



世纪高等继续教育精品教材

《微积分教程》 学习指导

张家琦 万重英 陈洪育 编著



中国人民大学出版社



21 世纪高等继续教育精品教材

《微积分教程》 学习指导

张家琦 万重英 陈洪育 编著



中国人民大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

《微积分教程》学习指导/张家琦等编著.

北京: 中国人民大学出版社, 2006

21 世纪高等继续教育精品教材

ISBN 7-300-07436-7

I. 微…

II. 张…

III. 微积分—高等学校—教学参考资料

IV. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 153442 号

21 世纪高等继续教育精品教材

《微积分教程》学习指导

张家琦 万重英 陈洪育 编著

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010—62511242 (总编室)

010—62511398 (质管部)

010—82501766 (邮购部)

010—62514148 (门市部)

010—62515195 (发行公司)

010—62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 北京密兴印刷厂

规 格 170 mm×228 mm 16 开本

版 次 2006 年 12 月第 1 版

印 张 27.75 插页 1

印 次 2006 年 12 月第 1 次印刷

字 数 479 000

定 价 29.80 元

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换

21 世 纪 高 等 继 续 教 育 精 品 教 材

编审委员会

顾 问 董明传

主 任 杨干忠 贺耀敏

副主任 周蔚华 陈兴滨 宋 谨

委 员 (按姓氏笔画为序)

王德发	王孝忠	王晓君	龙云飞	卢雁影
刘传江	安亚人	宋 玮	宋 谨	陈兴滨
李端生	张一贞	辛 旭	杨干忠	杨文丰
周蔚华	赵树嫒	贺耀敏	贾俊平	高自龙
黄本笑	寇铁军	盛洪昌	常树春	程道华
韩民春	游本强	蒋晓光	缪代文	



总 序

21 世纪, 科学技术发展日新月异, 发明创造层出不穷, 知识更新日趋频繁, 全民学习、终身学习已经成为适应经济与社会发展的基本途径。近年来, 我国高等教育取得了跨越式的发展, 毛入学率由 1998 年的 8% 迅速增长到 2004 年的 19%, 已经进入到大众化的发展阶段, 这其中高等继续教育发挥了重要的作用。同时, 高等继续教育作为“传统学校教育向终身教育发展的一种新型教育制度”, 对实现“形成全民学习、终身学习的学习型社会”、“构建终身教育体系”的宏伟目标, 发挥着其他教育形式不可替代的作用。

目前, 我国高等继续教育的发展规模已占全国高等教育的一半左右, 随着我国产业结构的调整、传统产业部门的改造以及新兴产业部门的建立, 各种岗位上数以千万计的劳动者, 需要通过边工作边学习来调整自己的知识结构、提高自己的知识水平, 以适应现代经济与社会发展的要求。可见, 我国高等继续教育的发展, 既肩负着重大的历史使命又面临着难得的发展机遇。

我国的高等继续教育要抓住机遇发展, 完成自己的历史使命, 从根本上说就是要全面提高教育教学质量, 这涉及多方面的工作, 但抓好教材建设是提高教学质量的基础和中心环节。众所周知, 高等继续教育的培养对象主要是已经走上各种生产或工作岗位的从业人员, 这就决定了高等继续教育的目标是培养能适应新

世纪社会发展要求的动手能力强、具有创新能力的应用型人才。因此,高等继续教育教材的编写“要本着学用结合的原则,重视从业人员的知识更新,提高广大从业人员的思想文化素质和职业技能”,体现出高等继续教育的针对性、实用性和职业性特色。

