



21 世纪高等学校规划教材
Textbook Series of 21st Century

微机保护原理 及算法仿真

陈 皓 编著



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>



21 世纪高等学校规划教材
Textbook Series of 21st Century

微机保护原理 及算法仿真

编 著 陈 皓
主 审 吕飞鹏



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书为 21 世纪高等学校规划教材。

本书共有八章, 主要介绍微机继电保护的基本构成原理和实现技术, 包括数字信号滤波处理, 微机保护算法, 微机保护的软、硬件结构, 提高可靠性的措施以及微机线路保护和变压器保护的方案等; 同时介绍了采用 MATLAB 仿真软件进行电力系统故障仿真、数字滤波器设计及微机保护算法仿真的基本方法, 并给出了大量的仿真实例。

本书可作为高等学校电气工程与自动化专业以及相近专业本科生和研究生的教材, 也可供从事继电保护工作的工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

微机保护原理及算法仿真/陈皓编著. —北京: 中国电力出版社, 2007

21 世纪高等学校规划教材

ISBN 978 - 7 - 5083 - 4890 - 2

I. 微... II. 陈... III. ①计算机应用—电力系统—继电保护装置 高等学校—教材②计算机应用—电力系统—继电保护装置—仿真算法—高等学校—教材

IV. TM774.339

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 127052 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2007 年 1 月第一版 2007 年 1 月北京第一次印刷
787 毫米×1092 毫米 16 开本 11.25 印张 273 千字
印数 0001—3000 册 定价 17.00 元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换)

前言

随着继电保护技术的发展,微机继电保护装置已经在电力系统中获得了广泛的应用。为了培养符合实际需求的应用型技术人才,许多高等院校结合教学改革的要求,陆续开设了微机继电保护原理专业课程。

《微机继电保护原理及算法仿真》就是为配合这一要求,根据本科教学中连续使用多年的专业课程配套讲义改编而成。本教材吸取了多年教学经验,针对教学重点增加了利用仿真软件进行微机保护数字滤波器设计及保护算法仿真方法的基本内容,使得学生可以结合微机保护算法的基本理论,上机进行实际仿真学习,从而获得良好的学习效果。

本教材主要介绍微机继电保护的基本构成原理和实现技术,包括微机保护的数字滤波,微机保护算法,微机保护的软、硬件结构,提高可靠性的措施以及微机线路保护、元件保护的方案等;同时特别注重研究方法的培养,介绍了采用 MATLAB 仿真软件进行电力系统故障仿真、数字滤波器设计及微机保护算法仿真的基本方法。先修课程包括:电力系统继电保护原理、微机原理、数字信号处理等。

针对学生在学习微机继电保护原理时,对相关基础理论知识的理解存在困难的问题,本教材除了在第八章给出利用 MATLAB 电力系统仿真工具箱进行微机保护算法综合仿真的基本方法和微机保护算法综合仿真算例外,在第四章(微机保护的数字滤波)以及第五章(微机保护算法)中,也结合相关教学内容,给出了大量的仿真实例,可供学生上机仿真练习,以加深对相关基础理论知识的理解,获得更好的学习效果。

需要说明的是:为了便于读者阅读与理解,书中基于 MATLAB 软件的仿真模型中电气参数符号及单位,均与该软件中相应的电气参数符号及单位呼应;并且在介绍该仿真模型或物理模块的属性参数时,均拷贝于软件中该模型属性对话框。

本教材由四川大学吕飞鹏教授主审,并提出了许多宝贵意见和建议;在本教材的编写过程中,编者参阅了许多国内兄弟单位的相关资料,在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中不当之处或错误难免,恳请读者批评指正。

编者

2006 年 10 月

目 录

前言

第一章 概述	1
第一节 微机保护的发展	1
第二节 微机保护的基本结构	3
第三节 微机保护的基本特点	4
第二章 信号分析基础	5
第一节 连续信号与频域分析	5
第二节 离散信号、系统与 Z 变换	7
第三节 采样过程与离散信号的频谱	11
第三章 微机保护的数据采集系统与开关量接口电路	15
第一节 概述	15
第二节 输入模拟信号的电平变换	15
第三节 前置模拟低通滤波	17
第四节 模拟量的采样离散化	19
第五节 开关量输入输出接口电路	23
第四章 微机保护的数字滤波	25
第一节 概述	25
第二节 简单数字滤波器	31
第三节 零、极点配置法设计数字滤波器	40
第四节 数字滤波器的经典设计方法	50
第五章 微机保护算法	64
第一节 概述	64
第二节 基于正弦函数模型的算法	65
第三节 基于周期函数模型的傅里叶算法	81
第四节 输电线路简化 R-L 模型的算法	93
第五节 继电器动作方程的采样值算法	97
第六节 电压、电流的滤序与移相算法	98

