



中国汽车工程学会汽车工程图书出版专家委员会 特别推荐

汽车车身 结构分析

高云凯 编著

 北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

本书出版由上海汽车工业教育基金会资助

汽车车身结构分析

高云凯 编著

 北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

汽车车身结构分析/高云凯编著. —北京:北京理工大学出版社, 2006.1
ISBN 7-5640-0631-5

I. 汽… II. 高… III. 汽车-车体-结构设计 IV. U463.820.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 124895 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

电子邮箱 / chiefeditor@bitpress.com.cn

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京圣瑞伦印刷厂

开 本 / 787 毫米 × 1092 毫米 1/16

印 张 / 14.75

字 数 / 340 千字

版 次 / 2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 1 次印刷

印 数 / 1 ~ 3000 册

定 价 / 27.00 元

责任校对 / 陈玉梅

责任印制 / 吴皓云

图书出现印装质量问题,本社负责调换

出版说明

为贯彻汽车工业产业政策,推动和加强汽车工程图书的出版工作,中国汽车工程学会成立了“汽车工程图书出版专家委员会”。委员会由有关领导机关、企事业单位、大中专院校的专家和学者组成,其中心任务是策划、推荐、评审各类汽车图书选题。图书选题的范围包括:学术水平高、内容有创见、在工程技术理论方面有突破的应用科学专著和教材;学术思想新颖、内容具体、实用,对汽车工程技术有较大推动作用,密切结合汽车工业技术现代化,有高新技术内容的工程技术类图书;有重要发展前景,有重大使用价值,密切结合汽车工程技术现代化需要的新工艺、新材料图书;反映国外汽车工程先进技术的译著;使用维修、普及类汽车图书。

出版专家委员会是在深化改革中,实行专业学会、企业、学校、研究所等相结合,专家学者直接参与并推动专业图书向高水平、高质量、有序发展的新尝试。它必将对活跃、繁荣专业著作的出版事业起到很好的推动作用。希望各位同仁、专家积极参与、关心、监督我们的工作。限于水平和经验,委员会推荐出版的图书难免存在不足之处,敬请广大同行和读者批评指正。

本书由高云凯编著,经专家委员会评审通过,并推荐出版。

汽车工程图书出版专家委员会

前 言

汽车发展的历史已经超过了 100 年,人类在汽车的发展过程中不断改善其性能、结构、造型,以满足使用的需要。相对发动机和底盘总成而言,车身总成发展较晚,但车身工程在现代汽车工业中已越来越占据主要地位。车身工程是汽车换型的关键,车身的生产能力决定着整车的生产能力,车身的质量占整车质量的 20% ~ 50%,车身的成本占整车成本的 30% ~ 60%。

近年来,由于汽车节能和环保主题的研究深入以及汽车车身新材料和工艺的应用,汽车车身轻量化发展的趋势越来越突出,相关研究得到了各汽车厂商和学者的重视。整车质量减小,可以提高汽车的经济性,降低传统汽车的排放。根据试验测定,轿车质量减少 100 kg,其百公里油耗随之降低 0.6 L 左右。同时汽车轻量化直接提高汽车的比功率,使汽车的动力性提高。欧美汽车工业近期的汽车轻量化目标是开发可降低总质量约 30% 的汽车。除材料选择以外,车身轻量化的主要途径是结构优化设计。而车身轻量化的主要限制条件是:

- (1) 要保证车体结构的必要强度指标,以保证汽车可靠性;
- (2) 要保证车体结构有充分的刚度,以保证其上安装的各总成工作正常及车身密封等;
- (3) 要保证车体结构有合理的振动特性参数,以控制振动和噪声。

此外,汽车新材料、新结构的应用和研究,以及任何一个汽车新产品的开发,都需要对汽车车身结构进行分析,如概念设计中的预测分析、产品详细设计工作中的结构分析,以及产品质量攻关中的结构分析等(包括试验分析和模拟分析方法)。汽车车身结构和载荷复杂,不同的分析目的选择的分析方法和模型也不一样。就汽车车身模拟分析方法而言,概念设计中的预测分析多使用梁单元模型,而产品详细设计工作中的结构分析使用板单元或板梁组合单元模型。

本书系统地论述了汽车车身结构分析概念、理论、方法和技术(包括试验方法和技术)。在汽车车身模拟分析内容中,介绍了车身结构分析中常用的梁和板单元模拟分析的理论以及有限元方法的直接法和能量法,补充了车身结构优化分析方面的理论进展,安排了典型分析实例。在汽车车身试验分析内容中,总结了常用的汽车车身结构分析内容,包括实验方法和技术,以及典型的分析实例。本书按大学教科书题材编写,注重基本概念、基本理论、实用方法和工程技术的介绍,并配有思考题。本书以轿车车身结构分析为主编写,不含汽车车身碰撞分析和汽车噪声分析方面的深入内容。