为适应我国高等继续教育发展的新形势、培养应用型人才、满足广大学员的学习需要,中国人民大学出版社邀请了国内知名专家学者对我国高等继续教育的教学改革与教材建设进行专题研讨,成立了教材编审委员会,联合中国人民大学、中国政法大学、东北财经大学、武汉大学、山西财经大学、东北师范大学、华中科技大学、黑龙江大学等30多所高校,共同编撰了“21世纪高等继续教育精品教材”,计划在两三年内陆续推出百种高等继续教育精品系列教材。教材编审委员会对该系列教材的作者进行了严格的遴选,编写教材的专家、教授都有着丰富的继续教育教学经验和较高的专业学术水平。教材的编写严格依据教育部颁布的“全国成人高等教育公共课和经济学、法学、工学主要课程的教学基本要求”;教材内容的选择克服了追求“大而全”的现象,做到了少而精,有针对性,突出了能力的训练和培养;教材体例的安排突出了学习使用的弹性和灵活性,体现“以学为主”的教育理念;教材充分利用现代化的教育手段,形成文字教材和多媒体教材相结合的立体化教材,加强了教师对学生学习过程的指导和帮助,形象生动、灵活方便,易于保存,可反复学习,更能适应学员在职、业余自学,或配合教师讲授时使用,会起到很好的教学效果。

这套“21世纪高等继续教育精品教材”在策划、编写和出版过程中,得到教育部高教司、中国成人教育协会、北京高校成人高教研究会的大力支持和帮助,谨表深切谢意。我们相信,随着我国高等继续教育的发展和教学改革的不断深入,特别是随着教育部“高等学校教学质量和教学改革工程”的实施,这套高等继续教育精品教材必将为促进我国高校教学质量的提高作出贡献。

杨干忠



前 言

高等继续教育事业近年来得到迅速发展,为了满足当前高等继续教育高等数学课程教学上的需要,我们参照高等院校对经济类与管理类本科学生学习的要求,同时考虑到高等继续教育教学的特点,编写了本书.

本书是《微积分教程》的配套学习指导书.本书依照《微积分教程》的章节内容编写,与之相辅相成,可同步使用.

全书共分为八章,内容包括函数,极限与连续,导数与微分,基本定理与导数的应用,不定积分,定积分,多元函数,常微分方程初步.每章按照学习要点,基本要求,习题(A)(单项选择题)、习题(B)(解答题),习题(A)答案、习题(B)全解等内容编写.

本书可作为高等继续教育经济类与管理类学生学习微积分课程的学习指导书,也可作为高等院校网络教育高等数学(B)课程的学习辅导书.对于参加全国高等教育自学考试经济类与管理类专业专业的读者,也不失为一本有指导价值的读物.

本书的优点具体体现在:

1. 适当调整了教材体系,在注意数学学科的系统性、逻辑性的同时,又充分考虑经济类与管理类专业专业的专业课程所需要的数学必备知识.

2. 在教材内容的取舍上,减少了数学理论过深的原理与定理的证明,对基本概念、定理和基本公式的正确理解与运用,以及自学时容易产生的错误,增加了详细的阐述.

3. 针对成人学习的特点与需求,在本书中,对全部的解答题作了详细的解答,以便读者做到心中有数,把握学习的主动权.

本书的编写,融入了诸多专家、教授,包括长期在中国人民大学成人高等教育学院授课的一线教师的心血,凝结着“从以知识立意向以能力立意转化”的现代教育思想的精华.在教材的编写过程中,中国人民大学朱光贵教授、北京交通大学任国臣教授、北京建筑工程学院曹承宾教授、清华大学周辛庚教授、北京航空航天大学旋俊雄教授提出了许多宝贵的建议,李晓辉、马雪京、相学群、邱际毅老师对书中的习题及解答作了认真的校对,在此一并致谢!

书中存在的问题,欢迎广大读者、专家和同行批评指正.

作 者

2006年8月于北京

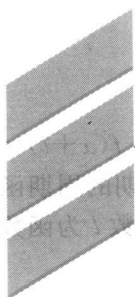


目 录

第一章 函数	(1)
学习要点	(1)
基本要求	(3)
习题一(A)	(4)
习题一(B)	(9)
习题一(A)答案	(14)
习题一(B)全解	(14)
第二章 极限与连续	(33)
学习要点	(33)
基本要求	(38)
习题二(A)	(38)
习题二(B)	(50)
习题二(A)答案	(55)
习题二(B)全解	(56)
第三章 导数与微分	(81)
学习要点	(81)

