浙江省基础教育课程教材开发研究中心 编

普通高中新课程

模块学习三级跳

PUTONG
GAOZHONG
XINKECHENG
MOKUAI
XUEXI
SANJITIAO

数学

高一下

必修5·人教版

浙江教育出版社

Preface 编写说明

普通高中新课程的突出特点之一，就是以模块的方式设置课程、编写教材。教育部颁布的《普通高中课程方案(实验)》指出："每一模块都有明确的教育目标，并围绕某一特定内容，整合学生经验和相关内容，构成相对完整的学习单元；每一模块都对教师教学行为和学生学习行为提出要求和建议。""模块之间既相互独立，又反映学科内容的逻辑关系。"对模块课程的学习，特别强调自主性、基础性、应用性和拓展性，要求学生在掌握基础知识、基本技能的同时，根据自己的人生规划和兴趣潜能，主动发展探究、拓展和应用能力，为后续学习、持续发展打好基础。

为了帮助学生和教师尽快适应模块课程的教学，落实普通高中新课程的理念和要求，我们聘请省内部分优秀教师和教研员，配合语文、英语、数学、思想政治、历史、地理、物理、化学、生物九门学科相关模块的教学，编写了这套《普通高中新课程模块学习三级跳》。

本书依据国家课程标准和《浙江省普通高中新课程实验学科教学指导意见》，针对我省实际使用的教科书版本，按章编写。每章辟有"学法点拨"、"典型示例"、"自主演练"等栏目。"学法点拨"——提纲挈领，指点迷津；"典型示例"——典题揭秘，详解过程；"自主演练"——优化设计，巩固拓展。每个模块后设置"模块自主测评"——模块统整、分级过关，对于学生比较准确、客观地了解自己的学习水平会有较大的帮助，对教师分析评价模块教学效果也有益处。

由于普通高中新课程尚处于实验阶段，模块课程的教学正处在探索之中，使用过程中如发现什么问题，恳请广大学生和教师提出反馈意见，以便我们及时修订。来信请寄：浙江省基础教育课程教材开发研究中心(地址：杭州市文二路328号B4楼，邮编：310012)。

浙江省基础教育课程教材开发研究中心

2006年12月

Contents 目 录

第一章 解三角形

学法点拨

一、重点、难点概括

本章重点：解三角形的两个重要定理——正弦定理与余弦定理及其应用.

本章难点：用正弦定理解三角形时的多解性问题；应用型问题的分析与建模.

二、盲点提示

1. 一般地，把三角形的三个角 A,B,C 和它们的对边 a,b,c 叫做三角形的元素. 已知三角形的几个元素求其他元素的过程叫做解三角形.

2. 正弦定理和余弦定理揭示了一般三角形中的重要边角关系，它们是解三角形的两个最重要的工具.

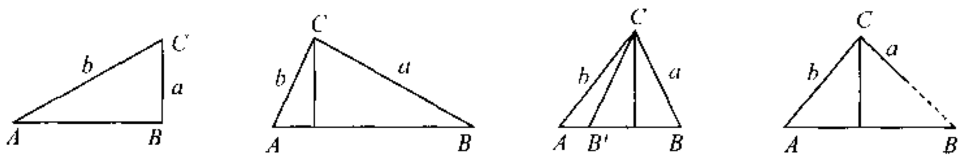
正弦定理：三角形的三边与它们的对角的正弦对应成比例，即

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R.$$

正弦定理可以解决下列两类解三角形问题：

(1) 已知三角形的任意两个角与一边，求其他两边和另一角；

(2) 已知三角形的两边与其中一边的对角，计算另一边的对角，进而算出其他的边和角. 此时，可有一解、两解或无解：



①$a=b\sin A$，一解　②$a>b$，一解　③$b\sin A<a<b$，两解　④$a<b\sin A$，无解

图 1-1

余弦定理：三角形中任何一边的平方等于其他两边的平方和减去这两边与它们夹角的余弦的积的两倍，即

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

特别地，当 $C=90°$ 时，$c^2=a^2+b^2$. 可见勾股定理是余弦定理的特例，而余弦定理可以看作是勾股定理的推广.

