Jingdian Lixue

经典力学

沈惠川　李书民　编著

经典力学基础

Lagrange 力学

Hamilton 力学

中国科学技术大学出版社

国家自然科学基金资助出版

经 典 力 学

沈惠川　李书民　编著

中国科学技术大学出版社
2006・合肥

内 容 简 介

本书是为适应大学本科教学新形势而撰写的“经典力学”教科书．全书以 Lagrange 力学和 Hamilton 力学为主线，详细阐述了经典力学的基本原理、基本方程及其应用．本书对非完整系统的处理方法作了全面的分析和刷新，对用 Hamilton 原理推导正则方程作了更符合物理学原则的诠释和修正，并指出了推导 Hamilton 正则方程的最好方案是直接由 Legendre 变换出发．本书将弹性力学和经典电动力学全部纳入Lagrange力学和 Hamilton 力学的形式体系，导出了几何非线性弹性力学(有限形变问题)的基本微分方程．本书中强调物理概念的运用及其在具体物理问题中的应用，几乎每一节的内容都比通常的经典力学教科书有所改进和强化．本书中附有近 160 道例题和超过 240 道习题，这对读者的自学是有帮助的．

全书共分三章．第一章为“经典力学基础”，包括第一节“Newton 质点和质点系力学”，第二节“Newton-Euler 刚体力学”，第三节“Hooke-Navier 弹性力学”；第二章“Lagrange力学”；第三章“Hamilton 力学”．书末有“附录”，包括 A“张量”，B“经典电动力学简介”，C“热力学简介”．在第三章的末尾，还介绍了“Birkhoff 系统动力学”．

本书可作为大学本科物理类各专业及相关专业的教材，也可供研究人员作参考．

本书的出版得到国家自然科学基金(编号 10475070)的资助．

图书在版编目(CIP)数据

经典力学/沈惠川，李书民编著．—合肥：中国科学技术大学出版社，2006.8
ISBN 7-312-01930-7

Ⅰ．经… Ⅱ．①沈… ②李… Ⅲ．经典力学—高等学校—教材 Ⅳ．O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 083746 号

中国科学技术大学出版社出版发行
(安徽省合肥市金寨路 96 号，邮编：230026)
网址：http://press.ustc.edu.cn
电话：发行部 3602905 编辑部：3602900
电子信箱：发行部 press@ustc.edu.cn 编辑部：edit@ustc.edu.cn
中国科学技术大学印刷厂印刷
全国新华书店经销

开本：710×960/16 印张：28.375 插页：1 字数：658 千字
2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月第 1 次印刷
印数：1—3000 册
定价：45.00 元

吴大猷先生论经典力学
（代序）

惠川先生：

我学的物理，多是在1930年代初年，大学刚毕业时（和在大学三四年级时）．那时自己学的古典力学，是我在1941教杨振宁、黄昆们的资本，也是我1956～1957年在台湾教古典力学的讲义（英文的）的底子．这部讲义，后来在台湾翻成中文的《古典动力学》．在1946年以后，我即未看后来的书，尤其1967年回来台湾做“行政”工作，在物理是差不多脱节落伍了．

你提起来Goldstein的力学．我在1956～1957年，接受Prentice-Hall书局的邀请，签了一合约，答应为他们写一本关于Scattering的和一本古典力学的书．适好1958年底，日本博士后T. Ohmura由日本和我工作，他同意和我合作，写Scattering的书；1959～1960夏费了一年半，写毕．但力学的书，我始终没有写，原因是那时Goldstein的书（第一版）刚出来，我觉得我心里计划着重Hamilton-Jacobi理论在量子论发展的美丽部分，和Goldstein的差不多，又我实在所知不多；决定不再写一本和Goldstein观点相似的书．

我在我的古典动力学书中（p. 201）指出关于由Hamilton principle导出canonical Eqs.部分，许多书都犯同一的错误，即在

$$\delta\int_{t_0}^{t_1} L\mathrm{d}t = \delta\int_{t_0}^{t_1}\left(\sum p_k\dot{q}_k - H\right)\mathrm{d}t = \int_{t_0}^{t_1}\left[\sum\left(\dot{q}_k - \frac{\partial H}{\partial p_k}\right)\delta p_k - \sum\left(\dot{p}_k + \frac{\partial H}{\partial q_k}\right)\delta q_k\right] = 0$$

