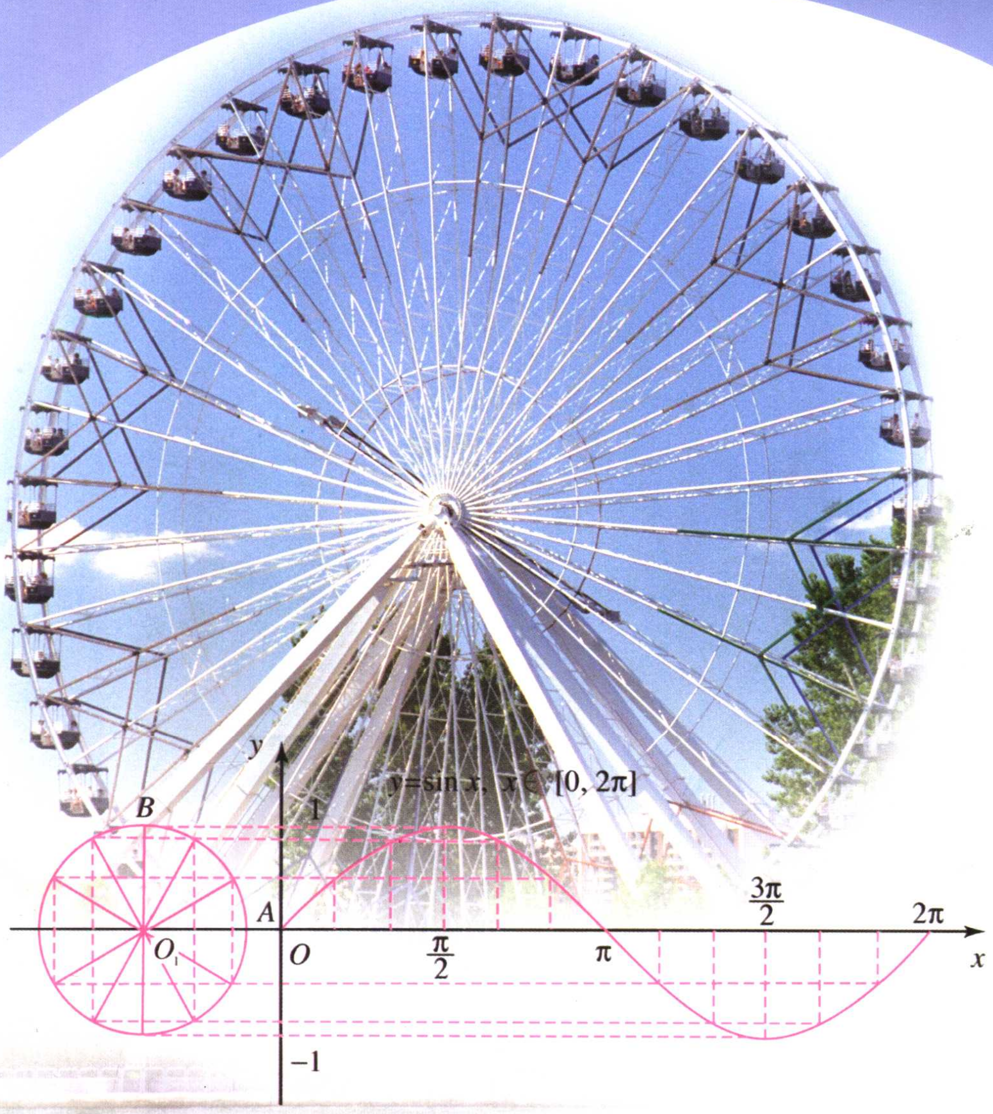
普 通 高 中 课 程 标 准 实 验 教 科 书

数学 4

必修

教师教学用书

人民教育出版社　课程教材研究所
中 学 数 学 教 材 实 验 研 究 组　编著



人民教育出版社

B版

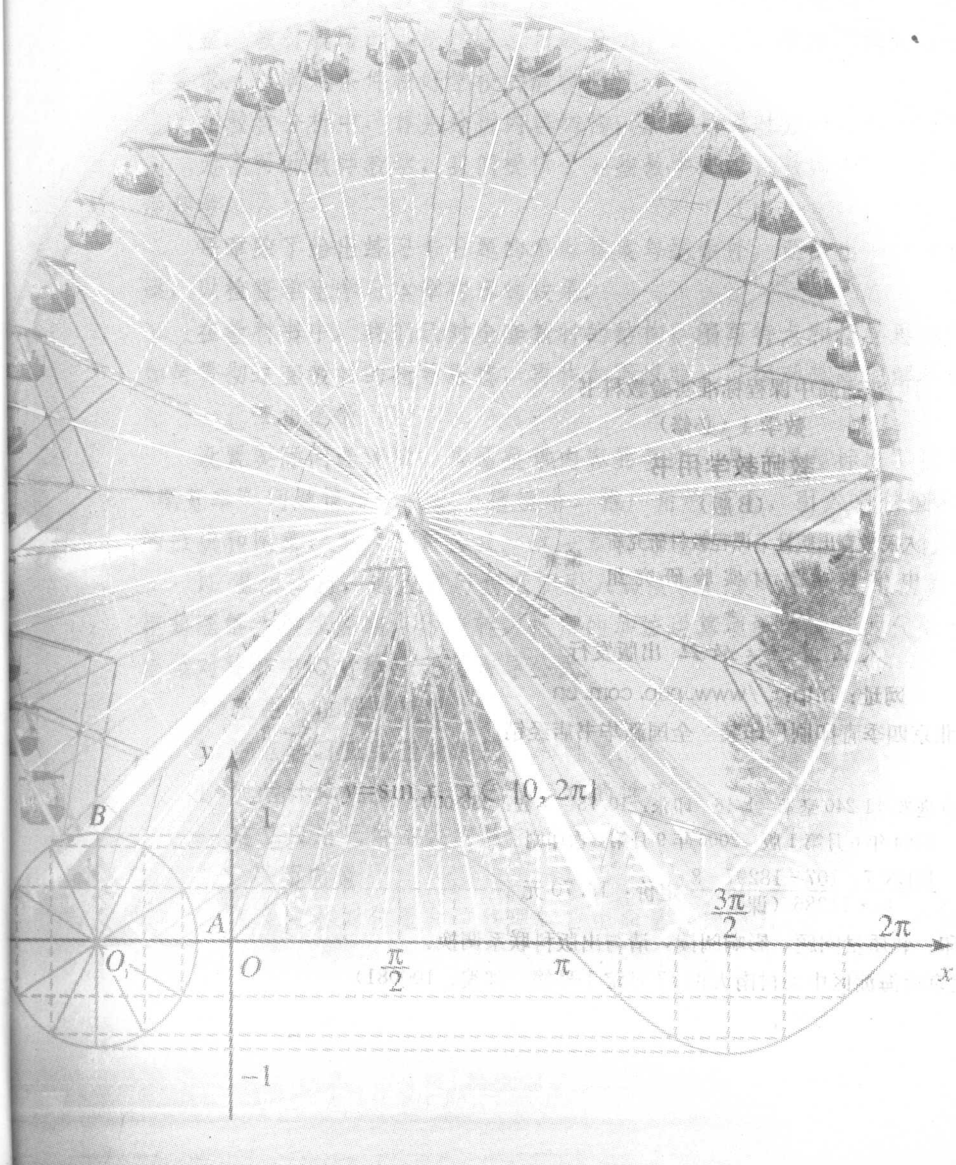
普通高中课程标准实验教科书

数学④

必修

教师教学用书

人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学教材实验研究组　编著



人民教育出版社

B版

主　　编　　高存明　韩际清

本册主编　　段发善　尹玉柱
审　　定　　丁尔陞
编　　者　　尹玉柱　李明照　张合钦　韩际清
　　　　　　王　强　尚凡青　吴庆余　龚红戈
　　　　　　接　迎　袁　竞　田明泉
责任编辑　　刘长明　段发善
版式设计　　王　喆
封面设计　　林荣桓

普通高中课程标准实验教科书
数学 4（必修）
教师教学用书
（B版）
人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学教材实验研究组　编著
*
人民教育出版社　出版发行
网址：http://www.pep.com.cn
北京四季青印刷厂印装　全国新华书店经销
*
开本：890毫米×1 240毫米　1/16　印张：10.75　字数：285 000
2004年6月第1版　2006年9月第3次印刷
ISBN 7-107-18297-8 / G·11386（课）　定价：19.70元

说　明

本书是配合全国中小学教材审定委员会2004年初审通过的《普通高中课程标准实验教科书·数学4（B版）》的使用编写的教师教学用书．本书由山东省教学研究室与人民教育出版社课程教材研究所中学数学教材实验研究组共同组织编写．