余弦定理指出了三角形的三边与其中的一个角之间的关系，每一个等式中都包含四个不同的量，它们分别是三角形的三边和一个角，知道其中的三个量，就可以求得第四个量. 已知三角形的三边确定三角形的角，这就是余弦定理的推论，也可以说是余弦定理的第二种形式.

余弦定理可以解决下列两类问题：

(1) 已知两边及其夹角，求第三边及其他两角；

(2) 已知三边求各角.

正弦定理和余弦定理在实际测量中有许多应用，它们在测量距离、高度、角度等问题中的应用极其广泛.

3. 在解三角形问题时还要经常用到下列公式：

(1) $A+B+C=\pi$；

(2) $\sin(A+B)=\sin C$，$\cos(A+B)=-\cos C$；

(3) $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B$；

(4) $h_a=b\sin C=c\sin B$，$h_b=c\sin A=a\sin C$，$h_c=a\sin B=b\sin A$，其中 h_a，h_b，h_c 分别为 a，b，c 边上的高.

4. 在解有关的三角形应用问题的过程中，必须搞清仰角、俯角及方位角的概念：

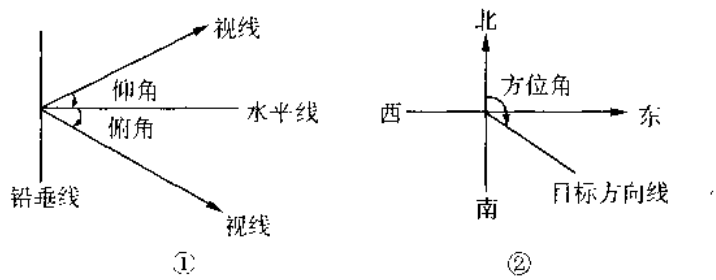


图 1-2

三、方法指导

1. 在解决本章相关问题时要善于构图，充分利用几何图形的直观优势，数形结合来解决问题.

2. 要灵活运用正弦、余弦定理的几种变式，对三角形的边角进行适时的转化.

3. 对应用型问题，一要认真审题，弄清问题的条件和要解决的问题；二要快速建立数学模型，尽快将问题转化为解三角形问题来解决；三要按正弦、余弦定理的要求找齐条件，尽快解决问题.

4. 要认真完成有关测量的实习作业，选择一些实际问题进行实地测量，采集数据，加以解决，做到活学活用.

典型示例

【例 1】 $\triangle ABC$ 的三个内角 A,B,C 所对边分别为 a,b,c. 已知下列条件，分别求此三角形的其他边和角的大小.

(1) $A=60°$，$B=45°$，$a=10$；

(2) $a=3$，$b=4$，$A=30°$；

(3) $a=5$，$b=2$，$B=120°$；

(4) $a=10$，$b=8$，$C=60°$.

【分析】 这是单一的解三角形问题，都是"知二求三"问题，只要按正弦、余弦定理的

"分工"恰当选择公式即可.

〖解〗 (1) $C=180°-60°-45°=75°$, $b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{10\sin 45°}{\sin 60°}=\frac{10\sqrt{6}}{3}\approx 8.16$, $c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{10\sin 75°}{\sin 60°}\approx 11.15$.

(2) $\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{4\sin 30°}{3}=\frac{2}{3}$, $\therefore$ $B\approx 41.8°$或$138.2°$.

当B取$41.8°$时,$C=180°-30°-41.8°=108.2°$, $c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{3\sin 108.2°}{\sin 30°}\approx 5.70$;

当B取$138.2°$时,$C=180°-30°-138.2°=11.8°$, $c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{3\sin 11.8°}{\sin 30°}\approx 1.23$.