中，δq_k乃任意的，故，

$$\dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$$

但δp_k则不是任意的；但由于Legendre变换，$p_k = \dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}, \dot{q}_k = \dfrac{\partial H}{\partial p_k}$故仍得

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p_k}$$

1980年Goldstein第二版出来，一位朋友送我一本台湾翻印本．我试查看第8-5节（pp. 362～363），果然Goldstein是错的！p_k不能视为independent coordinates的！（Goldstein不仅是抄人抄错的，他是根本了解错的！见他（8-64）式下第4-6行．

Landau-Lifshitz 便不犯此错!)

在 p. 360,p. 372,Goldstein 指引 Dirac 所写关于 generalized dynamics 的小书. Dirac 之 generalized dynamics书,可谓和 Goldstein 书所讲的,隔得很远. 指引Dirac书,毫不清楚,对读者毫无用处,感觉得这指引有点“装门面”,不太诚实!

Goldstein 书内容庞杂而不精. 我固然没有机会去“用”它,但我亦不喜欢它. (1996. 9. 10)

先说 δp_k 在 $\delta\int_{t_0}^{t_1} L\mathrm{d}t = 0$ 中不能是任意的问题.

这点在我的《古典动力学》第 201 页中已说得很清楚. 现在再说一下:

在 $\delta\int_{t_0}^{t_1} L\mathrm{d}t = 0$ 命题中,我们是比较各不同路径的运动(在同一固定的时间中 $t_1 - t_0$ 从 q_k^0 到 q_k^1的 $\int_{t_0}^{t_1} L\mathrm{d}t$ 的值. 这是 Hamilton principle 本身命题的一部分! 不能忘记了! 因为这个条件,各途径须以同一时间 $t_1 - t_0$ 走完);故在一运动(路)径 $q_k + \delta q_k, p_k + \delta p_k$ 中的 $p_k + \delta p_k$ 不能任意;否则走 q_k 径和走 $q_k + \delta q_k$ 径由 q_k^0 到 q_k^1 的时间,则可以不同了!

许多书的作者,大概根本不知道 Hamilton principle 命题本身有此部分! 把它当作数学变分问题看! 须知 Hamilton principle 是一个物理(力学)的原则! 见我书 p. 185.

在许多书中,彼此抄袭,根本未懂 Hamilton principle 的命题,可怜得很!

我书的 pp. 201~203 指出,如将 Hamilton principle 写成(III-21)式,则 $\delta\dot{q}_k$ 可视作任意的,但有一条件,即(III-33)式(或 214 页之(I-33),即(I-34)式).

关于 $L\mathrm{d}t$ 的 Lorentz 不变性问题,大概情况就是如你所述了. (1996. 9. 23)

关于 Hamilton principle 中之 δp_k 不能是任意的一点,应是无疑问的. 许多人写书也好,教书也好,根本不记得命题是什么. 各比较的 paths,是须在同一时间 $t_1 - t_0$ 中完成的. 故 δp_k 不能任意取,否则可以用很短的时间内由 q_k^0 达到 q_k^1 了! Hamilton principle 不是一个单纯的变分问题,而是一个物理命题! 很少人知道这一点.(我在 1941 年,在昆明教古典力学时的笔记即指出此点;班中有杨振宁、黄昆等. 去年清华大学(台湾省新竹,下同——编者注)将我的手写 Notes 影印出来,给杨、黄等人各一册作纪念.)