基本要求	(85)
习题三(A)	(85)
习题三(B)	(98)
习题三(A)答案	(105)
习题三(B)全解	(106)
第四章 基本定理与导数的应用	(151)
学习要点	(151)
基本要求	(155)
习题四(A)	(155)
习题四(B)	(161)
习题四(A)答案	(166)
习题四(B)全解	(166)
第五章 不定积分	(206)
学习要点	(206)
基本要求	(209)
习题五(A)	(210)
习题五(B)	(218)
习题五(A)答案	(222)
习题五(B)全解	(223)
第六章 定积分	(254)
学习要点	(254)
基本要求	(260)
习题六(A)	(260)
习题六(B)	(269)
习题六(A)答案	(276)
习题六(B)全解	(277)
第七章 多元函数	(325)
学习要点	(325)
基本要求	(332)
习题七(A)	(333)
习题七(B)	(342)
习题七(A)答案	(349)
习题七(B)全解	(350)

第八章 常微分方程初步	(399)
学习要点	(399)
基本要求	(402)
习题八(A)	(402)
习题八(B)	(404)
习题八(A)答案	(408)
习题八(B)全解	(408)
附录 1 常用字符表	(428)
附录 2 初等数学中的常用公式	(431)



第一章

函 数

学习要点

一、函数

1. 函数

设在某个变化过程中有两个变量 x 和 y , 变量 y 随变量 x 而变化, 如果变量 x 在实数集合 D 中取某个数值时, 变量 y 依照某一规律 f 总有一个确定的数值与之对应, 则称变量 y 为变量 x 的函数, 记为

$$y=f(x)$$

其中 x 叫自变量, y 叫因变量或函数.

2. 定义域

使函数 f 有定义的自变量的取值范围 D , 称为函数的定义域, 记为 $D(f)$.

3. 值域

函数 y 的取值范围, 称为函数的值域, 记为 $Z(f)$.

二、函数的几何特性

1. 奇偶性

奇函数: $f(-x) = -f(x)$, 图形对称于坐标原点.

偶函数: $f(-x) = f(x)$, 图形对称于 y 轴.

2. 周期性

对于函数 $y=f(x)$, 如果存在一个不等于 0 的常数 l , 使得关系式 $f(x+l)=f(x)$ 对于 $(-\infty, +\infty)$ 中任何 x 的值都成立, 则称 $f(x)$ 是以 l 为周期的周期函数. 此时 l 的整数倍也是 $f(x)$ 的周期. 通常称满足这个等式的最小正数 l 为函数的周期.

3. 单调增减性

对于任意的 $x_1, x_2 \in (a, b)$, 且 $x_1 < x_2$:

如果 $f(x_1) \leq f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调增加;

如果 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 在 (a, b) 内严格单调增加;

如果 $f(x_1) \geq f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调减少;

如果 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 在 (a, b) 内严格单调减少.

4. 有界性

设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有定义, 如果存在一个正数 M , 使得对于 (a, b) 内的任意一点 x , 总有 $|f(x)| \leq M$, 则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内是有界的.

设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有定义, 如果存在一个数 B , 使得对于 (a, b) 内的任意一点 x , 总有 $f(x) \leq B$, 则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内是有上界的; 如果存在一个数 A , 使得对于 (a, b) 内的任意一点 x , 总有 $f(x) \geq A$, 则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内是有下界的.

三、反函数

定义 设已知函数 $y=f(x)$, 如果由此解出的 $x=\varphi(y)$ 是一个函数, 则称它为 $f(x)$ 的反函数, 并改写成 $y=\varphi(x)$, 称 $y=f(x)$ 为直接函数.

图形: 反函数 $y=\varphi(x)$ 与直接函数 $y=f(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.

存在定理: 如果函数

$$y=f(x), D(f)=X, Z(f)=Y$$

是严格单调增加(或减少)的, 则它必定存在反函数

$$x=\varphi(y), D(\varphi)=Y, Z(\varphi)=X$$

也是严格单调增加(或减少)的.

四、基本初等函数

1. 常数: $y=C, D(f)=(-\infty, +\infty)$.