(3) $\sin A=\frac{a\sin B}{b}=\frac{5\sin 120°}{2}\approx 2.17$,由于任意角的正弦值都不大于1,所以适合条件的三角形不存在.

(4) $c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}=\sqrt{10^2+8^2-2\times 10\times 8\times\frac{1}{2}}=2\sqrt{21}$,由正弦定理得

$\sin B=\frac{b\sin C}{c}=\frac{8\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{2\sqrt{21}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$, $\therefore$ $B\approx 49.1°$或$130.9°$.

但若B取$130.9°$,则$B+C>180°$,故$B\approx 130.9°$,应舍去.

$\therefore$ $A=180°-B-C\approx 70.9°$.

〖回顾〗 这类"知三求三"问题,实际上是正弦、余弦定理的直接应用.求解时只要按两个定理各自的用途正确加以选择并运用即可.值得注意的是,用正弦定理时要充分注意解的存在性及解是否唯一,在用余弦定理时要注意公式的灵活变形.

【例2】 已知a,b,c是$\triangle ABC$中A,B,C的对边,S是$\triangle ABC$的面积,若$a=4$, $b=5$, $S=5\sqrt{3}$,求c的长度.

〖解〗 $\because$ $S=\frac{1}{2}ab\sin C$,

$\therefore$ $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$,于是$C=60°$或$120°$.

又$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$,

$\therefore$ 当$C=60°$时,$c^2=a^2+b^2-ab=21$,故$c=\sqrt{21}$;

当$C=120°$时,$c^2=a^2+b^2+ab=61$,故$c=\sqrt{61}$;

故c的长度为$\sqrt{21}$或$\sqrt{61}$.

〖回顾〗 本题主要考查三角形的面积计算公式和余弦定理,这是解斜三角形的一个基本内容.

【例3】 在$\triangle ABC$中,已知三边为连续的正整数,最大角为钝角.求:

(1) $\triangle ABC$的最大角;

(2) 以此最大角为内角,两邻边和为4的平行四边形的最大面积.

〖分析〗 解决该问题必须抓住两点:一是三边为连续的正整数,二是最大角为钝角.

根据前者我们把三边直接设出，根据后者我们可以通过余弦定理得到取值范围，进而求得三边之值.

〖解〗 (1) 设三边 $a=k-1,b=k,c=k+1,k\in \mathbf{N}^*$，且 $k>1$.

$\because$ C 为钝角， $\therefore$ $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{k-4}{2(k-1)}<0$，解得 $1<k<4$.

$\because$ $k\in \mathbf{N}^*$，且 $k>1$， $\therefore$ $k=2$ 或 3.

当 $k=2$ 时，不能构成三角形，舍去；

当 $k=3$ 时，$a=2,b=3,c=4,\cos C=-\dfrac{1}{4},C\approx 104.5^\circ$.

(2) 设夹角 C 的两边为 x,y，则有 $x+y=4$，

$\therefore$ $S=xy\sin C=x(4-x)\cdot\dfrac{\sqrt{15}}{4}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}(-x^2+4x)$，当 $x=2$ 时，$S_{\max}=\sqrt{15}$.

〖回顾〗 解决综合问题时，关键性的字、词、句应引起足够的重视. 该例中的“最大角为钝角”这一条件对问题的解决起了重要作用. 这给我们如何审题提供了很好的启示.

【例 4】 已知$\triangle ABC$ 的三个内角 A,B,C 满足 $2B=A+C$，三边 a,b,c 满足 $b^2=ac$，试判断$\triangle ABC$ 的形状.

〖分析〗 此类问题只要通过正弦定理、余弦定理、三角公式进行变换，就可发现三角形的特殊性.

〖解〗 $\because$ 三角形三内角和为 180°， $\therefore$ $B=60^\circ$. 又 $b^2=ac$，由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，得 $ac=a^2+c^2-ac$，即 $(a-c)^2=0$.