本书为同济大学“十五”规划教材。本书的出版同时得到同济大学教材、学术著作出版基金委员会的资助,在此表示感谢。

作者水平有限,书中的缺点和错误在所难免,不当之处敬请读者指正。

高云凯

目 录

第一章 绪论	(1)
第一节 概述	(1)
第二节 有限元方法基本概念	(2)
第三节 汽车车身结构试验分析总论	(3)
思考题	(4)
第二章 汽车车身梁结构模拟计算	(5)
第一节 梁结构有限元方法基本原理	(5)
第二节 客车车身结构强度与刚度综合分析	(30)
第三节 微型电动车车架结构优化分析	(35)
思考题	(39)
第三章 汽车车身板结构模拟计算	(40)
第一节 平面应力问题及其有限元方法	(40)
第二节 等参元基本概念	(94)
第三节 薄板弯曲问题及其有限元方法	(96)
第四节 电动轿车车身结构静态特性综合评价及其优化	(107)
思考题	(115)
第四章 汽车车身结构动力分析	(116)
第一节 结构动力分析的有限元法基础	(116)
第二节 汽车车身结构模态分析	(130)
第三节 车身结构低阶模态修改灵敏度分析	(134)
第四节 SRV 行李架结构动力响应仿真分析	(141)
思考题	(148)
第五章 汽车车身结构强度和刚度试验	(149)
第一节 汽车车身结构试验技术	(149)
第二节 汽车车身结构强度与刚度试验方法	(172)
第三节 轿车车身结构静态刚度台架试验	(185)
思考题	(194)
第六章 汽车车身结构模态试验	(195)
第一节 概述	(195)
第二节 汽车车身结构模态试验技术	(195)
第三节 汽车车身结构模态试验方法	(203)
第四节 数据处理	(207)
第五节 微型电动轿车车身结构试验模态分析	(218)
思考题	(224)
参考文献	(225)

第一章 绪 论

第一节 概 述

从 20 世纪 50 年代开始,我国汽车工业从无到有。汽车工业发展至今,不论是品种还是规模,都极大满足了国内外市场的需要,也已成为我国国民经济的支柱产业。车身是汽车的重要组成部分,称为车身总成,它是指各种汽车底盘上构成的乘坐空间及有关的技术装备。汽车车身属于大型薄壁结构。

在现代轿车的设计开发过程中,轿车车身大多数采用全承载式结构,这样的结构可以很大程度上满足结构设计轻量化的要求。因为承载式车身几乎承载了轿车使用过程中的所有载荷,主要包括扭转和弯曲载荷。因此,轿车车身的刚度特性具有举足轻重的作用。车身刚度不合理,将直接影响轿车车身的结构可靠性、安全性、NVH(噪声、振动和运转不平顺)性能等关键性指标。上个世纪,我国汽车车身结构分析偏重强度指标,主要以结构强度试验结果作为关键指标进行产品定型;而国外汽车企业则将汽车车身刚度、低阶模态参数也作为产品定型的关键指标。按刚度准则确定的结构一般可充分满足强度准则,但反之则不一定。车身结构低阶弹性模态不仅是控制汽车常规振动的关键指标,而且反映了汽车车身的整体刚度性能。轻质轿车车身是轿车提高动力性、降低油耗、节约材耗、降低成本的关键,所以车身轻量化也是汽车工程的重要目标之一。

汽车车身不仅组成零件繁多,而且结构复杂。以普通轿车白车身为例,它是钢板冲压件焊接成的空间板梁组合壳体,由 400 ~ 500 多个冲压件组成;汽车车身工作载荷复杂,包括驱动、制动、转弯等惯性力,还包括各种路面反力和作用于不同位置的发动机等总成载荷;汽车车身边界复杂,不同的悬架种类在不同的工况下对车身产生不同的约束和支承。因此,一般无法获得汽车车身结构的强度、刚度和模态的解析解。

现代汽车车身结构分析方法包括数值模拟与实验分析方法。现代数值模拟分析方法主要是有限元分析方法。这种方法是依据实物等技术资料建立车身结构有限元分析模型,应用通用有限元软件计算和分析车身结构的静态、动态等特性指标,甚至进行优化设计分析和试验仿真研究。现代数值模拟分析方法可以在车身结构开发初期就预测和优化车身结构的静态和动态特性指标,从而在产品生产或试制之前就尽可能避免相关设计缺陷,提高产品成功率,缩短产品开发周期。有限元分析方法的精度取决于模型、工况和分析方法,取决于对有限元基本知识的理解、软件应用和工程经验。现代实验分析方法主要是电测法,应用传感器、测量和分析仪器,对车身实物零部件或小比例模型进行支承、加载和测试。实验分析方法虽然信息没有数值模拟分析方法充分,但它更直观可信,是数值分析模型验证的主要手段。汽车车身试验分析的成功与否,取决于对车身结构试验技术、试验理论的掌握。

第二节 有限元方法基本概念

有限元方法是随着计算机技术发展而发展起来的用于各种结构分析的数值计算方法。它运用离散概念,把连续体划分为有限个单元的集合,通过单元分析和组合,考虑边界条件和载荷,得到一组方程组,求解此方程组获得相应指标。

有限元方法的基本思想早在 20 世纪 40 年代就提出来了。由于当时计算机的速度和存储量都不够使有限元方法实用化,这一离散化的概念没有引起重视。10 年之后,美国的 R·W·Clough 教授运用三角形单元对飞机结构进行了计算,并在 1960 年首次提出了“有限元”这个概念。随后,有限元方法就经历了力法和位移法的争论,从直接法到虚位移法的完善,从静力分析到动力分析、从固体到场、从弹性体到塑性体的发展,有限元方法越来越成熟,应用领域越来越宽。现在,有限元方法从飞机、汽车、轮船、建筑等固体力学工程领域,到流体和电磁场,几乎在所有工程上得到发展和应用。从独立的求解器,到专门的前后处理软件,在有限元法的基础上发展了许多被广泛应用的工程分析工具。下面以弹性连续体线性静力分析为例介绍有限元方法的基本概念。

