同时伴随这利率水平的上下移动；还有的观点试图表明对收益率曲线发生特定变动的时间做出预测。能做出准确预测的投资者就可以在这个过程中获得回报。

根据这种观点，模型能否正确拟合市场价格变得无关紧要，如果认为某一种模型是正确的话，其输出结果与市场价格不一致恰好是指出了获利的机会。这些模型也无需去与观察到的市场价格拟合。均衡模型通过成功的描述整体市场的状况和变动趋势，成为这种观点的代表。

无套利分析方法与上述观点截然不同，这是在金融市场研究中具有特殊地位的一种方法。套利的投资者对利率衍生品定价的目的是想与组合中其它资产形成对冲，这些资产包括利率上限、欧式互换期权，还包括一些简单的基础工具，如债券、远期利率协议、互换与期货产品等。这些资产的价格被认为是正确的，不用怀疑的，因此模型能否正确地还原出现有资产的价格是至关重要的。这也是无套利模型的主

要任务和优势所在。

一言概之，均衡模型尝试解释现在的市场价格，而无套利模型把现在的市场价格视为外生输入的变量。

在现代利率行为的研究中，假定利率过程服从扩散方程已经成为建立模型的主流方法。这种方法认为利率是受到一个或多个连续的随机因素所驱动，这些驱动因素通过模型参数的设置使利率曲线演变出不同的形状和位置。扩散模型具有良好的解析性质，产生的模型类十分丰富，研究得也比较充分。另一种重要的数学工具是鞅定价方法。鞅方法的基本思想是先选取适当的随机贴现因子，使利率衍生品的价格除以贴现因子后得到相对价格，这一相对价格过程在风险中性测度下是一个鞅过程。本文进一步证明了利率衍生品定价的偏微分方程法和鞅方法是等价的。

本文的写作结构如下。在第一章，笔者在对最近二十年来利率期限结构研究成果的历史回顾的基础上，分析了现有利率模型的共同特征，特别是模型拟合问题。第二章对利率期限结构中包含的无套利关系进行了详细的分析，这是研究各类模型的必备知识。文章的第三章至第五章分别对单因素均衡模型和多因素均衡模型做了初步的分析和介绍，这是目前已经研究的比较充分的领域。在主成份分析的成果上，重点分析了单因素模型中的 CIR 模型和多因素模型中的 Brennan—Schwartz 模型和 Longstaff—Schwartz 模型，对模型的解析性质、统计分布和推导出的债券定价方程做了详细的说明和评价。

第六章主要集中在套利模型的分析上，对于离散情形下的 Ho—Lee 模型的拟合问题做了详细的说明，同时分析了 Hull—White 模型下波动性的拟合问题。这是套利模型首要关心和解决的问题。BDT 模型由于其引入了对数正态分布的利率假设，从而赋予了模型良好的解析性质，在本章也对其做了分析。

HJM 模型类是建立在整个收益率曲线上为远期利率直接建模，它得到的在风险中性测度下远期利率的波动率与漂移项之间的决定关系是利率期限结构理论中的最重要的发现之一。因此整个第七章都用来讨论 HJM 模型的主要特征，包括建模思路、远期利率的波动率与漂移项之间的函数形式、波动率的限制形式、短期利率的非马尔可夫性等重要问题。在本章的最后对 HJM 模型类的最新进展—随机弦振动模型做了简单的介绍，它通过引入多个彼此相关的扰动项极大地丰富了 HJM 类模型的形式

和种类。

检验模型的重要手段是应用历史数据对模型进行实证分析。在第八章中介绍了国外学者对于期限结构模型共有的一些基本特征做的实证检验，包括均值回复性的检验、利率波动性的结构等方面，它主要的研究目的是确定利率的预期变动以及利率的波动率与当前的利率水平之间的关系。最后对于各种利率模型的选择问题做了一个简要的概括。

在对目前比较完善的模型分析的基础上，第九章对利率期限结构的最新进展做了简单的介绍。包括市场模型，它能够直接处理可观测到的市场数据，如 LIBOR、互换利率等；无限维模型，它引入了不同到期日利率之间丰富的相关结构；定价核模型，它提出了研究无套利关系的一种新思路，对利率模型的构建方法产生了深远的影响；随机跳跃模型，它主要引入泊松过程和列维过程，为随机突发事件对利率曲线的影响建立了模型。在这一章的最后介绍了随机折现因子理论，它通过描述随机折现因子满足的时间序列，可以容易应用时间序列分析的技术为历史数据建立方程，最大限度的增加了模型的准确性。随机折现因子理论也是资产定价理论近期的一项重要发展。