$\therefore$ $a=c$，又 $B=60^\circ$，故$\triangle ABC$ 为正三角形.

〖回顾〗 三角形形状的判断问题，一般的结果是正三角形、等腰三角形、直角三角形、等腰直角三角形等，关键是要通过变形找出三角形的特性.

【例 5】 我舰在敌岛 A 南偏西 50° 相距 12 n mile 的 B 处，发现敌舰正由岛沿北偏西 10°的方向以 10 n mile/h 的速度航行，问：我舰需要以多大速度，沿什么方向航行才能用 2 h 追上敌舰？

〖分析〗 解决此类问题，首先要画出符合题意的几何图形，然后将问题转化为较单的解三角形问题.

〖解〗 如图 1-3，设在 C 处追上敌舰，在$\triangle ABC$ 中，$AB=12,AC=10\times 2=20,\angle BAC=40^\circ+80^\circ=120^\circ$，

$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cos\angle BAC=12^2+20^2-2\times 12\times 20\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=784,BC=28.$

速度为$\dfrac{28}{2}=14$ (n mile/h)，再由$\dfrac{20}{\sin\angle CBA}=\dfrac{28}{\sin 120^\circ}$，得 $\sin\angle CBA=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$.

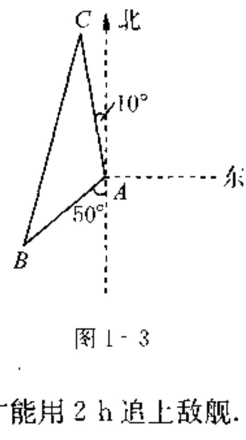


图 1-3

即追击速度为 14 n mile/h，方位角满足 $\sin\angle CBA=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$时，才能用 2 h 追上敌舰.

【回顾】 分析题意,挖掘条件,用公式求解,是解有关三角形应用问题的必由之路.

【例 6】 如图 1-4,为了测量河对岸的两点 C,D(不可到达)之间的距离,在河岸这边取两点 A、B,测得 $\angle BAC=45^\circ$,$\angle DAC=75^\circ$,$\angle ABD=30^\circ$,$\angle DBC=45^\circ$. 又 $AB=\sqrt{3}$ km,点 A,B,C,D 在同一平面内,试求 C,D 之间的距离.

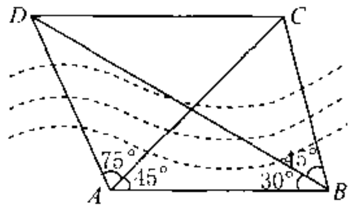


图 1-4

【分析】 要求 CD 的长,注意到 CD 为 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$ 的公共边,可考虑解 $\triangle ACD$ 或 $\triangle BCD$.

【解】 ∵ $\angle BAD=\angle BAC+\angle DAC=120^\circ$,$\angle ABD=30^\circ$,

∴ $\angle ADB=30^\circ$,所以 $AD=AB=\sqrt{3}$.

在 $\triangle ABC$ 中,$\angle ABC=\angle ABD+\angle DBC=75^\circ$,而 $\angle BAC=45^\circ$,

∴ $\angle ACB=60^\circ$,$AC=\dfrac{AB\sin\angle ABC}{\sin 60^\circ}=\dfrac{\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$.

在 $\triangle ACD$ 中,$CD^2=AD^2+AC^2-2AD\cdot AC\cos\angle DAC=3+2+\sqrt{3}-2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}=5$,

∴ $CD=\sqrt{5}$,即 C,D 之间的距离为 $\sqrt{5}$ km.

【回顾】 该问题为我们提供了一种测量无法到达的两地间距离的方法.

【例 7】 在 $\triangle ABC$ 中,求证:$\dfrac{a-c\cos B}{b-c\cos A}=\dfrac{\sin B}{\sin A}$.