首先,把连续体划分成有限个单元的组合,即连续体的离散化。如货车车架,以每根横梁端部为界限,可将包括纵梁在内的车架划分为有限的几段梁。每段梁称为一个单元,赋给一个确定的单元号码,则每段梁的端点称为结点,一般也称为节点,也赋给一个确定的节点号码;在分开点,不同段梁的端点采用一致的节点号码;单元之间以节点相连,单元之间的载荷传递等联系也只通过节点实现。为描述车架所划分的有限的几段梁的集合体就称为网格,故连续体的离散化也称为网格化。在网格基础上,考虑单元几何和材料特征、边界约束和载荷条件,从而获得替代连续体的分析模型。模型的规模可以用单元数目、节点数目和所有节点的自由度之和描述。有限元模型的自由度是指充分描述实际场运动所需的独立坐标个数,能够在力学和工程上连续和合理地反映场(包括结构)的位移和受力情况,以及主要的固有特性等指标。模型的规模决定着分析精度和效率,对具体问题,分析模型的规模是需经过验证的重要工程参数。模型节点的选择与连续体结构特点、载荷和支承位置等有关。

其次,进行单元分析,即应用固体力学的方法对该单元进行力学分析。主要有两种方法:位移法和力法。位移法是现有商业软件中使用最多的方法,它是指在整个力学分析过程中以节点位移为基本未知参数而其他参数如单元应力、应变和应变能等均表达为其广义位移的函数的一种方法。为获得单元应力、应变和应变能等参数,需要假设单元内任意一点的位移与节点位移的关系,这一关系就称为形函数或位移函数,它是单元内任意一点坐标的函数,它决定了单元的阶次和分析误差。汽车车身等工程分析中,不论梁单元模型,还是板单元模型,一般都选择简单的线性形函数,即采用低阶单元。然后在材料力学和弹性力学的基础上,考虑单元位移与应变、应变与应力、应力与外力的关系,分别得到单元几何方程、物理方程和平衡方程。对单元应用虚位移原理,就可获得单元位移与单元外力的关系,即单元刚度矩阵。当然,单元刚度矩阵的维数与单元节点自由度数相等。

最后,进行模型总体分析,即单元组装成集合体。单元分析后,根据节点位移的一致性和协调性以及节点力与外载的平衡关系,可获得整个模型位移向量与模型外力向量的关系函数,即模型刚度矩阵和刚度方程。模型刚度方程的个数与模型节点自由度数相等。考虑连续体的

载荷和支承约束,消去小部分方程,并完善模型外力向量,用此时的模型刚度方程就可以求解模型位移向量了,进而可求解单元应力等指标。

另外,值得一提的是:现在,以有限元方法为主的计算机辅助工程(CAE)与计算机辅助设计(CAD)的融合越来越密切,软件相互渗透和联系。而且,为提高计算速度,超级计算机、并行计算方式被越来越普遍采用。

第三节 汽车车身结构试验分析总论

一、车身结构试验内容

汽车车身研究和工程中包含大量的试验工作,通过试验来检验设计思想是否正确,如对新设计结构和新材料的检验等。由于汽车车身结构复杂,涉及的技术领域广泛,许多问题的理论研究的可靠性还不高,需要通过试验来检验分析模型是否合理。车身结构试验分析是开发一流车身产品的重要基石,车身工程师需要掌握车身试验技术方面的理论和方法。汽车产品使用条件复杂,对汽车车身的性能、寿命、重量等方面的要求很高。本书主要介绍车身结构基本试验内容,不包括车身空气动力学试验、车身快速疲劳试验和碰撞试验方面的内容。

汽车车身结构试验可以从不同角度予以分类,按试验对象分为实物试验和模型试验,按试验目的分为研究性试验、试制检验性试验和抽样试验,按试验方式分为整车试验和零部件试验,按结构失效类型和理论分为静态强度和刚度试验、动态强度试验和模态试验。汽车车身工程上,主要按结构失效类型和理论划分汽车车身结构试验。

汽车车身结构静态强度和刚度试验研究车身结构在静载荷作用下的强度和刚度特性,包括应力分布和主要刚度参数。汽车车身结构静态强度和刚度试验规范比较成熟,其试验工况主要模拟汽车实际使用中车身承受的弯曲和扭转情况。汽车车身结构静态强度和刚度试验是汽车车身结构动态强度试验和疲劳试验的基础。

汽车车身结构动态强度试验的目的在于测定车身结构在实际行驶过程中所承受的最大动应力或应变。汽车车身结构动态强度试验一般由道路试验来完成,包括鹅卵石路面、山区路面等典型路面。汽车工程中也常常采用路障试验方法代替汽车车身结构动态强度试验,路障试验方法也称典型凸块试验方法,这种方法可以简单、快速、有效地测定车身结构最大动应力和应变。

汽车车身结构模态试验主要测量车身结构的固有频率、固有振型和阻尼等车身结构固有特性,一般在试验台上进行。在车身工程上,主要测定低阶弹性模态,以避免产品在常规工作范围内产生共振和高噪声可能。其试验方法涉及车身支承方法、激振方法、信号识别方法、信号采集和处理方法。

二、车身结构试验技术

总结试验规律,完善试验方法,是车身试验研究的主要目标之一,也是指导车身试验的重要理论基础。如何合理选择试验仪器和设备,怎样处理试验数据,是车身结构试验的关键技术。具体问题包括:选择什么传感器进行信号变换?使用什么仪器进行信号传输与放大?采用什么仪器和软件进行信号记录 and 数据处理?等等。要想完成车身结构试验工作,必须深入



了解要分析的信号的物理特征和基本变化规律,才能选择测试方法和结果分析方法,也必须了解传感器的变换原理和测试仪器的基本特征,才能正确使用试验仪器。

汽车车身结构静态强度和刚度试验传感器和仪器有:电阻应变片、静态电阻应变仪、预调平衡箱、力传感器、位移传感器、千分表及高度尺等。

汽车车身结构动态强度试验传感器和仪器有:电阻应变片、动态电阻应变仪、示波器、磁带机、实时信号采集和处理仪等。

汽车车身结构模态试验传感器和仪器有:加速度传感器、电荷放大器、信号发生器、功率放大器、激振器、阻抗头、示波器、磁带机、实时信号采集和处理仪等。

值得一提的是,现代开发的计算机软件在电测量信号处理方面发挥了很大的作用,增加了数据处理和分析的参数选择范围,使动应力和加速信号处理质量和效率显著提高。

思考题

1. 为什么要进行汽车车身结构分析? 其主要分析内容有哪些?
2. 什么叫有限元方法? 举例解释单元和节点概念。
3. 如何理解汽车车身结构分析有限元模型规模?
4. 汽车车身结构试验分析主要内容有哪些?