本套教师教学用书编写的原则是：

1. 努力体现普通高中数学课程标准实验教科书（B版）编写的指导思想，帮助教师钻研教材，理解教材的编写意图．

2. 明确各章的教学要求及要达到的教学目标，帮助教师完成"课程标准"中规定的教学任务．

3. 指出相关内容的教学重点、难点以及教学方法，帮助教师克服教学中的一些困难．

4. 努力吸取教师的实际教学经验，使本书能更好地为教学服务．

本册教师教学用书每章包括：一、课程目标，二、教材分析，三、拓展资源，四、教学案例，五、习题参考答案与提示，六、反馈与评价等六部分．

教材的课程目标的确定，主要依据教育部2003年颁布的《普通高中数学课程标准（实验）》中的相关必修内容的教学要求．考虑到教学内容要有一定的弹性，对必修内容的教学要求作了一些调整．教材编写时，把练习、习题分A、B两组，增加"探索与研究"等栏目来达到较高的教学要求．以满足条件较好学校的教学需要．

在教材分析中，首先分析内容结构；然后是课时分配；接着分节给出教法与学法建议．

为了帮助教师教学，我们提供了一些教学资源供教师选用，另外还提供了一些教学案例供教师参考．

每章除了给出练习与习题的参考答案与提示外，还给出一份知识与方法测试题，用做课堂测试，以检查学生学习本章内容的效果．

在教科书中，我们已对全套教材的结构、编写特点和指导思想作了阐述，下面仅就数学4中如何贯彻这套教材的指导思想，再作如下说明，以帮助教师理解教材．

一、三角函数

设置实际问题情境，沟通整章内容的教学，是"课程标准"倡导的重要学习方法．本章设置"观览车"问题情境，在这个情境中，推广角的概念，引入单位圆和三角函数线，研究正弦函数的性质和图象，引入和角公式．这一章较好地实现了设置情景进行教学的模式．