第六章 微机保护装置的硬件结构	102
第一节 概述	102
第二节 数据处理单元	102
第三节 数据采集系统	104
第四节 网络通信技术	106
第五节 微机保护硬件的一般结构	107
第六节 微机保护硬件结构举例	110
第七节 干扰与微机保护的抗干扰措施	115
第七章 微机保护的软件结构与保护功能实现	119
第一节 概述	119
第二节 微机保护的采样中断处理程序	121
第三节 微机保护的故障计算程序	123
第四节 微机保护的自检循环程序	133
第八章 微机保护算法综合仿真	139
第一节 概述	139
第二节 电力系统工具箱设计基础	139
第三节 电力系统故障暂态仿真	147
第四节 微机保护算法综合仿真	155
参考文献	174

第一章 概 述

由于微机保护具有优良的动作特性,它的发展非常迅速,应用也十分广泛。以输电线路微机保护为例,它的基本结构已经由 20 世纪 80 年代初期的单 CPU 结构,发展到目前的多 CPU 结构;其工作速度和可靠性大大提高,已在国内主要电网的高压输电线路上广泛推广使用。实际上,在高压输电线路保护上使用微机保护装置,已经成为目前的一种标准保护配置方案。其他元件微机保护的发展也非常迅速,应用领域也在不断扩大。微机保护不但能够实现传统保护无法实现的更为复杂和优良的保护性能,而且运行维护更为简单,更重要的是,其动作可靠性大大优于传统保护。由于计算机技术的不断发展,微机保护的性能价格比也在不断提高。目前,微机保护除了在高压、超高压电网中广泛使用外,也广泛应用于中低压输配电网络中。

第一节 微机保护的发展

计算机技术的飞速发展,给科学技术、生产和生活方式带来了巨大的变化。而微机保护正是随着计算机技术的发展逐步发展起来的。微机保护的发展可分为以下几个阶段:

1. 60 年代中期至 70 年代初期

国外研究的重点是微机保护的理论探索,主要进行保护算法、数字滤波的研究。相关部门也做了一些早期样机及试验。由于当时计算机的价格昂贵,因此基本方案为单机集中保护方案,即以一台中、小型计算机完成整个变电站的保护和控制功能。它的主要问题是:

(1) 计算机运算速度的限制。

以一台计算机完成整个变电站的保护控制功能,这要求计算机的运算速度很快,当时的小型计算机难以胜任。而采用中型和大型计算机,因价格昂贵,其性能价格比难以为用户接受。

(2) 可靠性问题。

集中保护和控制系统的可靠性低。单机集中方式的计算机发生硬件故障,会造成整个变电站失去保护和控制功能。而采用硬件冗余方式则要求更高的投资。

尽管计算机保护没有获得实际的应用,但当时的相关研究为其后来的发展打下了坚实基础。

2. 70 年代中期至 80 年代中期

由于计算机技术出现了重大突破,微型处理器和微型计算机得到了广泛应用而且价格大幅下降。这一阶段内,微机保护装置已经开始获得实际应用。由于输电线路保护涉及的保护算法相对复杂,因此对它的研究开发相对集中。通常认为,处理好输电线路的微机保护的相关技术问题后,将其用于元件保护就显得相对容易。

基本输电线路保护方案是单处理器/单片机方案,即采用单片微处理器(以后大都改用单片机)以分时方式完成一条线路的全部保护功能,在检测到线路故障以后,循环执行相间

距离保护（或相间电流保护）——接地距离保护（或零序电流保护）——重合闸保护功能程序。为了加快保护的動作速度，另外一些保护方案采用故障分类方式，即在故障启动后首先进行故障分类，再根据分类结果执行相应的保护功能算法。我国第一套微机线路保护装置于1982年在华北电力学院（现华北电力大学）开始研制，1984年通过鉴定并投入现场试运行，其后开始小规模推广。