第二章 汽车车身梁结构模拟计算

第一节 梁结构有限元方法基本原理

一、基本概念和规定

1. 单元、节点及编号

一般将组成梁结构的每一根梁作为一个单元,梁与梁相连接的交点称之为节点。此外,梁的自由端、集中载荷作用点、支承点以及沿杆长截面突变处等,均应设置节点。为提高计算精确性,也常常在梁中间增加节点,随之也增加了单元。

经过这样离散后的梁结构,就变成由有限个节点和有限个单元所形成的组合结构。单元和节点数确定以后,必须对其分别编号,既不能遗漏,也不能重复,其相邻节点的号码应尽量接近,以压缩刚度矩阵的带宽,减少在计算机中的总存储量及计算量。图 2-1 表示一个平面梁结构,它由 15 个单元组合而成,共有 12 个节点。单元和节点编号见图示。两个节点之间的单元处理为均质等截面的直杆,因为一般有限元计算公式都是以此为基础来推导的。

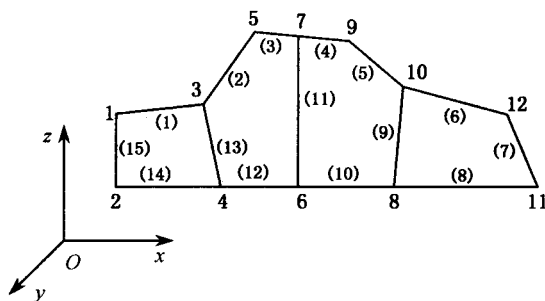


图 2-1 平面刚架结构

2. 坐标系

用有限元法分析结构时,通常要采用两种坐标系,一种是对整体结构而建立的坐标系,称为结构坐标系或总体坐标系,用 $O-xyz$ 表示;另一种是在进行单元分析时,对每个单元建立的坐标系,称为单元坐标系或局部坐标系,用 $O-\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ 表示,见图 2-2。

单元坐标系中 $\bar{x}$ 的轴规定要和杆单元中性层重合,坐标原点取在杆单元的始端。 $\bar{y}$ 、 $\bar{z}$ 轴取杆截面的两个主惯性轴。这两种坐标系一律遵从右手法则。

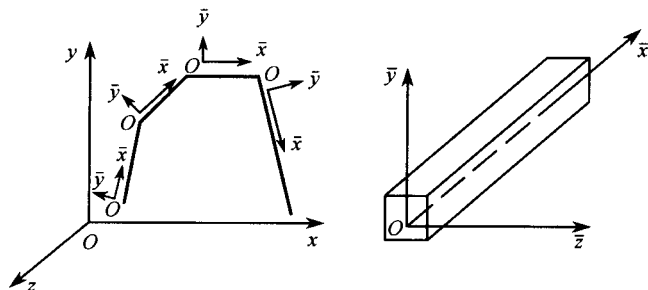


图 2-2 坐标系

3. 符号规则

在有限元分析中,为清晰起见,对所有力学向量(线位移、线力、角位移、力矩等)规定了统一的符号规则。对线位移和线力一律以沿坐标轴的正向为正,反之为负;对角位移和力矩,先按右手法则定出其矢量

方向,矢量方向与坐标轴正向一致为正,反之为负;对于任意方向的力学向量,应先将其分解为坐标轴方向的分量,再根据上述规定判断正负号。

4. 载荷处理

在有限元分析中,认为单元与单元之间仅通过节点相互联系,求解结构变形的基本方程是节点力的平衡方程。因此,在结构离散化的过程中,如果外载荷不是直接作用在节点上,那么就要按静力等效原则将非节点载荷向节点移置。同时要保证由于移置而引起的应力误差是局部的,不影响整体的应力。移置到节点后的载荷称为等效节点载荷。将等效节点载荷与直接作用在节点上的载荷叠加,称为综合节点载荷,用此综合节点载荷进行有限元分析。

对中间载荷的处理有很多方法,对于杆、梁单元来说,可用比较直观易懂的方法。即求等效节点载荷时,可将单元两端固定,先求出固定端反力(弯矩 M 、剪力 Q 、扭矩 M_k 等),然后,改变它们的符号(正变负、负变正),即可作为等效节点载荷,用以代替杆、梁单元中间所承受的载荷。

例如,图 2-3(a)表示一个支承于节点 A 和 B 并承受各种载荷的梁 ABC ,杆长为 $2l$, B 为中点。梁上实际节点载荷为 M_1 、 P_2 (图 2-3(b))。 q 、 P_1 为中间载荷(图 2-3(c)),为了用等效节点载荷代替中间载荷,可将原梁变成两个固端梁(图 2-3(d))。这两个固端梁在中间载荷作用下,将产生一组固端力。这组固端力可利用材料力学公式求出,其值表示在图 2-3(e)中。将两固端梁合并,得到对于结构的约束反力。如将这些约束反力的方向反转,它们就构成一组同中间载荷成等效的力和力偶。这组等效节点载荷再与实际节点载荷(图 2-3(b))相加,就产生图 2-3(f)所示综合节点载荷。