1. 温故知新，通过复习角度制引入弧度制，复习锐角三角函数引入任意角三角函数的定义．把角理解为射线绕端点的旋转，把角的加法运算理解为旋转的代数和．用任意角的旋转对称（包括轴对称和中心对称）证明诱导公式．

2. 强调单位圆的教学．

3. 重点学习正弦函数的图象和性质．

4. 使用计算机技术研究三角函数的性质．

5. 建立应用三角函数的数学模型．

二、平面向量

1. 用点的相对位置和位移理解自由向量（向量）．用位移的合成理解向量的加法．建立平行

全等与向量加法及其运算律的联系.

2. 用放大、缩小理解向量的数乘. 用相似三角形的性质理解向量数乘的分配律.

3. 用物理中的做功计算和向量在轴上的投影计算引入向量的数量积. 用向量和的投影的性质引入数量积的分配律. 用数量积计算长度和角度.

4. 向量在几何、三角和解析几何中的应用. 用向量的观点重新认识几何、三角中的基本概念和有关性质.

三、三角恒等变换

1. 用向量证明和角公式，引导学生用向量研究和差化积公式.

2. 教学的重点为和角公式与旋转变换公式.

3. 引导学生利用正弦的和角公式找出求正弦函数值的算法.

4. 引导学生独立地由和角公式推导出倍角公式与和差化积、积化和差公式. 注意和角公式在三角恒等变换及三角形计算中的应用.

这套教材把学习数学的思想方法放到首位. 数学 4 涉及到的数学方法有：设未知数列方程，待定系数法，坐标法，配方法等. 这些方法在数学 4 中都得到了应用. 教师要十分重视这些基本数学思想方法的教学与练习.

在教学中一定要贯彻“温故而知新”的原则. 基础不好难以继续学习，这是数学学习的重要特点，在教材编写中，主要知识点都采取循环方式编写，以达到牢固掌握所学的数学知识的目的.

数形结合是本套教材的重要特色. 华罗庚先生对数形结合在学习数学中的作用作了如下的阐述：

“数与形，本是相倚依，焉能分作两边飞. 数缺形时少直观，形少数时难入微. 形数结合百般好，隔裂分家万事非. 切莫忘，几何代数统一体，永远联系，切莫分离!”

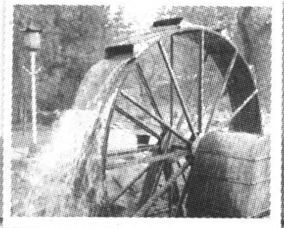
这段分析精辟地阐述了数形之间的密切关系和相互作用. 教师在教学时一定要努力贯彻这一思想.

本册教师教学用书，得到山东省教研室、济南市教研室、潍坊市教研室、德州市教研室、威海市教研室、日照市教研室、东营市教研室、山东省实验中学和山东师大附中等单位的大力协助，在此深表谢意.

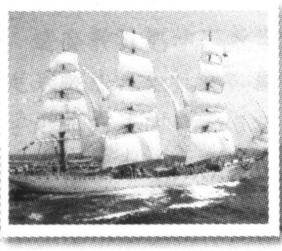
由于时间紧，本书一定存在不少缺点，恳切希望教师、教研人员和有关专家提出意见，以便再版时订正.

人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学教材实验研究组
2004 年 7 月

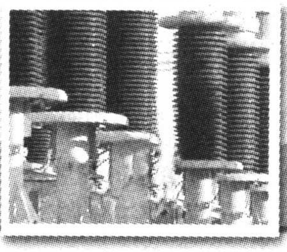
目录



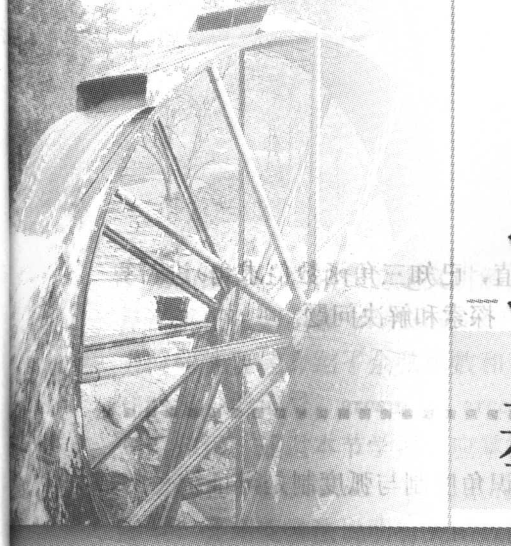
第一章 基本初等函数（II）



第二章　平面向量



第三章 三角恒等变换



第一章 基本初等函数（II）

一、课程目标

（一）知识与技能目标

1. 了解任意角的概念和弧度制，能正确地进行弧度和角度的互化.