我从来都不大相信“书”,除了 Dirac 等几个人所写的可靠外,我都不绝对信它,尤其“无名小卒”的写作! (1996. 10. 9)

你要我 1941 年在昆明西南联大的 Classical Dynamics 手写讲义影印本. 我将向

清华索了寄上．这只是为我讲课自己用的 Notes，原不是印发给他人的．三年前清华大学知道我还有此数十页的手稿．我便送了给图书馆．他们影印了几十本，作为纪念，不随便给人（只送了些给当年在那班上的学生，如杨振宁、黄昆、李荫远等几人）.（1996.11.14）

日前我航寄你一册我在 1941 年西南联合大学授古典动力学时的笔记．1941 年的那学期，开始时先拟了一个“目录”，排有章节，其实并非“书稿”，是随课随写的．后来曾作了一些补充，故页数亦不甚连续．

这手稿是 1956 年我第一次去台湾，在清华大学初办研究所第一班（和台湾大学一同上课）所写的英文讲义的蓝本，印发给学生．这讲义后来叫在交通大学（台湾省——编者注）的教授（昔日在美国的学生）翻译成中文，即是后来出版的《古典动力学》.

稿中有笔误和错处．你只可以以纪念品看它．那是半个世纪前的东西！（1996.12.16）

随函附上一稿．文乃去年才有感，最近始得人打字．弟忽然变成一古典物理者矣．

文中是 Newton 以来三百余年第一次有人分析猝变运动的细节．所引入的新名词 jumpulse $\overline{\left(\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t}\right)}\cdot\tau$ 乃沿自 impulse $\overline{(F)}\cdot\tau$ 我乃完全用 Newtonian 力学，无新假设，但可能在实用上（如制动，高尔夫球手）有发展处．欢迎教言！（1998.12.17）

我一时想到我最近的文章，引入猝量的观念，这确是在应用力学中有意义，也可能是三百年来 Newton 力学系统中可作补充意义的观念．（1999.1.1）

吴大猷

作　者　序

1996 年 12 月，吴大猷先生将台湾新竹清华大学 1994 年出版的《吴大猷先生手稿：古典力学（1941 年，昆明西南联合大学）》影印手稿（有限本）惠赠于我．这本影印手稿的历史，其年代之久远，远甚于 H. Goldstein 的《经典力学》. 它在经典力学发展史上的重要意义，尤其是对理论物理学的贡献，已不仅仅是学术上的、教学上的了．吴大猷先生的这本手稿，就是他后来《古典动力学》一书的蓝本．在吴大猷先生和 Goldstein 以及 L. D. Landau 之前的有关经典力学或分析力学的书籍，绝大部分是专著并且基本上是为数学家和力学家而写的，而不是为物理学家或理学院物理系专业的师生所写的教科书．为物理学家或理学院物理系专业的师生所使用的教科书，应当更注重物理概念的陈述及其在理论物理学中的应用．

在本书"代序"中吴大猷先生对某些经典力学或分析力学教科书里所谓"修正的 Hamilton 原理"或"推广的 Hamilton 原理"的批评，就是正确使用物理概念的典范．吴大猷先生的批评，极具穿透力和震撼力．H. Goldstein 的《经典力学》和 D. T. Greenwood 的《经典动力学》等教科书中对所谓"修正的 Hamilton 原理"或"推广的 Hamilton 原理"的辩解，是无力的和自欺欺人的．"Hamilton 原理"是物理学（或力学）命题（或原则）而不是数学变分法；在真实的运动路径上，位形和动量将同时到达终点而不可能存在不同时到达的"虚变动". 所谓"修正的 Hamilton 原理"或"推广的 Hamilton 原理"，实际上是不顾 Legendre 变换的"纯数学"变分．

推导 Hamilton 正则方程可以有多种方法；最好的方法是直接从 Legendre 变换出发．如果从"Hamilton 原理"出发，则仍需要"Legendre 变换"出手相助．企图凭借旁门左道式的"修正的 Hamilton 原理"或"推广的 Hamilton 原理"来投机取巧或搪塞，在物理上难以自圆其说甚至是说不过去的，只会遭到人们的质疑因而自取其辱．本书详述了三种推导 Hamilton 正则方程的方法；在利用"Hamilton 原理"推导正则方程的过程中，特别强调了吴大猷先生对物理概念的陈述．通过比较，读者自然会认可，只有直接从 Legendre 变换出发推导 Hamilton 正则方程的方法，才是最好的方法．

在经典力学或分析力学中，另一个需要物理学家动脑筋的就是几十年来争论不休的"非完整系统"问题．许多专著和教科书，包括吴大猷先生的《古典动力学》和 Landau 的《力学》，在这一问题上都采取回避的态度，至多只是对"线性非完整"问题