2. 幂函数: $y=x^\mu$, 定义域随实数 μ 而变.

3. 指数函数: $y=a^x \quad (a>0, a\neq 1), D(f)=(-\infty, +\infty)$.

4. 对数函数: $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$), $D(f) = (0, +\infty)$.

5. 三角函数:

$$y = \sin x, D(f) = (-\infty, +\infty).$$

$$y = \cos x, D(f) = (-\infty, +\infty).$$

$$y = \tan x, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$y = \cot x, x \neq k\pi \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$y = \sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$y = \csc x = \frac{1}{\sin x}$$

6. 反三角函数:

$$y = \arcsin x, D(f) = [-1, 1], Z(f) = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$$

$$y = \arccos x, D(f) = [-1, 1], Z(f) = [0, \pi].$$

$$y = \arctan x, D(f) = (-\infty, +\infty), Z(f) = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right).$$

$$y = \operatorname{arccot} x, D(f) = (-\infty, +\infty), Z(f) = (0, \pi).$$

五、复合函数, 初等函数

1. 复合函数

设 y 是 u 的函数 $y = f(u)$, 而 u 又是 x 的函数 $u = \varphi(x)$, 又设 X 表示函数 $u = \varphi(x)$ 的定义域的一个子集. 如果对于在 X 上的每一个取值 x 所对应的 u 值, 函数 $y = f(u)$ 有定义, 则 y 通过 $u = \varphi(x)$ 而成为 x 的函数, 记为

$$y = f[\varphi(x)]$$

称作由函数 $y = f(u)$ 及 $u = \varphi(x)$ 复合而成的复合函数.

2. 初等函数

由基本初等函数经过有限次的四则运算(加, 减, 乘, 除)和复合所构成的, 并且能够用一个数学式子表示的函数称为初等函数.

六、列函数式

分析所给的实际问题, 找出函数 y 和自变量 x , 并找出它们之间的关系.

基本要求

1. 深刻理解函数的概念, 会对较简单的实际问题列出函数的解析式;

2. 理解函数的奇偶性、周期性、单调增减性和有界性的含意及其图形的特点;
3. 理解反函数的概念, 并会求已知函数的反函数;
4. 熟悉基本初等函数的主要性质及图形;
5. 理解复合函数的概念, 能熟练地分析出一个函数由哪些基本初等函数复合而成.

习题一(A)

1.1 下列各对函数中相同的是().

- (A) $y = \frac{x}{x}$ 与 $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (B) $y = \sqrt{x^2}$ 与 $y = x$
- (C) $y = \lg x^2$ 与 $y = 2\lg|x|$ (D) $y = \sin x$ 与 $y = \frac{x \sin x}{x}$

1.2 下列函数中与 $y = x$ 为同一函数的是().

- (A) $y = \sqrt{x^2}$ (B) $y = (\sqrt{x})^2$
- (C) $y = \ln e^x$ (D) $y = e^{\ln x}$

1.3 下列各对函数中, 表示同一函数的是().

- (A) $y_1 = \frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)}$ 和 $y_2 = x+3$
- (B) $y_1 = \sqrt{(x+1)(x-1)}$ 和 $y_2 = \sqrt{x+1}\sqrt{x-1}$
- (C) $y_1 = \sqrt{(2x-3)^2}$ 和 $y_2 = |2x-3|$
- (D) $y_1 = \lg(x+2)^2$ 和 $y_2 = 2\lg(x+2)$

1.4 设 $f(x) = \sin x$, 则 $f\left(-\sin \frac{\pi}{2}\right) = ()$.

- (A) 1 (B) -1
- (C) $\sin 1$ (D) $-\sin 1$

1.5 设 $f(x) = \cos^3 x$, 则 $f(-x) = ()$.

- (A) $-f(-x)$ (B) $-f(x)$
- (C) $\frac{1}{f(x)}$ (D) $f(x)$

1.6 设 $f(x) = \frac{1}{1-x}$, 则 $f\left[\frac{1}{f(x)}\right] = ()$.