2. 使学生理解任意角的正弦、余弦、正切的定义；了解任意角的余切、正割、余割的定义；并会利用单位圆中的有向线段表示正弦、余弦和正切.

3. 理解同角三角函数的基本关系式：$\sin^2 x+\cos^2 x=1$，$\dfrac{\sin x}{\cos x}=\tan x$；借助单位圆的直观性探索正弦、余弦和正切的诱导公式，并掌握其应用.

4. 理解正弦函数、余弦函数和正切函数的性质，理解周期函数与最小正周期的意义.

5. 能正确使用“五点法”、“几何法”、“图象变换法”画出正弦函数、余弦函数和 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象，能正确地作出正切函数的简图；结合具体实例，了解 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的实际意义；了解 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 中参数 A、ω、φ 对函数图象变化的影响以及它们的物理意义.

6. 会用三角函数解决简单实际问题，了解三角函数是描述周期变化现象的重要函数模型.

7. 会由已知三角函数值求角，并会用符号 $\arcsin x$、$\arccos x$、$\arctan x$ 表示角.

（二）过程与方法目标

1. 用运动变化的观点了解角的概念的推广是解决现实生活和生产中实际问题的需要，通过对各种角的表示法的训练，提高分析、抽象、概括的能力.

2. 树立映射观点，正确理解三角函数是以实数为自变量的函数，培养利用联系、变化的辩证唯物主义观点去分析问题的能力.

3. 通过图象变换的学习，培养运用数形结合思想分析、理解问题的能力；培养利用联系、变化的辩证唯物主义观点去分析问题的能力.

4. 结合有关内容(如角度与弧度的换算、已知角求它的三角函数值，已知三角函数值求角)进行算法的基本训练，鼓励学生运用计算器、计算机求函数值，作函数图象，探索和解决问题.

(三) 情感、态度与价值观目标

1. 通过对角的概念的推广，培养学生学习数学的兴趣；理解并认识角度制与弧度制是辩证统一的，不是孤立、割裂的.

2. 通过同角三角函数的基本关系的学习，揭示事物之间的普遍联系规律，培养辩证唯物主义思想.

3. 通过图象变换的学习，培养从特殊到一般，从具体到抽象的思维方法，从而达到从感性认识到理性认识的飞跃.

二、教材分析

(一) 内容结构

1. 内容编排

本章共分三大节，主要内容包括任意角的概念和弧度制、任意角的三角函数、诱导公式、同角三角函数的基本关系、三角函数的图象与性质，以及已知三角函数值求角等.

第一大节，是任意角的三角函数. 首先在初中已学过角和锐角三角函数的基础上，教科书通过实例，用运动变化的观点讲述了角的概念推广的实际意义，以表明这一推广的必要性，同时把角的概念由0°到360°范围推广到任意角的范围，引出终边相同的角和象限角的概念，这就为引入任意角三角函数和研究它们的性质做了准备. 接着引入度量角的弧度制以及角度制与弧度制的换算，并得到扇形的弧长、圆心角、半径之间的关系式. 弧度制不仅作为度量角的另一种制度，更主要的是弧度数是十进位的实数，当角用弧度衡量时，每一个角对应一个实数，每一个实数对应一个角，对应关系十分明显，因此，三角函数可看成是以实数为自变量的函数.

第二大节，是任意角的三角函数. 教科书利用直角坐标系把三角函数的概念由锐角三角函数推广到任意角的三角函数，并引入正割和余割的概念，由三角函数定义总结出了三角函数的正负号法则，讲解了单位圆中的正弦线、余弦线、正切线的规定，从而将这些函数表示为有向线段. 教科书充分发挥单位圆的作用，帮助学生直观地认识任意角、任意角的三角函数、理解三角函数的周期性，教科书借助单位圆推得同角三角函数的两个基本关系式，并导出全部诱导公式，在下一节，还利用单位圆作出三角函数的图象，研究三角函数的性质. 本节的学习目标是理解任意角三角函数的定义，理解用单位圆中的有向线段来表示三角函数值的原理，并初步学会使用单位圆解决关于三角函数性质的简单问题，让学生借助单位圆的直观性，自主地探索三角函数的有关性质，掌握同角三角函数关系式和诱导公式，能进行同角三角函数之间的变换，会求任意角的三角函数值，并记住某些特殊角的三角函数值.

第三大节，是三角函数的图象和性质. 教科书利用正弦线引入正弦曲线，并总结出五点作图法，由

正弦曲线和正弦函数的定义讲解正弦函数的性质，包括值域、周期性、奇偶性、单调性，接着教科书重点讲解正弦型函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象和性质以及简单应用. 在重点掌握以上内容的基础上，教科书简明扼要地介绍了余弦函数和正切函数的图象与性质，本节最后讲解了已知三角函数值求角的方法，并给出一般记号：$\arcsin x$，$\arccos x$，$\arctan x$，但不出现反三角函数的名称，也不涉及反三角函数的其他知识. 通过本节学习，应掌握正弦函数、余弦函数、正切函数、正弦型函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 和余弦型函数 $y=A\cos(\omega x+\varphi)$ 图象的画法，掌握“五点法”作图，并了解参数 A、ω、φ 的值对函数图象的影响，会用变换法说明有关函数图象之间的关系，能结合三角函数的图象或单位圆理解三角函数的性质，特别是应深入领会三角函数的周期性，领会它在描述自然界周期现象中的作用. 已知三角函数值求角在实际问题中经常用到，也应切实掌握. 正弦型函数在物理中有一定的应用，要引导学生重视学科之间的联系与综合，教科书选用了关于交流电和简谐振动的几个习题，教学上应加以重视.