作有限的讨论；而另一些谈到“非线性非完整”问题的书中的说法，则全都是错的，其中有些还相当可笑．“非完整问题”涉及速度对系统的约束；它同时在耗散力学、流体动力学、塑性力学流动理论中具有很现实的应用需要．这个问题是物理学家和力学家的“百年之痒”．1933 年由 N. G. Chetaev 引入的“Chetaev 条件”在物理学上是毫无道理的：它既不能由分析力学的形式得到（即不能从 Hamilton 原理导出），又不能由约束方程的逻辑诱导得到（即不能从变分约束方程导出），更不符合变分学方法的规范程序（即其偏导数是对广义速度的，而它的变分量则是对广义坐标的），但应用 Chetaev 条件后确实可以导出线性非完整系统的真实轨道方程．1982～1983 年间提出来的另一个被称之为“Vacco 模型”的数学结构，尽管满足 Hamilton 原理，但由它导得的却是系统的测地轨道方程而并非 Routh 方程；换言之，对非线性非完整系统而言，Vacco 模型也行不通．到底是“Chetaev 条件”对还是“Vacco 条件”正确，抑或是二者都有问题？这是一个必须严肃思考的问题．

有些理论家在万般无奈的情况下，引入“Gauss 最小拘束原理”和所谓“Jourdain 原理”，乃至“万有 d’Alembert 原理”来糊弄人，自以为将适用于理想约束条件的“d’Alembert原理”作一番“推广”就能处理非线性非完整问题．但是根据 N. G. Chetaev的说法，“d’Alembert 原理”、“Gauss 最小拘束原理”和所谓“Jourdain 原理”这三者，对完整约束、对线性非完整约束是相容的，而对非线性非完整约束则是不相容的；即使将虚位移的概念加以推广，也只能使 d’Alembert 原理与 Gauss 最小拘束原理同时成立，而不能保证 Jourdain 原理成立．（语见 N. G. Chetaev“关于 Gauss 原理”一文，载《持续发展：分析力学著作》，苏联学术科学出版社，莫斯科，1962 年第 323 页．）换言之，任何用改变“理想约束条件”定义来导出非线性非完整系统 Routh 方程的企图，都只是一厢情愿的和靠不住的．

除此之外，另有一些学者试图从其他角度出发来解决非完整系统的问题；关于这方面的介绍和总结，可以参阅梅凤翔先生在《高等分析力学》和《非完整系统力学基础》中的有关章节．据我了解，这些努力中的绝大部分都收效甚微、影响极小．可以说，经典力学或分析力学的近代发展，都与最终解决非完整问题的“愿景”有关．本书分析了“Chetaev 条件”和“Vacco 条件”在理论上的不足，提出可以用所谓“Euler 条件”来统一它们；从而基本上解决了这个问题．这也是本书的另一个重要“看点”．

非完整系统的问题是属于 Lagrange 力学中的问题，而利用“Hamilton 原理”推导正则方程的问题则属于 Hamilton 力学的问题．Lagrange 力学和 Hamilton 力学是经典力学或分析力学中最主要的内容；吴大猷先生和 Goldstein 以及 L. D. Landau 的书都是以 Lagrange 力学和 Hamilton 力学为写作重点的．记得吴大猷先生的《古典动力学》一书刚在中国大陆出版发行时，中国科学技术大学的一位教授就敲着桌子对我说：“理论力学或经典力学的教科书就应该这么写！”本书写作之初，就是打算以吴大猷先生的《古典动力学》为铺垫进行重新演绎，并以合作的名义出版．吴大猷先

生在世时，我就有此想法，只是没有机会向吴先生当面提出．在没有得到吴大猷先生家人授权之前，我不能贸然行事．现在的选择是以我在中国科学技术大学 20 多年讲授经典力学和理论力学的若干次授课讲稿为基础所作的改编；此讲稿获得学生们的一致好评，10 多年之前就有学生建议我将此讲稿改编成书．个别学生的课堂笔记甚至比我的讲稿还写得整洁，有的还私下影印授售．

