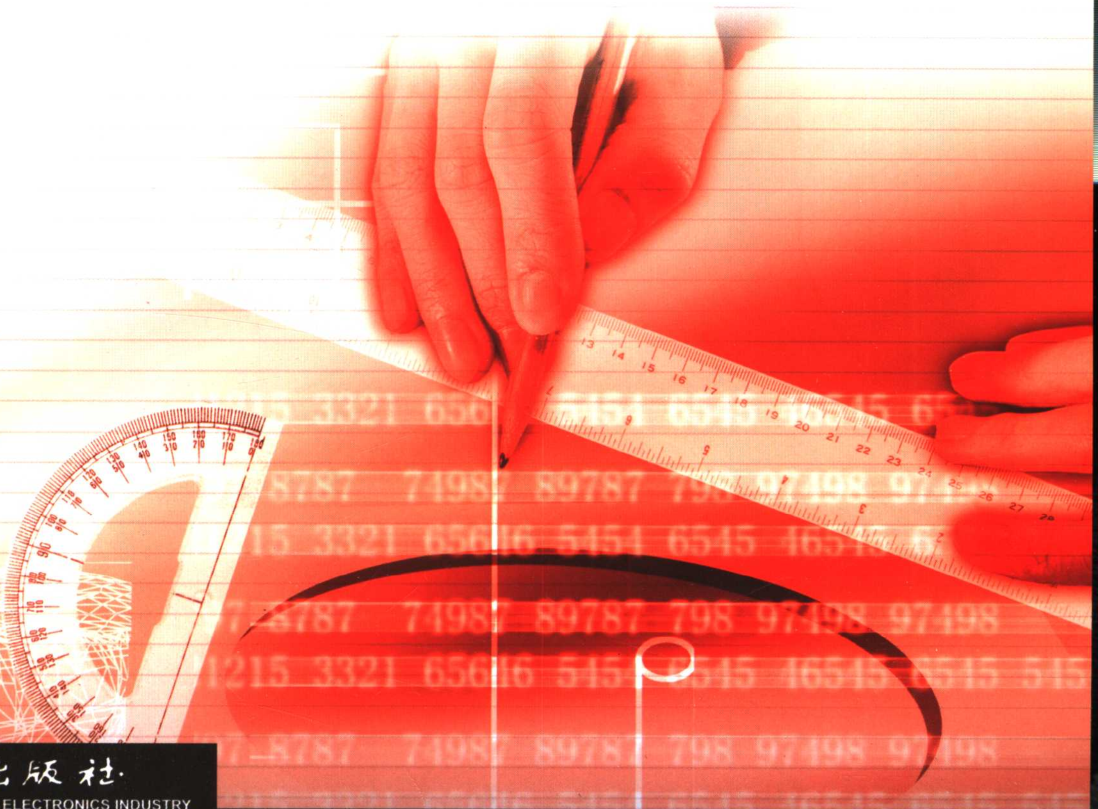
中等职业学校文化课教学用书 · 数学

MATHEMATICS

数学

第3册

丛书主编 丁百平
主　　编 黄宁生



電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

中等职业学校文化课教学用书·数学

数　　学

第3册

丛书主编　丁百平
主　　编　黄宁生

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本教材是根据 2005 年教育部《关于加快发展中等职业教育的意见》的精神，以教育部颁发的《中等职业学校数学教学大纲（试行）》为依据组织编写的.

本套教材为适应不同地区、不同专业、不同学校、不同层次的需要，在编写过程中最大限度地吸引学生学习数学，以“问题解决”和“注重过程”作为教材的灵魂.

全书分三册出版。第一册内容有集合与逻辑用语、不等式、函数和数列；第二册内容有平面向量、三角函数、直线方程和二次曲线；第三册内容有复数、空间图形、排列组合与二项式定理以及概率与统计初步。为方便教学，与之配套的习题册同步出版.

本书适用于中等职业学校各类专业学生.

为了方便教师教学，本书还配有电子教学参考资料包（包括教学指南、电子教案），详见前言.

图书在版编目（CIP）数据

数学. 第 3 册 / 黄宁生主编. —北京：电子工业出版社，2006.11
中等职业学校文化课教学用书
ISBN 7-121-03050-0

Ⅰ. 数…　Ⅱ. 黄…　Ⅲ. 数学课 — 专业学校 — 教材　Ⅳ. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 093420 号

责任编辑：施玉新　毕军志
印　　刷：
装　　订：北京牛山世兴印刷厂
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编 100036
开　　本：787×980　1/16　印张：12　字数：307.2 千字
印　　次：2006 年 11 月第 1 次印刷
印　　数：1500 册　定价：14.20 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换．若书店售缺，请与本社发行部联系．联系电话：（010）68279077．邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn．盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn．

服务热线：（010）88258888.