本章最后安排了数学建模活动，在数学 1 学习函数的时候已经讲过数学建模的基本思想，这里用一个框图概括了数学建模的一般过程，然后给出一个海水潮汐涨落问题让学生自己解决，在教学上教师要充分重视，精心指导，作为一次重要作业要求学生认真完成，最后应进行讲评，有条件时，还可组织学生深入实际调查研究，发现并解决问题，写出数学小论文.

2. 地位与作用

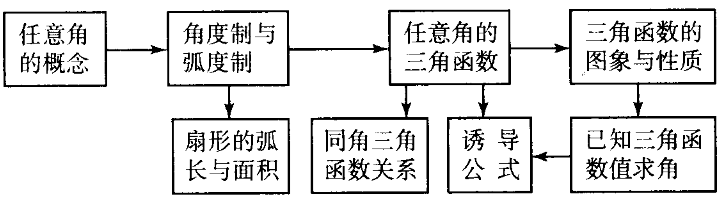
三角函数是基本初等函数之一，它是中学数学的重要内容之一，也是学习高等数学的基础. 它的认知基础主要是几何中圆的性质、相似形的有关知识，在数学 1 中建立的函数概念以及指数函数、对数函数的研究方法. 主要的学习内容是三角函数的概念，图象与性质，以及三角函数模型的简单应用；研究方法主要是代数变形和图象分析. 因此，三角函数的研究已经初步把几何与代数联系起来了. 本章所介绍的知识，既是解决生产实际问题的工具，又是学习后继内容和高等数学的基础，三角函数是数学中重要的数学模型之一，是研究度量几何的基础，又是研究自然界周期变化规律最强有力的数学工具. 三角函数作为描述周期现象的重要数学模型，与其他学科（特别是物理学、天文学）联系紧密.

3. 重点与难点

本章的教学重点是：任意角三角函数的概念，同角三角函数的关系式，诱导公式，正弦函数的性质与图象，函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象和正弦函数图象的关系.

本章的教学难点是：弧度制和周期函数的概念，正弦型函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象变换，综合运用公式进行求值、化简和证明等.

4. 本章知识结构



（二）课时分配

本章教学时间约 16 课时，具体分配如下（仅供参考）：

1.1 任意角的概念及弧度制

1.1.1	角的概念的推广	1课时
1.1.2	弧度和弧度制与角度制的换算	1课时

1.2 任意角的三角函数

1.2.1	三角函数的定义	2课时
1.2.2	单位圆与三角函数线	1课时
1.2.3	同角三角函数的基本关系式	1课时
1.2.4	诱导公式	3课时

1.3 三角函数的图象与性质

1.3.1	正弦函数的图象与性质	3课时
1.3.2	余弦函数、正切函数的图象和性质	2课时
1.3.3	已知三角函数值求角	1课时

本章小结 1课时

(三) 教法与学法建议

1.1 任意角的概念与弧度制

1.1.1 角的概念的推广

1. 本小节把学生学习的角从不大于周角的非负角扩充到任意角，使角也有正角、零角、负角之分. 在平面内建立适当的直角坐标系后，可以根据角的终边在哪一象限，把角划分为第一、二、三、四象限角和特殊角等几类，于是引入了象限角和终边相同的角这样两个概念. 由特殊到一般地归纳出“任一与角 α 终边相同的角，都可以表示成角 α 与整数个周角的和”这一结论.

2. 通过本节的学习，使学生理解任意角的概念，学会在平面内建立适当的坐标系来讨论任意角；能在 0° 到 360° 范围内，找出此范围外每一个与已知角终边相同的角，并判定其为第几象限角；能写出与任一已知角终边相同的角的集合.

3. 在引入大于 360° 的角和负角时，可举些学生熟悉的生活中大于 360° 的角和负角的实例，除了教科书上提到的实例外，还可以通过介绍钟表的指针、自行车轮子、螺丝扳手、曲轴连杆等按不同方向旋转时所形成的角，用以说明引入新概念的必要性和它的实际意义. 要结合动态的或静态的直观图，了解、认识和研究各种角，使学生对任意角的概念的理解与图形密切地结合起来.

4. 正角、负角是用来表示具有相反意义的旋转量的，其正负出于习惯，和正负数的规定一样（也就是说，我们也可规定按顺时针方向旋转所成的角为正角，按逆时针方向旋转所成的角为负角）. 零角是一条射线没有作任何旋转而形成的角，它没有正负，就象实数零没有正负一样.