3. 80年代后期至90年代中期

由于单片机价格的大幅度下降，微机保护采用了多CPU（单片机）结构，通常使用多个下层不同的CPU子系统分担不同的保护功能。例如线路微机保护中由不同的CPU完成距离保护、高频闭锁保护、零序电流保护及重合闸保护功能，并采用单独的上层管理CPU系统对多个下层CPU子系统进行管理和数据交换，并完成人机对话和网络通信管理功能。采用多CPU结构的主要优点是：

（1）保护的可靠性大大提高。在单CPU结构保护中，CPU插件故障会使整套装置失去保护功能。采用多CPU方案后，由于各CPU插件之间相对独立，某一CPU插件故障时只失去相应的某一个保护功能，其他CPU插件仍可以正常工作，因此可以保留其他的保护功能。

（2）保护的動作速度大大提高。由于不同的保护功能分配给不同的CPU插件进行处理，因此，整套保护装置以并行方式完成全部保护功能计算，从而提高了保护的動作速度。

在这一阶段中，无论是保护算法，还是硬件结构以及制造水平都得到大大提高，保护装置的故障率也显著下降，从而开始在电网中大量推广使用微机保护。

4. 90年代中期以来

一些新型高性能单片机开始获得应用，同时微机保护也采用了一些新的技术，使保护的性与装置的可靠性大幅度提高，微机保护的应用更加广泛。

（1）新型高性能单片机的使用。高性能32位单片机片内集成了各种通用硬件，因此无需使用片外总线扩展存储器、I/O端口等，不但大大简化了微机保护的硬件设计，而且由于总线不出芯片的设计，大大提高了装置的抗干扰性。

（2）专用数字处理器DSP。DSP的突出特点是计算能力强、精度高、总线速度快、吞吐量，尤其是采用专用硬件实现定点和浮点加乘（矩阵）运算，速度非常快。将数字信号处理器应用于微机继电保护，极大地缩短了数字滤波、滤波和傅氏算法的计算时间，不但可以完成复杂的信号处理功能，还可以完成以往主要由单片机CPU完成的保护运算功能，甚至完成完整、独立的继电保护功能。

（3）网络通信技术的应用：

1）现场总线网络接口的配置。随着变电站综合自动化的发展，微机保护配置现场总线网络接口已经成为一种基本的方式，并且新型微机保护大都提供现场总线的双网接口，互为备用。

现场总线网络接口A：实现微机保护装置与变电站综合自动化系统间的基本通信功能，包括保护装置向监控系统报告保护动作参数（保护动作时间、动作性质、动作值、故障类型等），远方修改保护定值和远方投、切保护软压板。

现场总线网络接口B：在保护配置故障录波插件时，完成录波数据的传送，从而实现分散录波的功能。

2) 分布式保护的发展: ①分布式母线保护的研究和应用。传统的母线保护二次回路接线复杂, 故障率高, 保护拒动或误动的后果严重。为此, 基于网络通信技术的分布式母线保护得到了研究和应用。大多数分布式母线保护利用网络通信技术传送各线路保护的故障方向判别结果, 在各线路保护单元内完成分布式母线保护功能; 有的分布式母线保护采用网络技术实现故障数据的共享, 在每个分布式母线保护单元内独立完成母线差动保护的保护功能。前者相对简单方便。②ATM 高速网络通信技术实现广域后备纵联保护的研究。国外一些单位已经开始了利用 ATM 高速网络通信技术实现广域后备纵联保护的研究。采用这一技术, 用户与宽带综合业务数字网之间的接入速度达到 155Mbps, 因此可以非常容易地实现变电站故障数据的共享, 从而实现快速的广域后备纵联保护。这一方案力图解决传统后备保护阶梯时限特性带来的问题。

其他发展, 包括使用性能更好的处理器 (例如用 32 位处理器取代 16 位处理器, 使用能够完成大量复杂保护算法的专用数字处理器 DSP), 新的保护原理及算法的研究 (例如基于神经网络的保护、基于小波信号处理方法的保护和无通信暂态电流保护的研究) 等等。

第二节 微机保护的基本结构

微机保护装置本质上就是一个具有继电保护功能的微机系统, 因此具有一般微机系统的基本结构。此处简述其基本构成, 详细内容可参阅微机原理和其他的相关资料。微机保护装置由四个基本部分组成:

- (1) 数据处理单元: 微机主系统;
- (2) 数据采集单元: 模拟信号输入系统;
- (3) 人机对话单元;
- (4) I/O 端口: 开关量输入/输出端口及通信接口。