第十章开始进入利率期限结构理论的应用与实施领域。在对证券市场特性做出严格数学限制的基础上，第十章对利率衍生品的主要定价方法做了分析。它首先分析了完备市场的特性和自我融资策略的方法，分别对衍生品定价的偏微分方程法和鞅方法做了较为详细的分析，并证明了这两种方法的等价性。事实上鞅方法由于其巧妙的思路和优越的数学性质已经成为衍生品定价领域中的主流方法。

第十一章提出了类似公司债券或者抵押担保债券这一大类债券资产，其价值既依赖于对未来利率的预期同时还取决于嵌入期权的价值，寻找对这一类债券的有效数值解法是实务领域的一个重要课题。在本章中简要介绍了在这一领域中应用广泛的有限差分法和蒙特卡罗模拟算法，它们分别针对路径独立型债券和路径依赖型债券提出了解决的办法。在这些计算方法的基础上，对资产配置、HJM 模型和 R-S 模型在债券组合免疫中的应用等问题做了详细的分析。

本文的写作特点是充分发掘了利率模型对不同形状收益率曲线的解释并将其直接应用于利率衍生品定价和资产管理的实务之中。在写作中虽然较多的使用了数学

模型和统计方法,但是文章的侧重点并非在于各种模型的复杂推导,而是注重研究比较不同模型的构建方法、主要特点及其经济含义,从而为深入研究中国债券市场问题提供了理论支持。

本文的主要创新是能够抓住不同期限利率之间相关结构作为研究重点,利用相关结构分解的方法对现有各类模型从这一独特的角度进行分析和归类,明确提出了研究利率波动性和相关性的期限特征是未来建模的主要方向,并研究了将 HJM 模型和 R-S 模型应用于债券组合管理过程中所遇到的问题。

本书主要是在我的博士论文基础上完成的。在本书付梓之时,衷心感谢我的导师王绍熙教授,感谢导师的悉心指导与关怀鼓励。导师严谨的学风、广博的学识以及宽厚的胸怀将使我受益终生。

学习与写作过程中,院长林桂军教授曾给予诸多指导并提供了很有价值的参考资料,在此深表谢意。

我也深切感谢我的家人和朋友,感谢他们长期以来对我极大的关心与帮助。

作者
2004 年 1 月

目 录

前 言

第一章 利率期限结构理论	1
第一节 引言	1
第二节 文献回顾	2
一、利率期限结构理论文献回顾.....	2
二、利率期限结构实证研究回顾.....	5
第三节 利率模型的构建过程	6
一、利率衍生品的特性与适用的利率模型.....	6
二、建模的程序.....	7
三、利率模型的模拟方法.....	8
第四节 利率模型的评价标准	9
一、拟合市场数据.....	9
二、良好的动态特征.....	10
三、模型的易解性.....	11
第二章 利率期限结构中的无套利关系	13
第一节 风险中性测度	13
一、测度 P 与测度 Q	13
二、有关测度 Q 的几个问题.....	16
第二节 瞬时波动率和平均波动率	17
一、波动率的定义.....	17
二、利用瞬时波动率对欧式互换期权进行定价	19
第三节 无套利定理	21
一、无风险组合的构建.....	22
二、风险的市场价格.....	24
三、债券的定价方程.....	25

四、债券偏微分定价方程的推广	25
第四节 鞅测度下的无套利定理	26
一、鞅测度下的无套利关系	26
二、计价单位的选择	26
第三章 单因素均衡模型	28
第一节 单因素模型的理论基础	28
第二节 单因素模型的实证背景	30
一、主成份分析	30
二、主成份分析的实证发现	33
第三节 单因素模型的特点	34
一、短期利率的行为特征	35
二、负利率的解决思路	36
三、从利率模型到贴现债券模型	39
第四节 Merton 模型	40
一、Merton 模型概述	40
二、Merton 模型的主要缺陷	40
三、Merton 模型下的债券定价方程	41
四、收益率 $R(t, \tau)$ 的分布形式	42
第五节 Vasicek 模型	42
一、短期利率 $r(t)$ 的分布形式	42
二、Vasicek 模型的评述	43
三、Vasicek 模型下的债券定价方程	43
四、收益率 $R(t, \tau)$ 的分布形式	45
第四章 Cox-Ingersoll-Ross 模型	46
第一节 CIR 模型的分布性质	46
一、短期利率 $r(t)$ 的分布	46
二、CIR 模型的评述	47