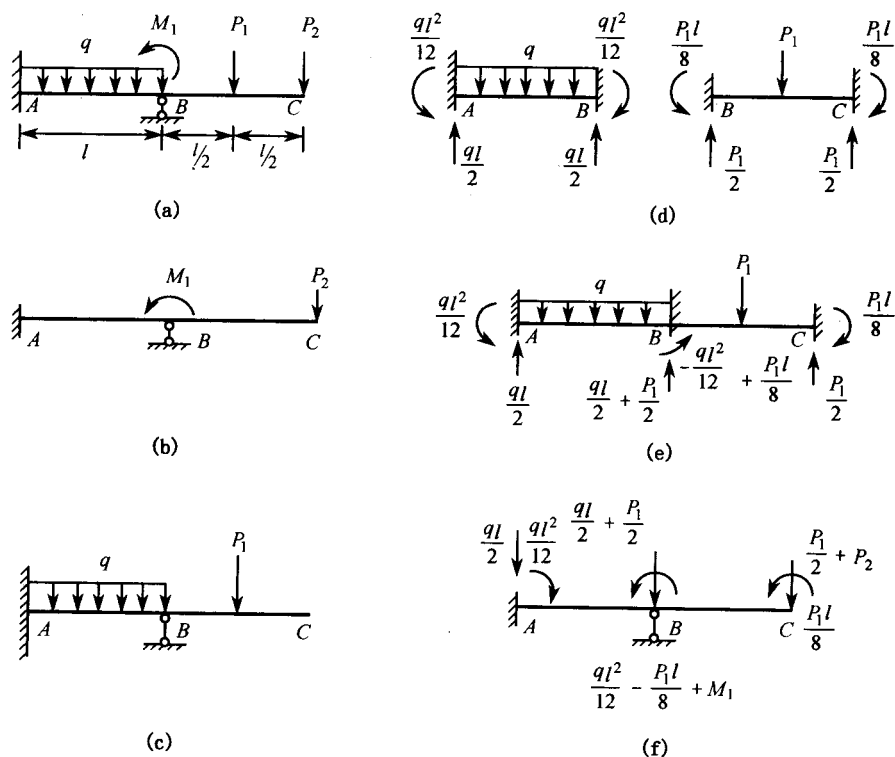


图 2-3 综合节点载荷

综合载荷作用下的结构的位移与实际载荷所产生的位移是否相同?从图中明显可见:综合载荷(图 2-3(f))与结构约束反力(图 2-3(e))叠加,便是梁上的实际载荷(图 2-3(a))。所以可以断定,图 2-3(e)与图 2-3(f)的两个梁的节点位移叠加,必然产生实际梁的节点位移。但因为约束梁的全部节点位移均为零,故可得到梁在实际载荷作用下的节点位移与在综合载荷作用下的节点位移是相同的这一结论。

综合载荷作用下的支座反力与实际载荷产生的反力是相同的。这个结论也可用图 2-3(e)与 2-3(f)梁的各力叠加来证实。图 2-3 梁的全部约束反力是作用于该梁上的等效节点载荷的等值反向的力。因而,综合载荷梁的反力与实际载荷梁的反力是相同的。这个结论以及上述结论对各类梁结构都是适用的。

适用于各种类型单元及各种载荷(包括初始应力、体积力等)的更为一般的等效节点力计算公式,可用虚功原理导出,见第三章。

5. 等截面梁刚度系数

用有限元位移法分析梁结构时,需要建立由刚度系数组成的刚度矩阵。为使后面论述方便起见,这一节先来讨论刚度系数问题。由力学知识可知,当杆端产生位移(变形)时,在梁的约束端将会有约束力产生,变形和约束力之间存在着确定的关系。杆端某一方向产生单位位移时,在梁两端各坐标方向所产生的约束力称为相应方向的刚度系数,用 $\bar{k}_{pi,mj}$ 表示,下标 p, m 代表单元坐标系的某一坐标轴方向(即代表 $\bar{x}, \bar{y}$ 或 $\bar{z}$ 方向), i, j 代表单元两端节点号。 $\bar{k}_{pi,mj}$ 表示在 j 节点 m 方向产生单位位移时,在单元的 i 节点 p 方向产生的约束力。例如: $\bar{k}_{x1,y2}$ 就表示在 2 节点 $\bar{y}$ 方向产生单位位移时,在 1 节点 $\bar{x}$ 方向产生的约束力。

在图 2-4 中,用图解方式给出了等截面直杆两端可能发生的 12 种单位位移以及在各单位位移下杆端所产生的各约束力(即刚度系数)。各约束力都是以向量表示,一个单箭头代表力向量,一个双箭头代表一个力矩向量,所有向量都以正方向画出,如果是负值,则就在约束力表达式前加一个负号。图中各约束力表达式的推导见材料力学,此处从略。

下面举例说明如何利用图 2-4 确定各种情况下的刚度系数。

① 当梁 i 端发生沿 $\bar{x}$ 方向的单位位移时,梁两端将产生沿 $\bar{x}$ 方向的约束力(见分图(a))。此约束力即为在此情况下相应方向的刚度系数,即

$$i \text{ 端沿 } \bar{x} \text{ 方向的刚度系数: } \bar{k}_{xi,xi} = EA/l$$

$$j \text{ 端沿 } \bar{x} \text{ 方向的刚度系数: } \bar{k}_{xj,xi} = -EA/l$$

② 当梁 j 端发生沿 $\bar{z}$ 轴单位角位移时,梁两端将产生沿 $\bar{y}$ 方向的约束力以及绕 $\bar{z}$ 轴的约束力矩(见分图(1))。此约束力和约束力矩亦即在此情况下相应的刚度系数为:

$$i \text{ 端沿 } \bar{y} \text{ 方向的刚度系数: } \bar{k}_{yi,yj} = 6EJ_z/l^2$$

$$i \text{ 端沿 } \bar{z} \text{ 轴的刚度系数: } \bar{k}_{zi,zj} = 2EJ_z/l$$

$$j \text{ 端沿 } \bar{y} \text{ 方向的刚度系数: } \bar{k}_{yj,yj} = -6EJ_z/l^2$$

$$j \text{ 端沿 } \bar{z} \text{ 轴的刚度系数: } \bar{k}_{zj,zj} = 4EJ_z/l$$

其他各刚度系数依次类推。

根据图 2-4 中的关系式,即可方便地写出各类梁结构的单元刚度矩阵。

6. 节点自由度、梁结构的分类

由图 2-4 可知,梁一端在直角坐标系中可能产生六个位移,即通常所谓的具有六个运动

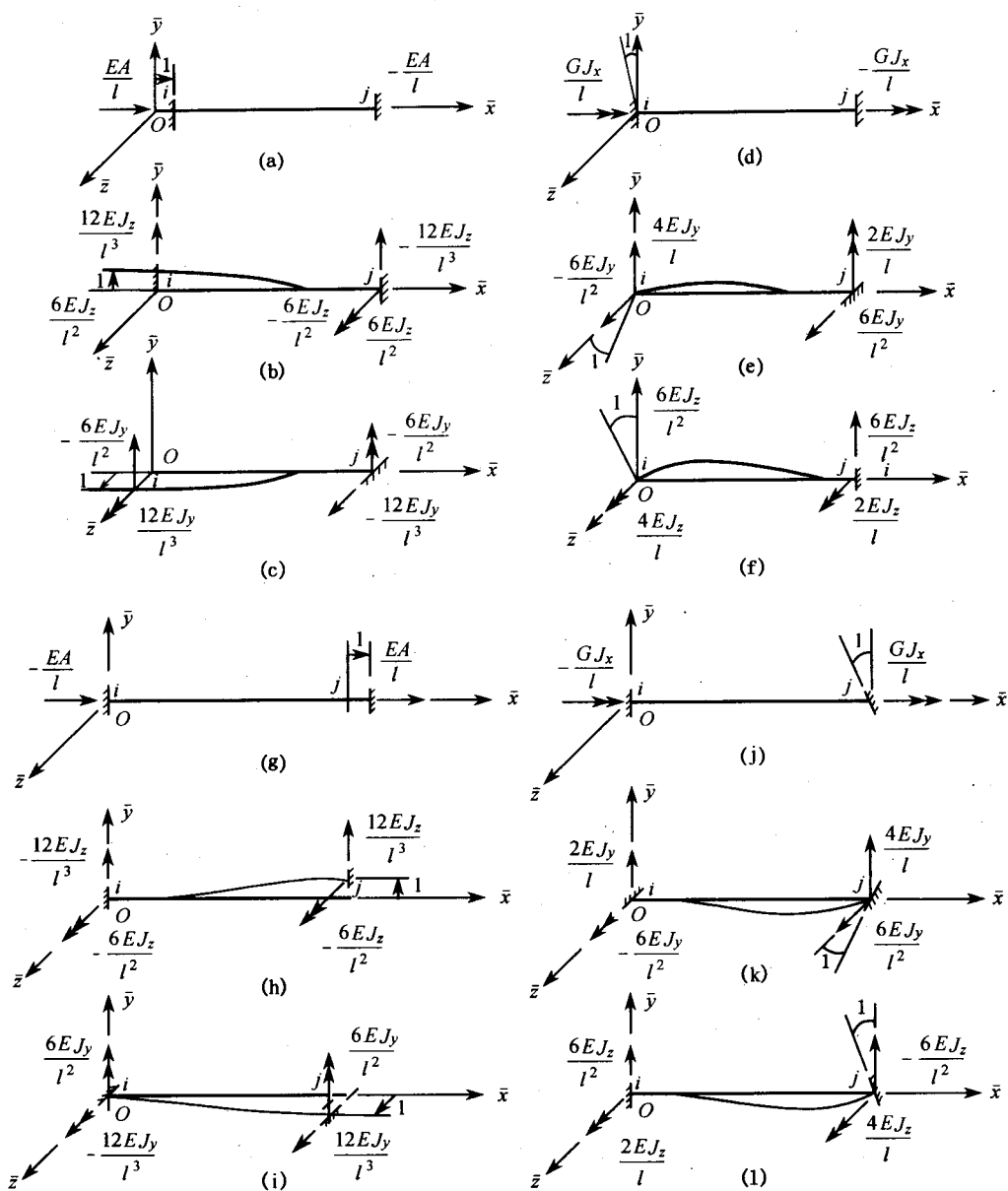


图 2-4 梁刚度示图

- (a), (b), (c)— i 端分别沿 $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ 轴方向发生单位线位移;
 (d), (e), (f)— i 端分别沿 $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ 轴方向发生单位角位移;
 (g), (h), (i)— j 端分别沿 $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ 轴方向发生单位线位移;
 (j), (k), (l)— j 端分别沿 $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ 轴方向发生单位角位移

自由度,我们用记号 u, v, w 分别表示沿 x, y, z 三轴的线位移,用 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 分别表示绕 x, y, z 三轴的转角。与这六个位移相对应的可出现六个广义力,即三个力 U, V, W 和三个力矩 M_x, M_y, M_z 。

在一个具体结构中,由于结构特点和受力情况,有些位移不会发生,则在计算时就不必去考虑。根据在变形时(因受外载、温度变化、支座沉陷或其他原因)结构中出现的节点位移的种类(也是广义力的种类),可以将梁结构区分为几种主要类型。