微机保护装置的典型结构框图如图 1-1 所示。

(一) 数据处理单元

数据处理单元包括 CPU、存储器、定时器/计数器、时钟及控制电路等。各部分的基本作用如下:

(1) CPU

一般根据保护功能选择 CPU 类型。早期使用单片处理器, 目前大都选用不同类型的单片机、通用微处理器或数字信号处理器 (DSP)。单片机片内集成了一般微机系统的主要部分, 包括 CPU、存储器、A/D 转换器和 I/O 端口等, 大大提高了整体可靠性, 因此在微机保护中得到了广泛的应用。为了适应一些新的保护原理和复杂算法的要求, 目前也开始在微机保护中使用高性能通用微处理器或数字信号处理器。

(2) 存储器

EPROM: 用于存放微机保护基本程序。

E²PROM/Flash Memory: 用于存放微机保护动作整定值。由于系统运行方式变化等因素的影响, 有时需要实时修改微机保护动作整定值, 因此采用可电擦写的 E²PROM 存储器。由于 Flash Memory (快闪存储器) 的存储容量更大, 可靠性更高且简单易用, 不但被用于

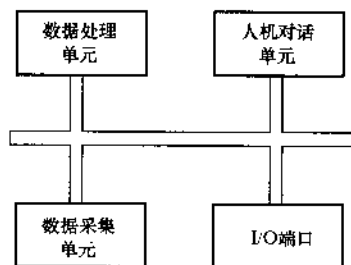


图 1-1 微机保护装置结构框图

存放微机保护动作整定值，而且被用于存放微机保护基本程序或用于保存大量故障记录数据，以便用于事后事故分析。目前 Flash Memory 已经在微机保护中获得了广泛应用。

RAM：用于快速存取微机保护装置大量的实时采样数据、中间运算结果、跳闸及故障标志字等。

(3) 时钟

时钟为采样数据加上时间标志或为保护装置的各种事件记录提供时间基准，具有独立的振荡器以及可充电电池，在装置停止运行时仍可以工作。为了提供全系统统一的基准时间，可以利用全球卫星定位系统 GPS 进行高精度时间校准。注意：它与一般微机系统中所讲的时钟不同，后者产生 CPU 工作时的基准时间，用以控制程序运行的节拍。

(二) 数据采集单元

数据采集单元即模拟信号输入系统，包括电压形成回路、模拟低通滤波器、采样保持器、模数转换器等。它的主要作用是将被保护元件（线路、变压器等）的电压互感器和电流互感器二次侧的模拟量电压、电流变换为微机系统可以使用的数字量。数据采集单元的详细内容将在第三章中进行讨论。

(三) 人机对话系统 (MMI, Man-Machine Interface)

人机对话系统包括键盘、LCD 显示器、按键与指示灯、打印机和调试通信接口，同一般的微机系统中的人机对话系统类似，使用标准的接口电路，可参阅相关资料。

(四) I/O 端口

I/O 端口包括开关量输入、输出接口 (DI/DO) 和外部通信接口 (CI)。它主要实现继电器控制、信号输出和开关量输入、输出等功能，提供计算机通信网络与远程通信网络接口，并考虑与变电站综合自动化系统进行通信。

第三节 微机保护的基本特点

微机保护的基本特点包括以下五方面：

- (1) 继电保护功能由软件实现，便于修改保护动作值和动作特性；
- (2) 采用数字信号处理技术，可以实现更好的保护动作特性；
- (3) 采用数字存储技术，容易实现故障录波和事故分析；
- (4) 容易实现数字通信，通信接口简单；
- (5) 软硬件结构标准化，再辅以完善的自动测试和监视功能，微机保护的可靠性大大高于传统保护。

由于以上这些特点，微机保护具有一系列的优点，包括具有更强的灵活性和更好的保护性能，运行维护方便，以及具有更高的可靠性等等。这一系列的优点，使得微机继电保护装置在性能、可靠性和方便性上已经远远超过了传统保护，受到了用户的欢迎和信赖。与传统保护相比，微机保护的优越性已毋庸置疑。

与计算机保护技术密切相关的其他科技领域中的新技术、新理论，如自适应控制、神经网络、模糊控制以及小波变换理论等，为微机保护的发展提供了新的途径和有力的工具。随着这些理论的应用，微机继电保护的動作特性将会得到一些根本性改进。