当然从目前中国大陆的大学本科生物理学水平来说，在 Lagrange 力学和 Hamilton力学之前增加一章“经典力学基础”也是必须的，以便与普通物理学的力学部分相衔接．实际上，在吴大猷先生和 Goldstein 以及 Greenwood 等人的书中，也有相关的内容，只是在先后次序上和选材上有所区别而已．然而，必须特别指出的是，那种以“经典力学基础”为主、以 Lagrange 力学和 Hamilton 力学为辅的写作格局应当废止，被颠倒了的主次关系应当被重新颠倒过来．面向 21 世纪的全新教科书尤其要如此；这也是教学改革实际的需要．

写作方针确定之后，选材就是决定的因素．质点力学和刚体力学自不用说：凡是在普通物理学的力学部分中没有讲到的主要内容，都要讲一遍；次要内容可以略而不述．在弹性力学和流体动力学这二者之间，本书选择讲解弹性力学．考虑的出发点首先是，弹性力学的数学结构完全可以纳入 Lagrange 力学和 Hamilton 力学的形式体系；此外，弹性力学已经完全数学化而且其形式已经完全固定．相反，流体动力学在数学结构上与 Lagrange 力学和 Hamilton 力学的形式体系相去较远，而且它在物理上还有一些问题没解决，形式上变化多端．当然这样的安排并非是说流体动力学不重要；相反，在连续介质力学的范围内，流体动力学比弹性力学更需要单独成书．流体动力学中关于“Euler 描述”或“系综”的概念是划时代的；这些概念现在已经成为统计力学和量子力学中讨论问题的基础．相比之下，弹性力学较为传统；对弹性力学的理论探讨已经成为过去，它目前的地位与刚体力学一样仅仅是应用(其最新的应用是在生物物理学对 DNA 形状的研究中)．将弹性力学纳入 Lagrange 力学和 Hamilton 力学的形式体系之后，弹性力学将失去独立存在的理由；同时本书的内容则会更具特色，旗帜更为鲜明．

出于差不多相同的原因，本书中也不专门涉及狭义相对论．相对论无疑是物理学的最重要的支柱之一．相对论(包括狭义的和广义的)，热力学，以及分析力学(包括 Lagrange 力学和 Hamilton 力学)，是物理学中的“铁三角”；是物理中的物理，是物理学中的哲学．相对论，热力学，以及分析力学是评估其他物理学理论是否正确的最后标准，是所有其他物理学学科必须共同遵守的“约束条件”．这三门课程，在大学授课阶段应该得到进一步加强而不是削弱．面对社会上某些没有经过系统训练的年轻人和某些自以为是者对相对论的无理责难，应当更高地举起 Einstein 的大旗．在大学课堂上，只讲 6 至 12 学时相对论是远远不够的；联系到某些量子力学理论家在相对论知识方面是如此贫乏和他们到处散布对相对论的怀疑的现实，在大学里花一二

个学期的时间来讲授和解读相对论也不算过分．但是由于本书的目标不在这里；为了突出重点节约学时，因此只得割爱少谈．有关知识，读者可以通过阅读 Einstein 原著和其他名家之作来得到．

作为一个统一的理论体系，本书与其他经典力学或分析力学的教科书一样，还将经典电动力学纳入了 Lagrange 力学和 Hamilton 力学的逻辑结构．从这一意义上来说，经典电动力学（除了其中有关相对论的内容外）也没有独立存在的必要了．在本书的附录中，有专门一节介绍经典电动力学的基本公式．但是，经典电动力学有一种比较特殊的数学结构，它同时又能被纳入流体动力学的形式中去．（不能由于经典电动力学的基本方程可以变换为流体动力学的基本方程，以及流体动力学的基本方程可以变换为经典电动力学的基本方程，就说“有超音速就一定有超光速”；因为声速和光速是两个完全不同的物理概念，因为与经典电动力学的基本方程对应的仅仅是“相对论”流体动力学的基本方程．）

Lagrange 力学和 Hamilton 力学，尤其是 Hamilton 力学，与热力学在数学上十分相像．它们都以 Legendre 变换和 Pfaff 方程作为讨论问题的基础．在经典力学和热力学中，有着类似的变分原理．所谓“分析热力学”，就是在这些基础上建立起来的．至于“分析热力学”的细节，本书不打算涉及．在本书的附录中，也有专门一节介绍热力学的基本公式．