(1) 空间刚架结构

这种结构的特点是梁布置于空间而不在同一个平面内,并承受任意方向的外载荷(如客车车身骨架结构),且梁连接处是刚性联结,即要保持转角连续和线位移连续。因此,在计算中需考虑梁抵抗弯曲、剪切、扭转、拉压等多种变形以及相应的广义力。对梁的节点来说要计及如下的广义位移 $\{\delta_i\}$ 和广义力 $\{f_i\}$ 。

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \end{Bmatrix} \quad \{f_i\} = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ W_i \\ M_{xi} \\ M_{yi} \\ M_{zi} \end{Bmatrix}$$

即空间刚架结构的节点自由度数目为 6。

(2) 平面刚架结构

这种结构的特点是梁、外力及由此产生的变形和约束力均都在同一平面内(图 2-1)。梁连接处(节点处)是刚性联结,即要保持转角连续和位移连续。在这类结构中应考虑梁承受平面内的轴向力、剪力和弯矩。因此,计算中要计及如下三种位移和力:

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_{zi} \end{Bmatrix} \quad \{f_i\} = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ M_{zi} \end{Bmatrix}$$

即平面刚架结构的节点自由度数目为 3。

(3) 平面板架结构

这类结构的特点是所有梁位于同一平面内,且受到垂直于梁结构平面的外力(见图 2-5)。在这种外力的作用下,结构变形后离开原来的结构平面,这种结构称做平面板架结构。汽车车架结构就具有这种特点。在这种结构中,梁间的连接是刚性的,即要保持位移(沿 z 轴的挠度)和转角(绕 x 和绕 y 轴的转角)的连续。结构在变形时,梁发生弯曲、剪切和扭转

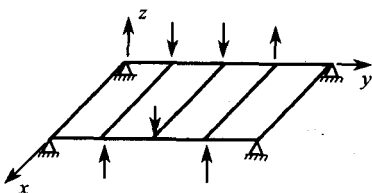


图 2-5 平面板架结构受力图

变形,所以要考虑梁承受弯曲、剪切和扭转的能力。在计算中要计及这三种位移和对应的力:

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} \quad \{f_i\} = \begin{Bmatrix} W_i \\ M_{xi} \\ M_{yi} \end{Bmatrix}$$

(4) 桁架结构

在工程结构中,常会遇到一些比较细长的梁按三角形互相连接所组成的结构,如由细长梁焊接而成的桥梁、起重机像鼻梁架、输电塔等,这类结构可看成桁架结构。

一般说来,在外力作用下,结构内部将产生弯矩、剪力、轴向力等多种广义力,但实验观察

和计算分析发现轴向力是对这类结构强度起决定作用的主要内力。为了简化计算可以不考虑剪力和弯矩,于是考虑节点的转角也就没有意义。因此,计算时可把梁的节点处当作铰链连接,可以自由转动,节点处仅保持线位移连续。实际上有些结构的连接处确实是用铰链或销子的(如四连杆机构、曲柄连杆机构等),这种只考虑梁承受轴向变形的结构称为桁架结构。

当梁布置于空间时,称为空间桁架结构,需计及三个线位移,节点自由度为3。

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} \quad \{f_i\} = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ W_i \end{Bmatrix}$$

当梁都布置在同一平面内时,称为平面桁架结构,需计及两个线位移,节点自由度为2。

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad \{f_i\} = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \end{Bmatrix}$$

二、刚度方程的建立方法

用位移法对梁结构进行分析时,应先建立各单元节点位移与各单元节点内力(即图2-4中所示约束力)之间的关系,得到单元刚度方程。然后,考虑节点外力(由外载荷引起的综合节点载荷)与节点内力的平衡条件以及各节点位移协调条件,建立起各节点位移与各节点外力之间的关系,得到结构刚度方程(也称原始基本方程)。再考虑结构边界的约束条件,对结构刚度方程进行必要的约束处理。最后,得到结构各节点的未知位移与已知外力之间的关系式,称此式为基本方程。解此方程即可求出各节点的位移,进而求出各单元的变形、内力和应力。

下面以一简单的平面桁架结构为例来说明刚度方程的建立。

图2-6(a)为由两根梁组合而成的平面桁架结构。今若以一根梁作为一个单元,则此结构被离散为2个单元,有3个节点。对单元和节点分别编号,设O-xy为结构坐标系。在节点2作用有x,y方向的外力 P_{x2}, P_{y2} (第一个下标表示坐标方向,第二个下标表示节点号,以下同),在节点1和节点3的x,y方向的位移被约束着,因此,在外力作用下,整个结构不会发生刚体位移。在各约束点将有反力 $P_{x1}, P_{y1}, P_{x3}, P_{y3}$ 产生。节点2不受约束,在外力作用下将产生位移 u_2 和 v_2 (见图2-6(b)),导致各梁发生变形,从而有轴向力产生。节点2所产生的位移 u_2 和 v_2 就是位移法所要求解的基本未知量。

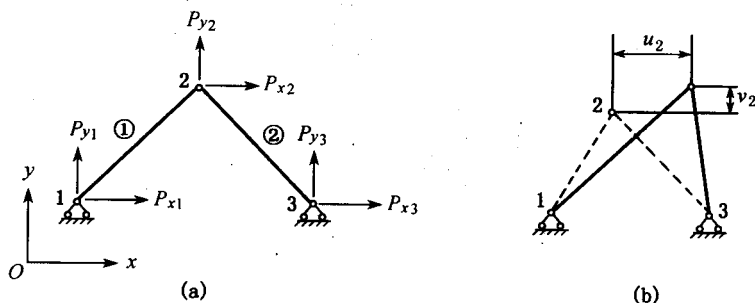


图2-6 平面桁架结构

(a) 由两根梁组合而成的平面桁架结构;(b) 梁在外力作用下产生变形

1. 建立相对于单元坐标系的单元刚度方程

当结构受外力变形时,各单元两端均有位移和约束力(以后称为内力)产生,今以图 2-6 所示结构的单元①为例来建立其单元刚度方程。对单元

①按规则画出单元坐标系 $O-\bar{x}\bar{y}$,以及由于结构受外力作用,使梁两端产生的线位移和线力(图 2-7)。

将梁两端的线位移和线力写成矩阵形式如下:

$$\text{位移} \quad \{\delta\}^e = [\delta_1 \quad \delta_2]^T = [\bar{u}_1 \quad \bar{v}_1 \quad \bar{u}_2 \quad \bar{v}_2]^T$$

$$\text{内力} \quad \{f\}^e = [f_1 \quad f_2]^T = [\bar{U}_1 \quad \bar{V}_1 \quad \bar{U}_2 \quad \bar{V}_2]^T$$