丛书编委会

编者的话

本教材是根据2005年教育部《关于加快发展中等职业教育的意见》的精神，以教育部颁发的《中等职业学校数学教学大纲（试行）》为依据组织编写的，适用于中等职业学校各类专业学生.

本教材编写的指导思想是：贯彻教育部有关教材开发和调整文化基础课程教学目标的精神和要求，体现"以学习者发展为本"的教育思想，坚持以就业为导向，以学习者为中心，以能力为本位的课程改革目标，旨在提升中等职业学校学生的数学素养.

本教材的编写遵循下面的理念：

1. 最大限度地吸引学生学习数学

现在的学生学习数学是需要引导的，兴趣是最好的导师. 教材在每一章的开始，列举有趣的问题，使学生开卷就被吸引进来. 教材注意开发探索性问题，满足学生猎奇的心理，激发探索的热情.

2. 以"问题解决"和"注重过程"作为教材的灵魂

"问题解决"是培养和发展学生创造性思维能力的重要教学方法和教育思想. 知识的产生是有个过程的，知识的传授也是有个过程的. 学生的"学"，是有个过程的；教师的"教"，也要有个过程，这就是教学过程. "注重过程"就是突出"过程".

3. 遵循"数学为大众"的教学发展的方向

数学为大众，就是要面向全体学生，建立大众数学. "人人学有价值的数学，人人都能获得必要的数学，不同的人在数学上得到不同的发展". 根据中等职业教育的规律，选取合适的内容，以通俗的、容易理解的语言，由浅入深、由简入繁、由具体到抽象地展开知识点.

4. 大胆引进新技术、新方法

教材在熟练应用传统教学技术手段的同时，全面引进计算器和计算机用于教学. 它既为数学应用提供广泛的可能性，同时又带来了数学教学内容的变化. 注重基本概念的教学，注重基本算法、估算和近似计算.

5. 注重数学能力的培养

数学教学的目的不单纯是让学生掌握必要的数学知识，更重要的是培养学生的数学思维

能力．教材遵循以能力立意的价值观和质量观：

（1）掌握知识是为了更新知识，掌握规则是为了突破规则．

（2）摈弃了许多繁琐公式的记忆、陈旧的基础知识、毫无实际意义的思维“体操”．

（3）着重下列能力的培养：运算能力、思维能力、空间想像能力、学习新知识的能力、探索数学问题的能力、解决实际问题的能力、数学创新能力、进一步学习的能力、可持续发展的能力．

（4）体现以人为本的主体性价值观．

6．适当的应用是教材的有机组成部分

教材在介绍函数概念时，强调函数的三种表示法的各自的作用，不仅让学生能更为形象、具体地理解函数概念，而且能让学生更好地掌握专业知识，打下坚实的基础（如电类、机械类、经济类等专业课程中涉及许多曲线图示、数表，需要学生具有识读能力）．

7．教材要便于教学工作的实际运作

为方便数学交流，教材按照中华人民共和国国家标准《物理科学和技术常用的数学符号》，使用规范的教学符号．本教材以教材、数学习题册配套同步出版的形式发行．在“练习”这一环节，分设课内练习，课外习题和总复习三个层面．课外习题又分 A、B 两组，B 组为提高题，与教材中加“*”号的正文内容同为供学有余力或有升学要求的学生选用．

感谢李文林、潘一民、唐国庆老师在百忙之中对本书的审校工作给予大力支持。

由于编者水平有限，时间仓促，书中欠缺之处在所难免，欢迎师生们提供批评和建议，以便及时更改．

为了方便教师教学，本书还配有教学指南、电子教案（电子版），请有此需要的教师登录华信教育资源网（www.huaxin.edu.cn 或 www.hxedu.com.cn）免费注册后再进行下载，在有问题时请在网站留言板留言或与电子工业出版社联系（E-mail:hxedu@phei.com.cn）。

编者

2006 年 7 月

目 录

CHAPTER 9

第9章 复　数

本章要点

- ☆ 复数及其几何意义
- ☆ 复数的四则运算
- ☆ 复数的三角形式及其运算

2004年5月7日，在法国西南部城市图卢兹空中客车公司，世界上最大的客机空客A380开始总装．该公司称，空客A380将于2005年首飞，2006年投入商业运营．A380是超大运力民用飞机，可载客555人。它的翼展为80 m，机长为73 m，总高为24 m，最大起飞重量为560 t，最大载重量为150 t，成为当今新的空中巨无霸．