第二章 信号分析基础

信号的两个基本特征是信号的时间特性和信号的频率特性。信号的时间特性, 主要指时间函数描述的信号随时间变化的规律; 信号的频率特性, 主要指频谱函数描述的信号随频率变化的规律。它们都包含了信号的全部信息, 都能表示出信号的特点。在微机保护的数字滤波及保护算法中, 信号特性的分析有着十分重要的意义, 本章将对信号分析中的有关内容进行简单的回顾。

第一节 连续信号与频域分析

一、频域分析方法

频域分析方法, 就是将时间变量变换为频率变量进行分析的傅里叶变换方法。这种频域分析方法, 是讨论信号滤波等许多问题的出发点。这里只对其进行一些简单回顾。分析连续时间信号的频谱特征常用傅里叶级数和傅里叶积分。傅里叶级数实际是傅里叶积分的一种特例。而拉氏变换作为复频域变换方法可视为傅里叶变换方法的推广。

1. 傅里叶级数

如果 $f(t)$ 是一个周期函数, 则可以将其用傅里叶级数表示, 即

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)] \quad (2-1)$$

$$\text{其中} \quad a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt, b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

式中, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$, T_0 为信号基频周期。

$$\text{将其同频项合并, 有} \quad f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (2-2)$$

$$\text{或} \quad f(t) = d_0 + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n) \quad (2-3)$$

$$\text{其中, } a_0 = c_0 = d_0, c_n = \frac{a_n}{\cos \varphi_n} = -\frac{b_n}{\sin \varphi_n}, d_n = \frac{a_n}{\sin \theta_n} = \frac{b_n}{\cos \theta_n}, \operatorname{tg} \theta_n = \frac{a_n}{b_n}, \operatorname{tg} \varphi_n = -\frac{b_n}{a_n}。$$

应用欧拉公式可导出指数形式的傅里叶级数, 即

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega_0) e^{jn\omega_0 t} \quad (2-4)$$

$$\text{其中, } F(n\omega_0) = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt。$$

2. 傅里叶变换

如果以下两个积分存在, 则它们构成傅里叶变换对, 即

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2-5)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2-6)$$

式中, $F(\omega)$ 是 $f(t)$ 的频谱密度函数。

$|F(\omega)|$ 和 $\varphi(\omega) = \text{Arg}[F(\omega)]$ 分别是 $f(t)$ 的幅度谱和相位谱。

3. 拉氏变换

拉氏变换作为复频域变换方法可视为傅里叶变换方法的推广, 即将频域 (ω) 推广到复频域 ($s = \delta + j\omega$), 得

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (2-7)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{\infty} F(s) e^{st} ds \quad (2-8)$$

显然, s 不但能表示振荡的频率, 还能表示振荡幅度的增长 (或衰减) 速率。

4. 卷积定理

卷积定理在各种变换域方法中占有特别重要的地位。

如果时间函数 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 的傅里叶变换分别为 $F_1(\omega)$ 、 $F_2(\omega)$, 则傅里叶变换的卷积定理为

$$F[f_1(t) * f_2(t)] = F_1(\omega) F_2(\omega) \quad (2-9)$$

$$F[f_1(t) f_2(t)] = \frac{1}{2\pi} F_1(\omega) * F_2(\omega) \quad (2-10)$$

二、连续信号的频谱

1. 连续周期信号的频谱

设 $f(t)$ 是周期为 T_0 的连续周期函数, 其频谱为 $F(\omega)$ 。将 $f(t)$ 用指数形式的傅里叶级数表达时, 连续周期函数的傅里叶变换为

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega_0) e^{jn\omega_0 t} e^{-j\omega t} dt \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega_0) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega - n\omega_0)t} dt \\ &= 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega_0) \delta(\omega - n\omega_0) \end{aligned} \quad (2-11)$$

显然, $f(t)$ 的频谱 $F(\omega)$ 由一系列的冲激函数构成, 其间隔为基频角频率 ω_0 ($\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$), 冲激强度为傅里叶级数的系数乘以 2π 。因此, 连续周期函数具有离散频谱, 也是连续周期信号在频域的主要特点, 如图 2-1 所示。当然, 直接引用连续周期函数的傅里叶级数, 也可得到相同的结论: 连续周期函数的傅里叶级数将信号分解为直流分量及许多正余弦分量, 它们的频率必然为基频 ω_0 的整倍数, 即对于连续周期信号, 有以下频域变换特征:

时域连续性 $\rightarrow$ 频域非周期性;