(A) $\frac{1}{x}$

(B) $\frac{1}{1-x}$

(C) $1-x$

(D) $\frac{1}{2-x}$

1.7 设 $f(x)=\ln 2$, 则 $f(x+1)-f(x)=(\quad)$.

(A) $\ln \frac{3}{2}$

(B) $\ln 2$

(C) $\ln 3$

(D) 0

1.8 已知 $f(x+1)=x^2$, 则 $f(x)=(\quad)$.

(A) x^2

(B) $(x+1)^2$

(C) $(x-1)^2$

(D) x^2-1

1.9 设 $f(x-1)=x(x-1)$, 则 $f(x)=(\quad)$.

(A) $(x+1)(x+2)$

(B) $x(x+1)$

(C) $x(x-1)$

(D) $(x-1)(x-2)$

1.10 设 $f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{x}{x-1}$, 则 $f(2x)=(\quad)$.

(A) $\frac{1}{1-2x}$

(B) $\frac{2}{1-x}$

(C) $\frac{2(x-1)}{2x}$

(D) $\frac{2(x-1)}{x}$

1.11 若 $f(\sin x)=3-\cos 2x$, 则 $f(\cos x)=(\quad)$.

(A) $3-\sin 2x$

(B) $3+\sin 2x$

(C) $3-\cos 2x$

(D) $3+\cos 2x$

1.12 函数 $y=\sqrt{3-x}+\sin \sqrt{x}$ 的定义域是 $(\quad)$.

(A) $[0, 1]$

(B) $[0, 1] \cup [1, 3]$

(C) $[0, +\infty)$

(D) $[0, 3]$

1.13 函数 $y=\frac{1}{1-\frac{1}{1-x^2}}$ 的定义域是 $(\quad)$.

(A) $x \neq 1$

(B) $x \neq -1$

(C) $x \neq 0$

(D) $x \neq \pm 1$ 且 $x \neq 0$

1.14 函数 $f(x)=\frac{1}{\lg|x-5|}$ 的定义域是 $(\quad)$.

(A) $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$

(B) $(-\infty, 6) \cup (6, +\infty)$

(C) $(-\infty, 4) \cup (4, +\infty)$

(D) $(-\infty, 4) \cup (4, 5) \cup (5, 6) \cup (6, +\infty)$

1.15 设 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$, 则 $f(x+1)$ 的定义域是().

- (A) $(-2, 0)$ (B) $(-1, 1)$
(C) $(0, 2)$ (D) $[0, 2]$

1.16 设函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 4]$, 则函数 $f(x^2)$ 的定义域是().

- (A) $[-16, 16]$ (B) $[-2, 2]$
(C) $[0, 16]$ (D) $[0, 2]$

1.17 设

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ x^2 + 1, & -1 \leq x \leq 1 \\ x + 1, & x > 1 \end{cases}$$

那么 $f(-2)$, $f(-1)$, $f(2)$ 分别等于().

- (A) 0, 5, -1 (B) 0, 2, 0
(C) 0, 2, 3 (D) 0, 5, 3

1.18 设函数 $f(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| < 1 \\ 0, & |x| \geq 1 \end{cases}$, 则 $f(-\frac{\pi}{4}) =$ ().

- (A) 0 (B) 1
(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

1.19 下列函数中奇函数是().

- (A) $y = x^3 \cos x$ (B) $y = \ln(1+x^2)$
(C) $y = x^4 - 2x^2$ (D) $y = \frac{\sin x}{x}$

1.20 下列函数中偶函数是().

- (A) $y = (x^2 + x) \sin x$ (B) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
(C) $y = x \cdot \frac{a^x - 1}{a^x + 1}$ (D) $y = \ln \frac{1-x}{1+x}$

1.21 设 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 则 $f(x)g(x)$ 是().

- (A) 奇函数 (B) 偶函数
(C) 恒为常数 (D) 既是奇函数又是偶函数

1.22 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, 下列函数中必为奇函数的是().

- (A) $y = |f(x)|$ (B) $y = -|f(x)|$
(C) $y = C$ (D) $y = xf(x^2)$