【分析】 三角形中三角等式的证明与其他三角等式的证明类似:可以从左向右证,也可以从右向左证,还可以"两面夹击",左右归一.

【证法 1】 设 R 为 $\triangle ABC$ 外接圆的半径,则左边 $=\dfrac{2R\sin A-2R\sin C\cos B}{2R\sin B-2R\sin C\cos A}=\dfrac{\sin(B+C)-\sin C\cos B}{\sin(A+C)-\sin C\cos A}=\dfrac{\sin B\cos C+\cos B\sin C-\sin C\cos B}{\sin A\cos C+\cos A\sin C-\sin C\cos A}=\dfrac{\sin B\cos C}{\sin A\cos C}=\dfrac{\sin B}{\sin A}=$ 右边.

故原式得证.

【证法 2】 左边 $=\dfrac{a-c\cdot\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}}{b-c\cdot\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}=\dfrac{b}{a}=\dfrac{\sin B}{\sin A}=$ 右边.

故原式得证.

【回顾】 正弦、余弦定理是我们进行三角等式证明的重要工具. 用正弦定理将边化为角(如 $a=2R\sin A$ 等)或者角化为边(如 $\sin A=\dfrac{a}{2R}$ 等),用余弦定理把角化为边(如 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ 等),往往可以使问题迎刃而解.

必修 5

自主演练

一级

1. 在$\triangle ABC$中,若$A=45^\circ,a=2,b=\sqrt{2}$,则$B$等于(　　)
(A) 30°　　(B) 60°　　(C) 30°或150°　　(D) 120°

2. 在$\triangle ABC$中,若$B=30^\circ,b=50\sqrt{3},c=150$,则$\triangle ABC$是(　　)
(A) 等边三角形　　(B) 直角三角形
(C) 等腰三角形　　(D) 等腰三角形或直角三角形

3. 在$\triangle ABC$中,若$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=k$,$R$为三角形外接圆的半径,则$k$等于(　　)
(A) $2R$　　(B) R　　(C) $4R$　　(D) $\dfrac{1}{2}R$

4. 在$\triangle ABC$中,若$\sqrt{3}a=b\sin A$,则B为(　　)
(A) $\dfrac{\pi}{3}$　　(B) $\dfrac{\pi}{6}$　　(C) $\dfrac{\pi}{3}$或$\dfrac{2}{3}\pi$　　(D) $\dfrac{\pi}{6}$或$\dfrac{5\pi}{6}$

5. 边长为5,7,8的三角形的最大角与最小角的和是(　　)
(A) 90°　　(B) 120°　　(C) 135°　　(D) 150°

6. 已知三角形的两边分别为4和5,它们的夹角的余弦是方程$2x^2+3x-2=0$的根,则第三边的长是(　　)
(A) $\sqrt{20}$　　(B) $\sqrt{21}$　　(C) $\sqrt{22}$　　(D) $\sqrt{61}$

7. 从M处望N处的仰角为30°,则从N处望M处的俯角为(　　)
(A) 60°　　(B) 30°　　(C) 15°　　(D) 75°

8. 在一幢20 m高的楼顶测得对面山上一塔顶的仰角为60°,塔基的仰角为45°,那么这座塔的高度是(　　)
(A) $20\sqrt{3}$ m　　(B) $10\sqrt{3}$ m　　(C) $(20+20\sqrt{3})$ m　　(D) $(10+10\sqrt{3})$ m

9. 某人向正北方向走x m后,左转120°向新的方向走3 m,此时离出发点恰好为$\sqrt{7}$ m,则x的值为(　　)
(A) 1　　(B) 2　　(C) 1或2　　(D) 3

10. 海面上有A,B,C三个小岛,其中A,B相距10 n mile,从A岛望B,C两岛的视角为60°,从B岛望A,C两岛的视角是75°,则B,C之间的距离为(　　)
(A) $5\sqrt{2}$ n mile　　(B) $5\sqrt{3}$ n mile
(C) $5\sqrt{6}$ n mile　　(D) $10\sqrt{3}$ n mile

11. 在$\triangle ABC$中,$b=2c\sin B$,则$C=$________.