三、对 CIR 利率模型均值回复性的理解	47
四、CIR 模型下的债券定价方程	48
五、CIR 模型下的债券期权定价	49
六、收益率 $R(t, \tau)$ 的分布形式	50
七、双平方根模型	51
第二节 CIR 模型中参数的确定	51
一、基本分析法与现象法	52
二、模型差异分析和参数的稳定性	53
第三节 CIR 模型的实证检验	54
一、利率的水平与利率的波动率	54
二、合理的检验标准	55
三、实证检验	57
第四节 广义仿射模型类	58
一、从 CIR 模型到广义仿射模型	58
二、时齐仿射模型	59
第五章 多因素均衡模型分析	62
第一节 Brennan-Schwartz 模型	63
一、Brennan-Schwartz 模型的一般形式	63
二、Brennan-Schwartz (1982) 模型的发展	64
三、Brennan 和 Schwartz 模型评价	64
第二节 Fong-Vasicek 模型	66
一、Fong-Vasicek 模型中的随机方差	66
二、Fong-Vasicek 模型评述	67
三、Fong-Vasicek 模型下的债券定价方程	67
第三节 Longstaff-Schwartz 模型	67
一、Longstaff-Schwartz 模型下的债券定价方程	68
二、收益率曲线的拟合—隐含拟合法	69
三、收益率曲线的拟合—历史数据法	71

第六章 套利模型	72
第一节 Ho-Lee 模型	73
一、离散形式的 Ho-Lee 模型	73
二、Ho-Lee 模型评价	75
第二节 Hull-White 模型	75
一、Hull-White 模型的特点	76
二、Hull-White 模型下的波动性的拟合	76
三、A 和 B 的解析性质	78
四、Hull-White 模型对市场数据的最优拟合	80
第三节 Black-Derman-Toy 模型	80
一、Black-Derman-Toy 模型的特点	81
二、BDT 模型的评价	81
三、BDT 模型下的对冲和对冲检验	82
四、BDT 模型下利率上限和互换期权的定价	84
五、BDT 模型中短期利率波动率的时变问题	85
第七章 Heath-Jarrow-Morton 模型	87
第一节 HJM 模型概述	87
一、HJM 模型下的无套利条件	88
二、HJM 模型类	90
第二节 零息债券价格波动率的一般性限制条件	91
一、波动率的马尔可夫性	91
二、波动率的时间平稳性	91
第三节 HJM 模型蕴涵的短期利率过程	92
一、HJM 模型中短期利率过程的导出	92
二、短期利率过程具备马尔可夫性的必要条件	93
第四节 利率模型的马尔可夫性	93
一、马尔可夫过程	93
二、Carverhill 与 L-R-S 的研究成果	94

三、对波动率结构的其它限制方式.....	96
四、HJM 模型的应用步骤.....	97
第五节 HJM 模型的新进展—随机弦振动模型	100
一、随机弦振动模型的一般形式.....	100
二、随机弦振动模型的特征.....	101
第八章 利率期限结构模型的实证分析.....	102
第一节 均值回复性的实证分析	102
一、漂移项的斜率是否小于零.....	103
二、漂移项的斜率是否与利率水平成线性关系	103
第二节 冲击项的波动性实证分析	104
一、固定波动弹性模型.....	104
二、利率水平效应和信息效应.....	105
第三节 多因素模型的实证分析	106
一、随机波动模型检验.....	106
二、仿射多因素模型.....	108
第四节 利率期限模型的选择分析	109
一、扩散系数 σ_r 的确定.....	109
二、扩散系数和风险的市场经济的确定	110
三、期限结构模型的选择.....	111
第五节 利率期限结构相关性分析	112
一、利率相关系数.....	112
二、相关性研究的新趋势.....	113
三、平均波动率、瞬时波动率和期限结构之间的关系	116
第九章 利率期限结构模型的最新进展.....	122
第一节 市场模型	122
一、市场模型概述.....	122
二、市场模型的形式.....	123
三、消除远期利率的无界性.....	125