是什么力量能让这样重的庞然大物飞翔在空中呢？我们知道，使飞机飞起的托力来自于流动的空气对机翼的升力，机翼受到的升力的大小取决于它的横截面的形状．要想使机翼在飞行中获得足够大的升力，同时又保证飞机能安全起降，就要对机翼的形状进行科学设计．在设计时，要用到数学、物理等许多知识，其中作为重要数学工具，要涉及一个“新数”——复数．复数不同于我们已经熟悉的实数，它有一些奇妙的特性．学习本章后，你就会对复数有一个初步的认识和了解．

9.1 复数及其几何意义

【学习目标】

- 了解复数及复数集的概念．
- 理解复数相等的意义．
- 了解复平面的概念，会用向量表示复数．

9.1.1 复数简述

【观察】

请你计算下面的代数式：

$$(3+4a)+(2-5a)=(3+2)+(4-5)a=5-a;$$

$$\begin{aligned}(4-3a)-(7-2a)&=4-3a-7+2a\\&=(4-7)+(-3+2)a\\&=-3-a;\end{aligned}$$

$$(5+3a)\times(3-4a)=5\times3+5\times(-4a)+3a\times3+3a\times(-4a)$$
$$=15-20a+9a-12a^2=15-11a-12a^2.$$

【思考】 如果将上面的代数式中的字母 a 换成字母 i，你能计算吗？

在前面的学习中我们学过一些特殊的实数，如圆周率π（π = 3.141 592 6……是个无理数）、自然对数的底数 e（e = 2.718 281 8……也是个无理数）. 今天我们要学习一个新的特殊数 i. 我们把 i 叫做**虚数单位**，并规定：

（1）它的平方等于−1，即

$$\mathrm{i}^2=-1$$

（2）实数可以与它进行四则运算，进行四则运算时，原有的加、乘运算律仍然成立.

想一想

在这样的规定下，计算$(5+3\mathrm{i})\times(3-4\mathrm{i})$的结果是什么？

结果

$$(5+3\mathrm{i})\times(3-4\mathrm{i})=5\times3+5\times(-4\mathrm{i})+3\mathrm{i}\times3+3\mathrm{i}\times(-4\mathrm{i})$$
$$=15-20\mathrm{i}+9\mathrm{i}-12\mathrm{i}^2=15-11\mathrm{i}-12\mathrm{i}^2=\underline{\qquad\qquad}.$$

这里我们注意了 $\mathrm{i}^2=-1$.

在上面的计算中出现了 $5+3\mathrm{i}$，$3-4\mathrm{i}$，$27-11\mathrm{i}$ 等形如 $a+b\mathrm{i}$ (a，$b\in\mathbf{R}$)的数，我们把它们叫做**复数**.

复数通常用字母 z 表示，即 $z=a+b\mathrm{i}$ (a，$b\in\mathbf{R}$). 把复数表示成 $a+b\mathrm{i}$ 的形式，叫做复数的代数形式，其中 a 与 b 分别叫做复数 $z=a+b\mathrm{i}$ 的**实部**与**虚部**（以后说复数 $a+b\mathrm{i}$ 时，若不作特别说明都有 a，$b\in\mathbf{R}$）.

想一想

下列复数的实部与虚部是什么？

$$4+3\mathrm{i},\ -\frac{1}{2}-\sqrt{3}\,\mathrm{i},\ -2\mathrm{i},\ \sqrt{5},\ 0.$$

结果　$4+3\mathrm{i}$ 的实部是______，虚部是______；

$-\frac{1}{2}-\sqrt{3}\,\mathrm{i}$ 的实部是______，虚部是______；

$-2\mathrm{i}$ 的实部是______，虚部是______；

$\sqrt{5}$ 的实部是______，虚部是______；

0 的实部是______，虚部是______.

由全体复数组成的集合叫做**复数集**，一般用字母 **C** 表示．对于复数 $a+bi$，当且仅当 $b=0$ 时，$z=a$ 是实数；当且仅当 $a=b=0$ 时，z 是 0；当 $b\neq 0$ 时，z 叫做**虚数**；当 $a=0$ 且 $b\neq 0$ 时，$z=bi$ 叫做**纯虚数**.

想一想

你能举出虚数以及纯虚数的具体例子吗？

你的例子是虚数__________，纯虚数__________.

从上面的叙述可以知道，实数集 **R** 是复数集 **C** 的真子集，即 $\mathbf{R}\subsetneqq\mathbf{C}$.