5. 讲解象限角的概念时，要强调直角坐标系的建立方法——顶点与坐标原点重合，角的始边与 x 轴的正半轴重合，这是判断某角为第几象限角的前提. 在这个前提下，才能提到由终边所在象限来判定某角是第几象限角这一标准. 同时应向学生指出终边落在坐标轴上的角不能成为任何象限的角，只说它

的终边在哪条轴上. 用不等式表示象限角的范围是一个难点，例如，若角 α 适合 $0°<\alpha<90°$，则 α 是第一象限角；但若角 α 是第一象限角，那么 α 是否为 $0°<\alpha<90°$？答案是：不一定，也可能是 $360°<\alpha<360°+90°$ 等，一般情况是：

$$k\cdot 360°<\alpha<k\cdot 360°+90°,\ k\in\mathbf{Z}.$$

把这个无穷多个不等式所表示的范围表示在数轴上，则是无穷多条开线段，在讲象限角的概念时，教师一定要引导学生将以上问题弄清楚. 只是简单地交待象限角的定义，而不涉及用不等式表示象限角的范围，这是不可取的. 同样，只交待如何用不等式表示象限角所在范围，而不把这些范围见诸于图形(数轴)，也是不可取的. 遇到具体问题，学生可能感到茫然无措，例如，当讲完正弦函数的性质后，可问：若 α 和 β 都是第一象限角，且 $\alpha<\beta$，那么 $\sin\alpha$ 和 $\sin\beta$ 的大小是否可以确定？

6. 角的概念推广以后，学生对“0°到 90°的角”、“第一象限角”、“锐角”和“小于 90°的角”这些概念容易混淆，教学时要注意引导他们加以辨别. 应强调指出“0°到 90°的角”指的是一个前闭后开的区间 $[0°, 90°)$；而其他三种角的集合可以分别表示成 $\{\theta\mid k\cdot 360°<\theta<90°+k\cdot 360°,\ k\in\mathbf{Z}\}$，$\{\theta\mid 0°<\theta<90°\}$(即 $(0°, 90°)$)，$\{\theta\mid \theta<90°\}$.

7. 终边相同的角的概念十分重要，它本身具有周期性，也是理解三角函数为周期函数的基础. 在讲这一概念时，可引导学生观察图形，由特殊到一般，让学生自己归纳出：与角 α 的终边相同的角的一般形式是 $\alpha+k\cdot 360°(k\in\mathbf{Z})$. 同时应强调指出：① $k\in\mathbf{Z}$ 这一条件不可少，它表明了与 α 终边相同的角都相差 360°的整数倍，或者在形成角的过程中，每当射线绕原点转一圈时，就会出现一个与 α 终边相同的角；② α 是任意角；③ 终边相同的角与相等的角是两个不同的概念，两个角相等，这两个角的终边一定相同，但是，两个角的终边相同时，这两个角不一定相等，它们相差 360°的整数倍.

$\alpha+k\cdot 360°,\ k\in\mathbf{Z}$ 表示与角 α 终边相同的所有角. 这无穷多个角组成一个集合 $\{\beta\mid\beta=\alpha+k\cdot 360°,\ k\in\mathbf{Z}\}$，给 k 以适当的整数值，可以从这个集合中找到适合某条件的元素(角)，如教科书中的例 4. 用集合的观点认识 k，k 的值与集合中的元素形成一一对应的关系，从几何意义来看，k 表示角的终边按一定的方向转动的圈数. k 取正整数时，逆时针转动；k 取负整数时，顺时针转动；$k=0$ 时，没有转动. 总之，在讲终边相同的角时，应让学生明白 k 到底是怎样一个数，k 起什么作用.

8. 例 2 的目的是使学生能在 0°到 360°范围内，找出与此范围外的某已知角终边相同的角，并判定其为第几象限角，这是为以后证明恒等式、化简及利用诱导公式求三角函数的值打基础的. 在 0°到 360°之间求终边相同的角时，可用此角去除以 360°，使余数在 0°到 360°之间，当角是正角时，相除后所得的余数即为所要找的角；当角为负角时，商数是负的，它的绝对值应比被除数为其相反数时相应的商大 1，以使余数为正值.

9. 本节的重点是任意角的概念、象限角的概念. 难点是把终边相同的角用集合和符号语言正确地表示出来. 理解任意角的概念，会在平面内建立适当的坐标系，通过数形结合来认识角的几何表示和终边相同的角的集合，是学好本节的关键.

1.1.2 弧度制和弧度制与角度制的换算

1. 本小节介绍了度量角的一种新单位制——弧度制，弧度与角度的换算方法，以及弧度的某些简单应用. 讲授新课要本着“教为主导，学为主体”的原则，引导学生去发现和探究弧度的意义. 通过本节课的学习，要使学生理解弧度的意义，能正确进行弧度与角度的换算，熟记特殊角的弧度数；了解角的集合与实数 $\mathbf{R}$ 之间可以建立起一一对应关系；掌握弧度制下的弧长公式，会利用弧度解决某些实际

问题.