各量的上标表示单元号,上面一杠表示用单元坐标系 $O-\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ 度量的量。

前面提到过,单元任一端任一方向的单位位移都能使单元两端产生相应的约束力(内力),如图 2-4 所示。对于平面桁架单元来说,当单元两端产生位移 $\{\delta\}^e$ 时,位移和内力之间的关系可综合写成如下的形式:

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_1 &= \bar{k}_{x1,x1}^1 \bar{u}_1 + \bar{k}_{x1,y1}^1 \bar{v}_1 + \bar{k}_{x1,x2}^1 \bar{u}_2 + \bar{k}_{x1,y2}^1 \bar{v}_2 \\ \bar{V}_1 &= \bar{k}_{y1,x1}^1 \bar{u}_1 + \bar{k}_{y1,y1}^1 \bar{v}_1 + \bar{k}_{y1,x2}^1 \bar{u}_2 + \bar{k}_{y1,y2}^1 \bar{v}_2 \\ \bar{U}_2 &= \bar{k}_{x2,x1}^1 \bar{u}_1 + \bar{k}_{x2,y1}^1 \bar{v}_1 + \bar{k}_{x2,x2}^1 \bar{u}_2 + \bar{k}_{x2,y2}^1 \bar{v}_2 \\ \bar{V}_2 &= \bar{k}_{y2,x1}^1 \bar{u}_1 + \bar{k}_{y2,y1}^1 \bar{v}_1 + \bar{k}_{y2,x2}^1 \bar{u}_2 + \bar{k}_{y2,y2}^1 \bar{v}_2 \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

式(2-1)中等号右边各刚度系数 $\bar{k}_{pi,mj}^1$ 的具体意义为: $\bar{k}_{x1,x1}^1$ 表示单元①在节点 1 $\bar{x}$ 方向产生单位位移时,在节点 1 的 $\bar{x}$ 方向产生的力; $\bar{k}_{y2,y1}^1$ 表示单元①在节点 1 $\bar{y}$ 方向产生单位位移时,在节点 2 $\bar{y}$ 方向产生的力。其余刚度系数的意义依次类推。式中各刚度系数与杆端位移的乘积,即表示在此位移值下的总力。例如: $\bar{k}_{pi,mj}^1 \bar{u}_1$ 表示在 j 节点 m 方向产生 $\bar{u}_1$ 位移时, i 节点的 P 方向产生的总力,如 $\bar{k}_{y2,y1}^1 \bar{v}_1$ 表示在节点 1 $\bar{y}$ 方向产生 $\bar{v}_1$ 位移时节点 2 $\bar{y}$ 方向产生的总力。其余类推。

由此,公式(2-1)的第 1 行,表示节点 1 在 $\bar{x}$ 和 $\bar{y}$ 方向产生位移 $\bar{u}_1$ 和 $\bar{v}_1$ 以及节点 2 在 $\bar{x}$ 和 $\bar{y}$ 方向产生位移 $\bar{u}_2$ 和 $\bar{v}_2$ 时,在单元①节点 1 的 $\bar{x}$ 方向所产生的力的总和。第 2 行表示单元两端发出上述四个位移时,在节点 1 $\bar{y}$ 方向所产生的力之总和。同理,第 3、第 4 行分别表示由于上述位移时,在节点 2 的 $\bar{x}$ 方向和 $\bar{y}$ 方向的产生的力之总和。将式(2-1)写成矩阵形式如下:

$$\begin{Bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{U}_2 \\ \bar{V}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{k}_{x1,x1}^1 & \bar{k}_{x1,y1}^1 & \bar{k}_{x1,x2}^1 & \bar{k}_{x1,y2}^1 \\ \bar{k}_{y1,x1}^1 & \bar{k}_{y1,y1}^1 & \bar{k}_{y1,x2}^1 & \bar{k}_{y1,y2}^1 \\ \bar{k}_{x2,x1}^1 & \bar{k}_{x2,y1}^1 & \bar{k}_{x2,x2}^1 & \bar{k}_{x2,y2}^1 \\ \bar{k}_{y2,x1}^1 & \bar{k}_{y2,y1}^1 & \bar{k}_{y2,x2}^1 & \bar{k}_{y2,y2}^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{v}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{v}_2 \end{Bmatrix} \quad (2-2a)$$

将式(2-2a)中的单元号和节点号作相应的变动,即得图 2-6(a)中②单元的单元刚度方程如下:

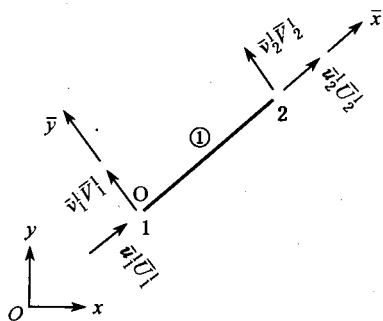


图 2-7 杆端位移向量(力向量与其一一对应,未画出)