12. 在$\triangle ABC$中,$a=\sqrt{3}+1,B=45^\circ,C=60^\circ$,则$\triangle ABC$的面积是________.

13. 在$\triangle ABC$中,若$A:B:C=1:2:3$,则$a:b:c=$________.

14. 在$\triangle ABC$中，若$a:b:c=1:2:\sqrt{6}$，则最大角的余弦值为 ______.

15. 在$\triangle ABC$中，已知$a=\sqrt{3}$，$b=\sqrt{2}$，$B=45^\circ$，求A，C及c.

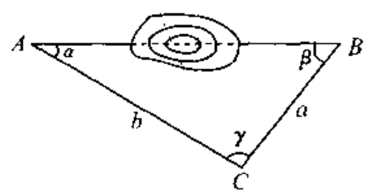
16. 在$\triangle ABC$中，已知$a-b=4$，$a+c=2b$，且最大角为120°，求三边的长.

17. 在$\triangle ABC$中，若$a=8$，$b=7$，$B=60^\circ$，则是否存在符合条件的三角形？若存在，判断有几个，并求出对应的c的值.

18. 在$\triangle ABC$中，已知A,B,C满足$2B=A+C$，且$\sin A\sin C=\cos^2 B$，$S_{\triangle ABC}=4\sqrt{3}$，求三边$a,b,c$.

二级

1. 在$\triangle ABC$中，$b\cos A=a\cos B$，则$\triangle ABC$为(　　)
(A) 直角三角形　(B) 锐角三角形　(C) 等腰三角形　(D) 等边三角形
2. 在$\triangle ABC$中，$0<\tan A\tan B<1$，则$\triangle ABC$是(　　)
(A) 锐角三角形　(B) 直角三角形
(C) 钝角三角形　(D) 以上情况都有可能
3. 在某次测量中，从A处测得同一平面内的点B的仰角为$60°$，点C的仰角为$70°$，则$\angle BAC$等于(　　)
(A) $10°$　(B) $50°$　(C) $120°$　(D) $130°$
4. 如图，为了测量障碍物两侧A,B间的距离，测量时应当测(　　)
(A) α,a,b　(B) α,β,a
(C) a,b,γ　(D) α,β,b



(第4题)

5. 有一长为1的斜坡，它的倾斜角为$20°$，现要将倾斜角改成$10°$，则斜坡长变为(　　)
(A) 1　(B) $\sin 10°$　(C) $2\cos 10°$　(D) $\dfrac{\cos 20°}{\cos 10°}$
6. 一棵树被风吹断，树尖正好着地，折断部分与地面成$60°$角，树底部与树尖着地处距离为5 m，则被折断前的树高为(　　)
(A) $5(\sqrt{3}+2)$ m　(B) 15 m　(C) $5(\sqrt{3}+1)$ m　(D) $(\sqrt{3}+10)$ m
7. 在$\triangle ABC$中，若三角形仅有一解，则a,b,A应满足的条件是______.
8. 在$\triangle ABC$中，已知$AB=4$，$AC=7$，BC边上的中线$AD=\dfrac{7}{2}$，那么$BC=$______.
9. 若$\triangle ABC$的面积是$\dfrac{1}{4}(a^2+b^2-c^2)$，则$C=$______.

10. 在$\triangle ABC$中，$A+C=2B$，$a+c=8$，$ac=15$，求b.

11. 某一时刻在湖面上高h m的船顶，测得空中云的仰角为α，而湖中云的影子的俯角为β，求此时云的高度.

12. 在$\triangle ABC$中，$(a+b+c)(b+c-a)=3bc$，且$\sin A=2\sin B\cos C$. 试判断该三角形的形状.