四、市场模型评价.....	126
第二节 无限维模型.....	126
第三节 定价核方法.....	128
第四节 随机跳跃过程模型.....	129
一、Poisson 过程.....	129
二、Levy 过程.....	130
第五节 随机折现因子理论.....	131
一、时间序列 M_t	132
二、随机折现因子模型的特征.....	133
第六节 混沌理论与利率的分形分布.....	134
一、传统投资理论的缺陷.....	134
二、混沌理论.....	136
三、随机分形.....	137
第十章 利率期限结构模型在利率衍生品定价中的应用.....	140
第一节 完备市场的自我融资策略.....	140
一、离散时间下的市场完备性.....	141
二、连续时间下的市场完备性.....	143
三、连续时间下交易策略 (ϕ_t, ψ_t) 的确定.....	144
第二节 利率衍生品定价—PDE 法.....	145
一、PDE 法概述.....	145
二、常用模型示例.....	146
三、利率上限与利率互换的定价.....	147
四、付息债券期权的定价.....	148
五、多因素模型下的利率衍生品定价.....	149
第三节 离散时间下的鞅方法定价.....	150
一、Ho-Lee 模型下的鞅定价方法.....	150
二、Ho-Lee 模型下利率衍生品的定价公式.....	152

第四节 连续时间下的鞅定价方法	153
一、连续时间下的鞅过程	153
二、PDE 法和鞅方法的等价性	154
三、具有多次支付的利率衍生品定价	156
四、债券期权的定价公式	157
第十一章 利率期限结构模型在资产组合管理中的应用	159
第一节 计算方法	159
第二节 R-S 模型应用于资产配置过程	164
一、模型设定	164
二、利率过程的样本路径	166
三、优化问题	167
第三节 HJM 模型类应用于债券组合免疫过程	168
一、单因素 HJM 模型	168
二、Ho-Lee 模型下的免疫过程	170
三、双因素 HJM 模型的免疫方法	171
四、R-S 模型在免疫中的应用	173
附录一 概率论与随机过程	175
第一节 概率论基础	175
一、概率与概率空间	175
二、条件概率与概率测度	176
三、随机变量	177
第二节 测度论基础	181
一、测度与测度空间	181
第三节 随机过程	183
一、随机过程的主要类型	183
二、条件期望	188
三、停时	189
四、马尔可夫过程	190

第四节 时间序列分析	193
一、平稳时间序列	194
二、ARMA (p,q) 模型	196
三、ARMA (p,q) 模型的参数估计	201
四、平稳性检验	204
五、GARCH 模型	207
附录二 数理统计基础	209
第一节 样本统计原理	209
一、样本统计	209
二、常用统计分布	212
三、Cramer-Rao 不等式	213
第二节 参数估计与检验	215
一、参数估计的主要方法	215
二、假设检验	218
三、Bayes 统计	222
附录三 随机分析基础	225
第一节 布朗运动	225
一、布朗运动的分布特征	225
二、布朗运动的鞅性	228
第二节 随机积分	229
一、随机积分的引入	229
二、随机积分的性质	232
三、伊藤积分	234
第三节 Girsanov 定理	238
附录四 数值分析	240
第一节 插值法	240
一、多项式插值	240
二、Newton 算法	241

三、差分法	242
第二节 数值积分	243
一、Gregory 公式和 Simpson 公式	244
二、重积分的计算	245
第三节 非线性方程的近似解	245
一、分半法	246
二、迭代法	246
第四节 微分方程的数值解法	248
一、Picard 定理	248
二、Euler 法	249
三、显式法和隐式法	250
参考书目	253
后 记	258

CONTENTS

Foreword

Chapter One Theories on Term Structure of Interest Rates.....	1
1 Introduction.....	1
2 Literature Review.....	2
2.1 Theoretical Evolution.....	2
2.2 Empirical Test.....	5
3 Construction of Interest Rate Models.....	6
3.1 Characteristics of Interest Rate Derivatives.....	6
3.2 Procedures of Model Construction.....	7
3.3 Simulation Methods.....	8
4 Criteria of Model Selection.....	9
4.1 Calibration.....	9
4.2 Good Dynamics.....	10
4.3 Tractability.....	11
Chapter Two Non-arbitrage Conditions.....	13
1 Risk-Neutral Measure.....	13
1.1 Specification: P or Q.....	13
1.2 Some Issues concerning Q.....	16
2 Instant Volatilities and Average Volatilities	17
2.1 Definitions	17
2.2 Pricing Implications	19
3 The Non-arbitrage Theorem	21
3.1 Construction of Riskless Portfolio	22
3.2 Market Price of Risk	24
3.3 Bond Pricing Equation	25
3.4 Generalization of Bond PDE.....	25
4 The Martingale Non-arbitrage Theorem.....	26
4.1 Equivalent Martingale Measure	26
4.2 Choice of Numeraire.....	26