这样，复数 $z=a+bi(a,\ b\in\mathbf{R})$可以分类如下：

$$\text{复数 } z=a+bi\begin{cases}\text{实数 } z=a\ (b=0)\\ \text{虚数}\begin{cases}\text{纯虚数 } z=bi\ (a=0,\ b\neq 0)\\ \text{非纯虚数 } z=a+bi\ (a\neq 0,\ b\neq 0)\end{cases}\end{cases}$$

【例 1】 实数 m 取什么数值时，复数 $z=m-3+(m+1)i$

是（1）实数　　（2）虚数　　（3）纯虚数

【分析】 因为 $m\in\mathbf{R}$，所以 $m-3$，$m+1$ 都是实数．由复数 $z=a+bi$ 是实数、虚数、纯虚数的条件可以确定 m 的值.

解　（1）当 $m+1=0$，即 $m=-1$ 时，复数 z 是实数；

（2）当 $m+1\neq 0$，即 $m\neq -1$ 时，复数 z 是虚数；

（3）当 $m-3=0$，且 $m+1\neq 0$，即 $m=3$ 时，复数 z 是纯虚数.

练一练

1．实数 m 取什么数值时，复数$(m^2-4)+(m^2-3m-10)i$ 是

（1）实数；　　（2）虚数；　　（3）纯虚数；

如果两个复数的实部和虚部分别相等，那么我们就说这两个**复数相等**.

即 设复数 $z_1=a+bi$，$z_2=c+di$（a，b，c，$d\in\mathbf{R}$），那么

$$z_1=z_2\Leftrightarrow\begin{cases}a=c\\b=d\end{cases}.$$

想一想

如果 $a-2i=-3+2bi$，(a，$b\in\mathbf{R}$)那么 a，b 的值是什么？

结果：$a=$________，$b=$________.

【例 2】 已知 $(3x-1)+2i=y-(1-3y)i$，其中 x，$y\in\mathbf{R}$，求 x 与 y.

解 根据复数相等的含义，得方程组

$$\begin{cases}3x-1=y\\2=-(1-3y)\end{cases}$$

所以 $x=\dfrac{2}{3}$，$y=1$.

练一练

2. 指出下列复数中哪些是相等的：

$z_1=-\sqrt{3}i$，　$z_2=3+2i$，　$z_3=4+6i$，

$z_4=\sqrt{9}+(\sqrt{2})^2i$，　$z_5=4-6i$，　$z_6=(6-4i)i$.

3. 已知 $(3x+2y)+i=y+(2-y)i$，其中 x，$y\in\mathbf{R}$，求 x 与 y 的值.

4. 有人说："复数 $2-3i$ 由有序实数对（2，−3）唯一确定."这个说法有道理吗？为什么？

探究问题 9–1

在实数集中，方程 $x^2=-1$ 的解集是空集. 那么在复数集中，方程 $x^2=-1$ 的解集是怎样的呢？会不会还是空集呢？

9.1.2　复平面

【观察】

你已经知道，复数 $z=3+4\mathrm{i}$ 可以由有序实数对（3，4）唯一确定，而且笛卡儿坐标系中的点 $Z(3,\ 4)$也可以由有序实数对（3，4）唯一确定，那么，复数 $z=3+4\mathrm{i}$ 与笛卡儿坐标系中的点 $Z(3,\ 4)$能否建立联系呢？

【思考】　我们把上面的话说成：复数 $z=3+4\mathrm{i}$ 唯一确定有序实数对（3，4）. 有序实数对（3，4）又能确定笛卡儿坐标系内点 $Z(3,\ 4)$，可以看出复数 $z=3+4\mathrm{i}$ 可以唯一确定平面内点 $Z(3,\ 4)$.

这就把复数 $z=3+4\mathrm{i}$ 与笛卡儿坐标系中的点 $Z(3,\ 4)$ 建立了对应关系，如图 9-1 所示.

一般地，复数 $z=a+b\mathrm{i}\ (a,\ b\in\mathbf{R})$与笛卡儿坐标系平面内的点 $Z(a,\ b)$有相互对应关系.