时域周期性 $\rightarrow$ 频域离散化。

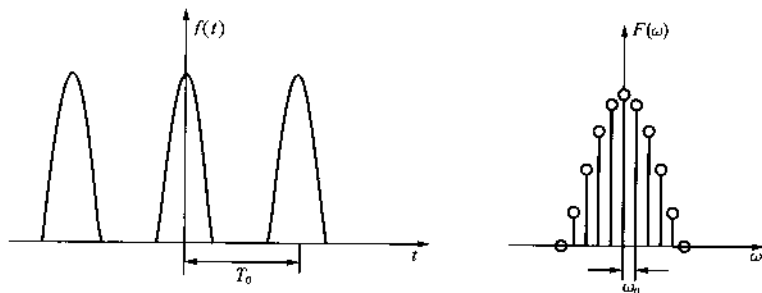


图 2-1 连续周期函数及其离散频谱

2. 连续非周期信号的频谱

设 $f(t)$ 为连续非周期函数, 其频谱为 $F(\omega)$, 则连续非周期函数的傅里叶变换

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2-12)$$

将是一个非周期连续函数。有关连续非周期信号的频谱特征的详细讨论请参阅《信号与系统》的相关内容, 此处只作定性分析。

在对连续周期信号频谱的讨论中可知, 连续周期函数具有离散频谱, 其谱线间隔

为 $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ 。显然, 在 $T_0 \rightarrow \infty$ 时, 连续周

期函数成为连续非周期函数时, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \rightarrow$

0, 连续周期函数的离散频谱成为连续非周

期函数的连续频谱。因此, 连续非周期函数具有连续频谱, 是非周期信号在频域的主要特点 (如图 2-2 所示), 即对于连续非周期信号, 有以下频域变换特征:

时域连续性 $\rightarrow$ 频域非周期性;

时域非周期性 $\rightarrow$ 频域连续性。

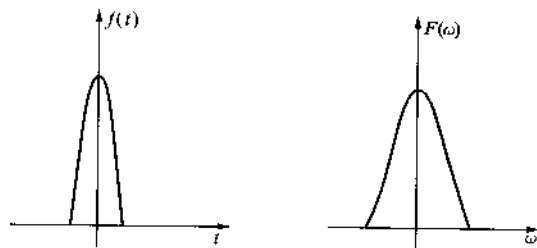


图 2-2 连续非周期函数及其连续频谱

【例 2-1】 分析单边指数衰减信号的频谱。

解: 单边指数衰减信号为

$$f(t) = \begin{cases} e^{-at} & (a > 0, t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

因
$$F(\omega) = \int_0^{\infty} e^{-at} e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{a + j\omega}, \quad \text{得} \quad |F(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{a^2 + \omega^2}}, \quad \varphi(\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

第二节 离散信号、系统与 Z 变换

一、离散时间信号序列

离散时间信号就是仅仅在离散的采样时刻上定义的信号。一般来说, 采样是等间隔的, 即 $t = nT_s$, 其中 T_s 是各相邻采样时刻之间的时间间隔。离散时间信号可以用一个时间-数的序列 (简称序列) x 来表示, 序列中的第 n 个数可用 $x(n)$ 表示。因此序列 x 可表述为

$$x = \{x(n)\} \quad (-\infty \leq n \leq \infty) \quad (2-13)$$

这种无限序列可以对应于电力系统运行中的各种电量信号序列。在多数情况下,我们更关心在一个有限时间段(如从故障发生到故障切除时间段)内的信号。一个有限长序列的一般表达式为

$$x = \{x(n)\} \quad (N_1 \leq n \leq N_2) \quad (2-14)$$

$$\text{或} \quad x = \{x(nT_s)\} \quad (N_1 \leq n \leq N_2) \quad (2-15)$$

式(2-14)既适用于等间隔采样,也适用于不等间隔采样,而式(2-15)只适用于等间隔采样。在以后的讨论中假定 $\{x(n)\}$ 或 $x(n)$ 表示等间隔采样。

微机保护中的时间序列通常都是对模拟信号的连续波形采样而获得的。但要注意,一得到采样序列,在相邻整数之间的非整数值上, $x(n)$ 根本没有意义,而不能认为 $x(n)$ 在那里等于零。

下面是一些常见序列及序列的简单运算规则。

(1) 单位样本序列 $\delta_0(n)$ 。其定义为

$$\delta_0(n) = \begin{cases} 1 & (n = 0) \\ 0 & (n \neq 0) \end{cases} \quad (2-16)$$