13. 某观测站C在目标A南偏西25°的方向，从A出发有一条南偏东35°走向的公路，在C处测得公路上与C相距31 km的B处有一人正沿此公路向A走去，走20 km到达D点，此时测得C，D间距离为21 km，求此人所在D处与出发点A的距离.

14. 已知 A,B 是水平面上的两个观测点，相距 1 000 m，在点 A 测量山顶 P 的仰角为 $45°$，Q 是点 P 在水平面上的射影，$\angle BAQ=120°$，又在点 B 处测得 $\angle ABQ=45°$，求山高 QP.

15. 已知在锐角 $\triangle ABC$ 中，$\sin(A+B)=\frac{3}{5}$，$\sin(A-B)=\frac{1}{5}$.

(1) 若 $\tan A=m\tan B$，求实数 m 的值；

(2) 设 $AB=3$，求 AB 边上的高.

三级

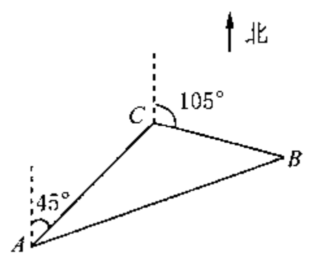
1. 根据所给条件，判断 $\triangle ABC$ 的形状：

(1) $a\cos A=b\cos B$；　　(2) $\frac{a}{\cos A}=\frac{b}{\cos B}=\frac{c}{\cos C}$.

2. 已知在△ABC中，三内角满足$\frac{2}{\tan B}=\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan C}$，求证：$A$，$B$，$C$的对边$a$，$b$，$c$满足$2b^2=a^2+c^2$.

3. 在△ABC中，三边a，b，c满足$b^2=ac$，且$a^2-c^2=ac-bc$，求A的大小及$\frac{b\sin B}{c}$的值.

4. 某船在海上航行时不幸遇险，并发出呼救信号. 我海上救生艇在A处获悉后，立即测出该船在与之相距10 n mile的C处，方位角为45°，还测得该船正沿方位角105°的方向以每小时9 n mile的速度向一小岛靠近. 我海上救生艇立即以每小时21 n mile的速度前往营救. 试求该海上救生艇的航向及与呼救船相遇所需的时间.



(第4题)

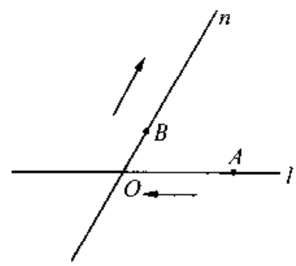
5. 海中某小岛周围 3.8 n mile 内有暗礁.一艘船由西向东航行,望见该岛在北偏东 75°;航行 8 n mile 后,望见该岛在北偏东 60°,如果船不改变航向继续前进,有没有触礁危险?

6. 如图所示,相交成 60°角的直线形道路 l,n 交点是 O,甲、乙分别位于 l,n 上 A,B 两处,起初甲离 O 点 3 km,乙离 O 点 1 km,后来两人同时以 4 km/h 的速度,甲沿 AO 方向、乙沿 OB 方向步行.

(1) 起初两人的距离是多少?

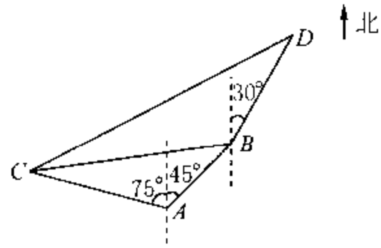
(2) 用包含 t 的式子表示 t h 后两人的距离;

(3) 什么时候两人的距离最短?



(第 6 题)

7. 在海岸 A 处，发现北偏东 45° 方向，距离 A 为 $(\sqrt{3}-1)$ n mile 的 B 处有一艘走私船，在 A 处北偏西 75° 方向，距离 A 为 2 n mile 的 C 处有我方一艘缉私艇奉命以 $10\sqrt{3}$ n mile/h的速度追截走私船. 此时走私船正以 10 n mile/h 的速度从 B 处向北偏东 30° 方向逃窜，问：缉私艇应沿什么方向，才能最快追上走私船？需要多长时间？



（第 7 题）

第二章 数列

学法点拨

一、重点、难点概括

本章重点：数列的概念、等差数列与等比数列的概念、性质、通项公式及前 n 项和公式.