2. 本节重点是使学生理解弧度的意义，能正确地进行弧度与角度的换算. 弧度的概念及其与角度的关系是本节的难点；其中讲清1弧度的角的意义是建立弧度概念的关键. 学生可能会提出问题：为什么可以用等于半径的弧所对的圆心角来作为度量角的单位呢？这个角是否与所取的圆的半径大小无关呢？又为什么可以用弧长与其半径的比值来度量角的大小呢？即这个比值是否与所取的圆的半径大小无关呢？为了从直观上说明这些问题，可先在黑板上画出教科书图1-6的两个同心圆，使这两个同心圆的半径之比为1∶2，任意作出一个圆心角，它的两边分别在两个圆上截得两段圆弧，用粗细合适的电线(或铁丝)让两个学生分别弯成圆弧形，量出两段圆弧的长度，就会发现两段圆弧长度之比是1∶2. 在这个直观印象的基础上，教师再加以理论上的证明，使学生认识到在半径大小不同的圆中，只要圆弧长与对应半径之比相同，那么这些弧长所对的圆心角一定相等，从而说明用圆心角所对的圆弧长与半径之比来度量这个圆心角是合理的. 从而规定长度等于半径的圆弧所对的圆心角为1弧度. 此时，可在黑板上画出大小不同的两个圆，用长度等于半径的电线(或铁丝)弯成圆弧形，使它与相应圆弧的某一段重合，再从圆心向这段圆弧的两个端点引两条射线，得到两个圆心角，用量角器量这两个角，可以验证它们相等，这两个角都是1弧度的角. 经过这样的演示，可以帮助学生更好地理解弧度制的概念，克服这个难点.

3. 引进弧度制以后，应与角度制进行对比，使学生明确：(1) 弧度制是以"弧度"为单位的度量角的单位制，角度制是以"度"为单位来度量角的单位制；(2) 1弧度是等于半径长的弧所对的圆心角的大小，而$1°$是圆的$\frac{1}{360}$所对的圆心角的大小；(3) 以弧度和度为单位的角，都是一个与半径无关的定值.

4. 用公式$\alpha=\frac{l}{r}$求圆心角时，应强调其结果是圆心角的弧度数. 在物理学上计算角速度时经常要用到它，因此应要求学生掌握它及其变形后的其他两种形式：$l=\alpha\cdot r$和$r=\frac{l}{\alpha}(\alpha\neq 0)$. 运用这两个公式时，如果已知的角以"度"为单位，应先把它化成弧度数后再计算. 可以看出，这些公式各有各的用处.

5. 用"弧度"和"度"去度量一个角时，除了零角以外，所得到的数量都是不同的. 但是它们既然是度量同一个角的结果，二者可以相互换算. 角度制与弧度制的换算的关键是由周角得到的等式：

$$360°=2\pi\ \text{rad}，即\ 180°=\pi\ \text{rad}.$$

将这个等式的两边除以同一个不为零的数，就可得到一般的换算公式或某些特殊角的换算结果，如：

$$1°=\frac{\pi}{180}\ \text{rad}；\ 1\ \text{rad}=\frac{180°}{\pi}.$$

对于$180°=\pi$这个等式，应使学生正确理解，它只是说π弧度的角相当于角度制的$180°$，其中π的近似值为3.1415926…. 抓住$180°=\pi$这一关键，许多特殊角的换算结果就很容易记忆了，即使一时忘记，利用这一等式也会很快求得结果. 教学中要引导学生写出一些常用的特殊角，如$30°$、$45°$、$60°$、$90°$、$135°$、$150°$、$270°$等的弧度数. 同时要让学生学会使用计算器进行角度与弧度的互化.

6. 教学时要特别指出：(1) 用"弧度"为单位度量角时，"弧度"两字可以省略不写，这时弧度在形式上虽然是一个不名数，但是应当把它理解为名数，例如sin 2是指sin(2弧度)，$180°=\pi$是指$180°=\pi$弧度. 但用"度"为单位度量角时，"度"(即"°")不能省去. (2) 用"弧度"为单位度量角时，

常常把一个角的弧度数写成 π 的倍数的形式，且无特别要求不必把 π 写成小数的形式. 例如 $45^\circ=\frac{\pi}{4}$，不必写成 $45^\circ\approx0.875$.

7. 重视算法是本套教科书的一大特色，要不放弃一切机会进行算法的训练. 教科书介绍了由角度换算为弧度的一个算法，并在练习中要求学生写出由弧度换算为角度的算法. 教师在教学上对于这两个算法应给予一定重视.

8. 讲完弧度制后，应注意角 α 终边相同的角 $\alpha+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$ 的书写形式，式中的两项所采用的度量制必须一致，如 $30^\circ+k\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$，$\frac{\pi}{6}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，这样写是正确的，而 $30^\circ+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，$\frac{\pi}{6}+k\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$这样写是不正确的.

9. 角的概念推广以后，无论用角度制还是用弧度制，都能在角的集合与实数集合 $\mathbf{R}$ 之间建立一种一一对应关系，所以不要误认为只有弧度制才能将角与实数一一对应.