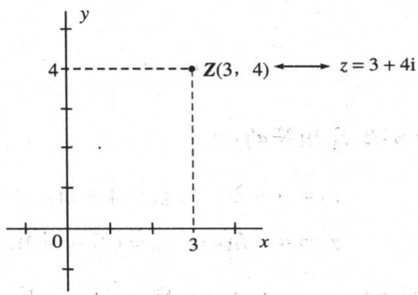


图 9-1

想一想

1. 复数 $z_1=-1+\mathrm{i}$ 对应笛卡儿坐标系内的哪一点？$z_2=-\mathrm{i}$ 对应笛卡儿坐标系内的哪一点？

2. 笛卡儿坐标系内的点 $A(2,\ -3)$对应怎样的复数？点 $B(4,\ 0)$对应怎样的复数？

结果：1．z_1(　　)；z_2 (　　).

　　2．a =_____；b =______.

这个建立了笛卡儿坐标系来表示复数的平面叫做**复平面**，x 轴叫做**实轴**，y 轴叫做**虚轴**. 显然，实轴上的点都表示实数；除了原点外，虚轴上的点都表示纯虚数.

练一练

1．说出如图 9-2 所示的复平面内各点所表示的复数.

2．如图 9-3 所示，在复平面内（每个小正方形边长为 1），描出表示下列各复数的点：

$z_1 = 3 + 2i$；　$z_2 = 3 - 2i$；　$z_3 = 5$；　$z_4 = -2i$；

$z_5 = -3$；　$z_6 = i$；　$z_7 = -1 + 2i$；　$z_8 = 2 - 3i$.

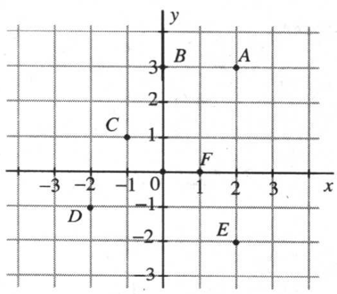


图 9-2

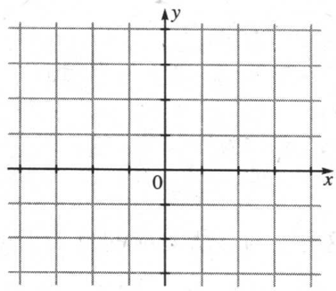


图 9-3

【观察】

从上面的练习我们看到，复平面内任何一点对应唯一一个复数，任何一个复数一定对应着复平面内一个点.

【思考】　按照这种方法，复数 $z = a + bi \xleftrightarrow{\text{对应}}$ 复平面内的点 Z(a，b)，于是复数集和复平面内所有的点构成的集合建立了一一对应的关系，即

$$\text{复数集} \xleftrightarrow{\text{一一对应}} \text{复平面内的点集}$$

在上面练一练的第 2 题中，复数 $z_1=3+2\mathrm{i}$ 和 $z_2=3-2\mathrm{i}$ 的实部相等（都是 3），虚部互为相反数（+2 和–2）．像这样，实部相等，虚部互为相反数的两个复数叫做互为**共轭复数**，虚部不等于 0 的两个共轭复数也叫做互为**共轭虚数**．复数 z 的共轭复数用 $\overline{z}$ 表示，如 $z_1=3+2\mathrm{i}$，$\overline{z_1}=3-2\mathrm{i}$．

想一想

1. $z=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$ 的共轭复数是__________．
2. 如果 $z=5\mathrm{i}$，那么 $\overline{z}$__________．
3. 如果 $\overline{z}=-3$，那么 $z=$__________．

【观察】

复数 $z_1=3+2\mathrm{i}$ 和 $\overline{z_1}=3-2\mathrm{i}$ 所对应的点关于 x 轴对称．复数 $z_2=\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$ 和 $\overline{z_2}=-\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$ 所对应的点也关于 x 轴对称．

【思考】　这种 z 与 $\overline{z}$ 所对应的点关于 x 轴对称的现象有无必然性？

由于点（a，b）与点（a，$-b$）（a，$b\in\mathbf{R}$）一定关于 x 轴对称，所以复平面内 $z=a+b\mathrm{i}$ 与 $\overline{z}=a-b\mathrm{i}$ 对应的点一定关于 x 轴对称．

当复数 $z=a+b\mathrm{i}$ 的虚部 $b=0$ 时，有 $z=\overline{z}$；

反之，当 $z=\overline{z}$ 时，由 $a+b\mathrm{i}=a-b\mathrm{i}$，可得 $b=-b$，$2b=0$，即 $b=0$．所以 $z=a$，$z\in\mathbf{R}$．故

$$z\in\mathbf{R}\Leftrightarrow z=\overline{z}.$$

练一练

3. 说出下列复数的共轭复数：$2-3\mathrm{i}$，$-3+5\mathrm{i}$，$1-\mathrm{i}$，$\sqrt{5}\,\mathrm{i}$，-4．