这个序列在离散时间序列分析中的作用,与在连续时间系统分析中的狄拉克函数 $\delta(t)$ 的作用相似,不同之处在于,单位样本序列(或称单位冲激函数序列)是一个脉冲信号,而狄拉克函数 $\delta(t)$ 则是仅在广义函数意义下成立的一个函数。

(2) 单位阶跃序列 $u(n)$ 。其定义为

$$u(n) = \begin{cases} 1 & (n \geq 0) \\ 0 & (n < 0) \end{cases} \quad (2-17)$$

(3) 矩形序列 $R_N(n)$ 。其定义为

$$R_N(n) = \begin{cases} 1 & (0 \leq n \leq N-1) \\ 0 & (n < 0, n \geq N) \end{cases} \quad (2-18)$$

以上三种序列的关系为

$$u(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta_0(n-k) \quad (2-19)$$

$$\delta_0(n) = u(n) - u(n-1) \quad (2-20)$$

$$R_N(n) = u(n) - u(n-N) \quad (2-21)$$

(4) 线性增长和指数衰减序列。其定义为

$$x(n) = \begin{cases} n & (n \geq 0) \\ 0 & (n < 0) \end{cases} \quad (\text{线性增长序列}) \quad (2-22)$$

$$x(n) = \begin{cases} a^n & (n \geq 0, a < 1) \\ 0 & (n < 0) \end{cases} \quad (\text{指数衰减序列}) \quad (2-23)$$

(5) 周期正(余)弦序列。正弦序列定义为

$$x(n) = \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right) = \sin(\omega n) \quad (2-24)$$

式中, $\omega = \frac{2\pi}{N}$, 而 N 是整数。

可以看出其周期为 N , 即

$$x(n) = x(n + mN) \quad (m \text{ 为整数}) \quad (2-25)$$

余弦序列定义依此类推。

数字信号处理中常用到序列的以下运算法则：

(1) 序列相加与相乘。

两个序列的相加与相乘，定义为两个序列中对应样本的相加与相乘，即

$$x + y = \{x(n) + y(n)\} \quad (\text{相加}) \quad (2-26)$$

$$xy = \{x(n)y(n)\} \quad (\text{相乘}) \quad (2-27)$$

(2) 序列与常数相乘，定义为序列中对应样本与常数相乘

$$ax = \{ax(n)\} \quad (2-28)$$

(3) 序列的时移。若序列 y 是序列 x 的时延序列，时延为 N ，则序列 y 可表达为

$$y(n) = x(n - N) \quad (N \text{ 为整数}) \quad (2-29)$$

二、离散时间系统

一个离散时间系统输入信号是一个离散时间序列，输出信号是另外一个离散时间序列。因此，它的本质是将输入离散时间序列 $x(n)$ 转换为输出离散时间序列 $y(n)$ 的一种运算。用算子符号 $T[\]$ 来表示系统的运算关系，则离散时间系统可用运算关系 $T[x(n)] = y(n)$ 表示。离散系统中基本的运算关系是序列相加，序列与常数相乘，序列时延。与连续时间系统相似，最重要、最常用的离散时间系统，是线性、时不变系统。而稳定的因果系统，则是一切数字系统、包括计算机保护数字系统（数字滤波器与保护算法）设计的目标。

1. 线性系统

线性系统指满足叠加性与均匀性的系统。条件为

$$T[ax_1(n) + bx_2(n)] = aT[x_1(n)] + bT[x_2(n)] \quad (2-30)$$

2. 时不变系统

时不变系统指运算关系在整个运算过程中不随时间而变化的系统。条件为

$$T[x(n - n_0)] = y(n - n_0) \quad (2-31)$$

3. 单位冲激响应

单位冲激响应指当输入端加入单位冲激时间序列时的系统输出序列，可以用来表示线性系统，定义为

$$h(n) = T[\delta(n)] \quad (2-32)$$

在已知系统的单位冲激响应后，可以求出在任意输入信号时的系统输出。若系统输入为

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k) \quad (2-33)$$

则系统输出为

$$y(n) = T\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k)\right] \quad (2-34)$$

由于系统是线性的，可以利用系统的叠加性，得

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)T[\delta(n-k)] \quad (2-35)$$

而系统是时不变的，满足 $T[\delta(n-k)] = h(n-k)$ ，因此

$$\begin{aligned}
 y(n) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k) = x(n) * h(n) \\
 &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k-n)h(n) = h(n) * x(n)
 \end{aligned}
 \quad (2-36)$$