10. 度量角的制度除角度制和弧度制外，还有军事上常用的密位制，密位制的单位是“密位”，1 密位就是圆周的$\frac{1}{6\ 000}$的弧所对的圆心角. 因为 $360^\circ=6\ 000$ 密位，

所以
$$1^\circ=\frac{6\ 000\text{ 密位}}{360}\approx16.7\text{ 密位};$$
$$1\text{ 密位}=\frac{360^\circ}{6\ 000}=0.06^\circ.$$

关于密位制，可以给学生做简单的介绍，我们主要内容还是使学生掌握弧度制，简单介绍一下密位制，是使学生了解，度量角有各种不同的度量制度，这是历史形成的，是随着社会的发展逐步产生的. 角度制以度为单位，圆周的$\frac{1}{360}$的弧所对的圆心角为 1 度，1 度的$\frac{1}{60}$为 1 分，1 分的$\frac{1}{60}$为 1 秒，这种 60 进位制起源于古代的巴比伦. 弧度制把等于半径长的圆弧所对的圆心角规定为 1 弧度，这种以弧度为单位度量角的制度是 1748 年由欧拉正式引入的，将度量半径与圆弧的单位统一起来，这是弧度制的精髓. 采用弧度制后，可以简化许多公式，如计算弧长的公式，在角度制中为 $l=\frac{n\pi r}{180}$(其中 n 为圆心角的角度数)，在弧度制中为 $l=\alpha\cdot r$(其中 α 为圆心角的弧度数). 扇形面积公式，在角度制中为 $S=\frac{n\pi r^2}{360}$(其中 n 为圆心角的角度数)，在弧度制中为 $S=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}r^2\alpha$.

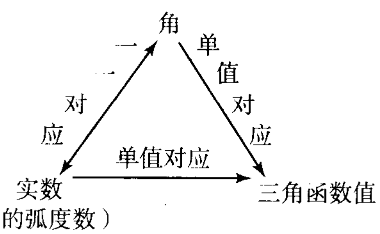
采用弧度制后，三角函数的自变量和函数值都选用十进位的实数，使横坐标与纵坐标的单位取得一致，而在角度制之下是办不到的，角度制是 60 进制，三角函数是十进制，两者不统一，从而不可能在直角坐标系内作出真实的图形. 在弧度制之下有重要的不等式和极限：当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$时，$\sin x<x<\tan x$；$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$. 这是有了弧度制后所表现出来的许多优点. 但是弧度制在实用上也有缺点，它的单位太大，所以在军事上常采用密位制，比用角度制或弧度制更加适合军事需要. 除了以上三种制度之外，还有其他的角的度量制度，这里不再一一介绍.

1.2 任意角的三角函数

1.2.1 三角函数的定义

1. 三角函数的定义是本章最基本的概念，是其他所有知识的出发点，务必要求学生学好. 三角函数的定义是在初中对锐角三角函数的定义以及刚学过的“角的概念的推广”的基础上讨论和研究的，定义对象从锐角三角函数推广到任意角的三角函数，从四种三角函数增加到六种三角函数；定义媒介则从直角三角形改为平面直角坐标系. 使学生在认知结构上发生了很大变化. 教学中应从学生已有的知识谈起，引导学生将三角函数的概念由锐角三角函数推广到任意角的三角函数. 首先把 α 的终边画在第一象限，在 α 的终边上任取一点，记 $P(x, y)$，明确 x，y 和 $|OP|$（记为 r）的几何意义，然后按照锐角三角函数的定义写出 $\sin\alpha=\frac{y}{r}$，$\cos\alpha=\frac{x}{r}$，$\tan\alpha=\frac{y}{x}$，$\cot\alpha=\frac{x}{y}$. 这些都是学生已经知道的，我们就是在这一基础上进行推广，当 α 为任意角时，仍然按上述的比值来定义各三角函数，并进而给出 $\sec\alpha=\frac{r}{x}$，$\csc\alpha=\frac{r}{y}$，从而完成了任意角的六个三角函数的定义. 这样讲可以很自然地把新旧知识连成线，同时也体会到由特殊到一般的思维方法.

2. 在讲三角函数的定义时，首先应使学生理解每一个三角函数都是以角为自变量的函数，在角的终边上所取的点 $P(x, y)$ 是任意取定的（当然不取原点），由三角形的相似可知，所得比值都对应相等，因此，三角函数值都决定于角的终边的位置. 三角函数都是以角为自变量，以比值为函数值的函数. 在此基础上进一步讲解，由于角的集合与实数集之间可以建立一一对应的关系，三角函数就可以看成是以实数为自变量的函数，这里的角通常采用弧度制来度量，使得角所取的值与三角函数值都是十进制的实数. 即



对于三角函数的定义域，应抓住分母不为零这一关键，为此需要注意，当角的终边在坐标轴上时，点 P 的横、纵坐标中必有一个为零，由此可启发学生自己得出有关结论.

3. 教科书把六个三角函数分成两段分别给出定义，使用“有时我们还用到下面三个函数”的词语，其意是重点突出正弦、余弦、正切. 在关于函数的定义列表中，也是只列出这三个函数的定义域，但是教科书仍然给出了 $\sec\alpha=\frac{1}{\cos\alpha}$，$\csc\alpha=\frac{1}{\sin\alpha}$，$\cot\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}$这三个关系式，在例题和练习中也有求正割、余割、余切值的内容，在教学中要突出重点，让学生切实掌握正弦、余弦、正切的有关知识，同时兼顾全面，让学生知道正割与余弦、余割与正弦、余切与正切的关系.

4. 应当引导学生深刻认识三角函数符号的含义. 如，$\sin\alpha$ 这个符号，它表示$\frac{y}{r}$，即角 α 的正弦，