本章难点：等差数列与等比数列的通项公式、前 n 项和公式的推导和综合运用，以及依据等差数列与等比数列的有关知识解决某些实际问题.

二、盲点提示

1. 数列可以看作一个定义域为正整数集（或它的有限子集 $\{1,2,\cdots,n\}$）的函数当自变量从小到大依次取值时对应的一列函数值. 也就是说，数列是一种特殊的函数：它的自变量只能取正整数，数列的通项公式也就是相应函数的解析式，它的图象是一系列孤立的点.

对于等差数列，由于 $a_n=a_1+(n-1)d=dn+(a_1-d)$，当 $d\neq 0$ 时，a_n 是 n 的一次函数；当 $d>0$ 时，$\{a_n\}$ 是递增数列；当 $d=0$ 时，$\{a_n\}$ 是常数列；当 $d<0$ 时，$\{a_n\}$ 是递减数列. 若等差数列的前 n 项和为 S_n，则 $S_n=pn^2+qn$ $(p,q\in\mathbf{R})$. 当 $p=0$ 时，$\{a_n\}$ 是常数列；当 $p\neq 0$ 时，可用二次函数的方法解决等差数列问题.

对于等比数列，由于 $a_n=a_1q^{n-1}(a,q\neq 0)$，可用指数函数的性质来理解. 当 $a_1>0,q>1$，或 $a_1<0,0<q<1$ 时，$\{a_n\}$ 是递增数列；当 $a_1>0,0<q<1$，或 $a_1<0,q>1$ 时，$\{a_n\}$ 是递减数列；当 $q=1$ 时，$\{a_n\}$ 是常数列；当 $q<0$ 时，$\{a_n\}$ 是摆动数列.

2. 写出数列的通项公式，关键是由已知各项的特点找出各项共同的规律. 通项公式、递推公式都是反映数列内在规律的重要公式，都可确定一个数列或求出数列中的任意一项. 两者的区别在于已知通项公式，只要给出 n 的值，即可求出数列中的第 n 项 a_n，而已知递推公式，须知道前一项（或前几项）的值，通过一次（或多次）运算，逐项地求方可得到第 n 项 a_n.

3. 对于等差数列 $\{a_n\}$，我们要知道 $a_n=a_m+(n-m)d$（其中 $m,n\in\mathbf{N}^*$）；若 $m+n=p+q$（其中 $m,n,p,q\in\mathbf{N}^*$），则 $a_m+a_n=a_p+a_q$. 而在等比数列 $\{a_n\}$ 中则有 $a_n=a_mq^{n-m}$；若 $m+n=p+q$（其中 $m,n,p,q\in\mathbf{N}^*$），则 $a_n\cdot a_m=a_p\cdot a_q$.

4. 已知前 n 项和 S_n 求通项公式 a_n 时，要注意 $a_n=S_n-S_{n-1}$ 不是对一切正整数 n 都成立，而只局限于对 $n\geqslant 2$ 的一切正整数恒成立，因为当 $n=1$ 时，S_n-S_{n-1} 无意义. 因此，由前 n 项和 S_n 求通项公式 a_n 时，要分 $n=1$ 与 $n\geqslant 2$ 两种情况讨论，然后验证两种情形可否能用统一的式子表示，若不能就用分段函数表示为 $a_n=\begin{cases}S_1 & (n=1),\\ S_n-S_{n-1} & (n\geqslant 2).\end{cases}$

5. 有关等比数列的求和问题，当不能确定“$q\neq 1$”时，我们应分 $q=1$ 和 $q\neq 1$ 来讨论.