它与连续系统的卷积类似，称为离散卷积。

4. 因果系统

因果系统当前的输出值取决于系统当前的输入以及系统以前的输入值。如果系统当前的输出值还与未来的输入值相关，就在时间上违背了因果关系，因而是非因果系统，也就是不可实现的系统。因果系统的重要条件是

$$h(n) = 0 \quad (n < 0) \quad (2-37)$$

5. 稳定系统

只要输入信号是有界的，那么系统的输出必定也是有界的。稳定系统的重要条件是单位冲激响应绝对可积，即

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |h(n)| < \infty \quad (2-38)$$

6. 差分方程

差分方程是表示离散系统的一种基本的数学模型。常系数线性差分方程的一般形式为

$$y(n) = \sum_{k=0}^M a_k x(n-k) - \sum_{k=1}^N b_k y(n-k) \quad (2-39)$$

式中，系数 a_k, b_k 为常数， $x(n), y(n)$ 分别为系统的输入、输出序列。

由于是因果系统，因此有 $M \geq N$ 。

常系数线性差分方程有很多解法，在微机保护中主要采用以下两种方法：

(1) 在给定输入和给定的初始条件下，用递推方法求解线性差分方程。保护中的实时故障处理程序中的数字信号滤波与保护算法，基本上采用这种方法。

(2) 变换域方法，即利用 Z 变换的方法。在实际应用中，这种方法简便有效，在计算机继电保护中，是用来分析数字滤波器及保护算法的基本方法。

三、 Z 变换

1. Z 变换定义

一个离散序列的 Z 变换定义为

$$x(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n} \quad (2-40)$$

这是以 Z 为复变量的函数。以它的虚实部分别为纵坐标和横坐标的平面称为 Z 平面。实际使用的离散序列大多为因果关系的序列，它的 Z 变换为

$$x(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)z^{-n} \quad (2-41)$$

即单边 Z 变换，它是双边 Z 变换的特例。

当然，只有当前面定义的级数收敛时， Z 变换才有意义。有关 Z 变换的收敛域以及 Z 变换的相关性质和计算方法，参阅相关资料。

2. Z 变换的应用

Z 变换对于离散系统，比拉氏变换对于连续系统的意义更为重要。在微机保护中，主要

应用 Z 变换来求解线性差分方程以及离散数字系统的传递函数。

(1) Z 变换求解差分方程。

解线性时不变系统的差分方程一般形式为

$$y(n) = \sum_{k=0}^M a_k x(n-k) - \sum_{k=1}^N b_k y(n-k) \quad (2-42)$$

假定系统初始条件为零, 对上式求 Z 变换, 有

$$Y(z) = \sum_{k=0}^M a_k X(z) z^{-k} - \sum_{k=1}^N b_k Y(z) z^{-k} \quad (2-43)$$

求得

$$Y(z) = \frac{\sum_{k=0}^M a_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N b_k z^{-k}} X(z) \quad (2-44)$$

两边同时取反变换, 就能够解得输出序列 $y(n)$ 。

(2) 系统函数 (传递函数)。

对于线性时不变系统, 可利用其单位冲激响应来表示其输入和输出间的关系, 即

$$y(n) = x(n) * h(n) \quad (2-45)$$

两边同时取 Z 变换, 并根据离散卷积定理, 有

$$Y(z) = X(z)H(z) \quad (2-46)$$

则有

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (2-47)$$

定义为系统函数 (传递函数), 它就是单位冲激响应的 Z 变换。

线性时不变离散系统的系统函数一般形式为

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M a_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N b_k z^{-k}} \quad (2-48)$$

用零、极点表示传递函数为

$$H(z) = A \frac{\prod_{k=0}^M (1 - c_k z^{-1})}{\prod_{k=0}^N (1 - d_k z^{-1})} = A \frac{\prod_{k=0}^M (z - c_k)}{\prod_{k=0}^N (z - d_k)} \quad (2-49)$$

式中, c_k, d_k 分别是 Z 平面上的零点和极点。

因果稳定系统的系统函数全部极点必须在 Z 平面上的单位圆内。

第三节 采样过程与离散信号的频谱

在计算机保护中, 首先需要利用采样保持环节将连续信号离散化。所谓采样, 就是用采样脉冲信号从连续信号中采取一系列的离散样值, 即采样信号。