由于经典力学，尤其是其中的 Hamilton 力学部分，与后续课程量子力学和统计力学有着千丝万缕的内在联系，因此本书在需要介绍的地方，总是不加回避地介绍一些有关量子力学和统计力学方面的信息．但是这种介绍，只是点到为止．这对以后的学习和研究是有好处的．

在 Goldstein 的《经典力学》第三版中，还有关于“混沌”方面的内容．在经典力学教程中谈论混沌，已经成为一种时髦．在本书目前的这一版中，没有介绍“混沌”的打算．吴大猷先生批评 Goldstein 的《经典力学》“内容庞杂而不精”是应当引起重视的．以后的事，以后再说．

除此之外，本书中还特别提到了钱伟长先生在“变分原理”方面所做的工作．钱先生是我母校清华大学的老师．钱先生当时住在照澜院 16 号时，我就与他有通信来往并受益良多．我在《应用数学和力学》和《中国应用数学和力学进展》杂志上所发表的论文，全都是钱先生审阅推荐的；钱先生对我有知遇之恩．钱伟长先生的《广义变分原理》曾惠赠我一本．《广义变分原理》是一本资料丰富、充满特色的书；书中关于变分原理的积分形式可以很方便地变换为微分形式．书中还记录了就变分原理与胡海昌进行学术辩论的材料．从物理学家的观点来看，钱先生的意见是正确的，而胡海昌的说法有问题．钱先生曾对我说过，他是“学物理出身的”．

本书的参考文献中有梅凤翔先生的 11 本书．梅先生是中国国内分析力学研究方面的领军人物；他对我的论文曾经作过评审，所以当他在“湖州会议”（全国第五届

分析力学学术会议)上第一次见到我时就打趣说:"久闻大名,如雷贯耳."梅凤翔先生是中国力学学会理事会常务理事、中国力学学会一般力学专业委员会分析力学专业组的组长;我进入力学学会分析力学专业组就是梅先生提名的.梅凤翔先生的书,资料详实全面,是读者进行深入研究的必读之物.梅先生本人也在分析力学方面尤其是非完整系统方面做了许多出色的工作;对 Birkhoff 系统的研究就是梅先生为深入理解非完整系统而引入国内的(从文献资料中可知,数学家 Birkhoff 是 Einstein 的朋友).

为了教学需要和帮助读者自学,本书配备了大量的例题和习题.在本书的第 2、第 3 章有许多传统的"主干"内容;为这些传统的主干内容所配备的一组例题本来是可以作为其"应用"单独编成"一节"的,但本书为了叙述的完整并未作此人为的分隔.例题分为两种:一种是为说明问题或观点在逻辑上所必须具有的;另一种则是解题的示范.前一种例题不可或缺,后一种例题则可多可少.教师授课的时候,对后一种例题可酌情处理.对学生来说,则希望每道例题都能看懂.习题是为学生和自学者准备的;为了学到知识,必须自己动手算(尤其是张量方面的例题和习题,更要亲自动手算).

本书的内容较多.如果学时数宽裕,第 1 章的内容可以有选择地讲一些,第 2、第 3 章全讲;如果学时数不够,则第 1 章内容建议自学,第 2、第 3 章中的非主要内容也可以免讲.对自学者的建议是全书都读.

本书第 1 章中的"1.1 Newton 质点和质点系力学"和"1.2 Newton-Euler 刚体力学"由李书民教授执笔初稿,其余由我执笔初稿;全书由我统一校阅编撰并定稿.在本书的写作和出版过程中,得到中国科学技术大学理学院的大力支持和中国科学技术大学出版社的鼎力帮助.梅凤翔先生对本书的出版也有推力.对他们的支持和帮助,我和李书民教授谨致深深的谢意.

感谢已故吴大猷老师的多次热忱教导和信任,感谢钱伟长老师的鼓励和扶持!

本书的出版得到国家自然科学基金(编号 10475070)的资助.

沈惠川

2006 年 3 月 1 日

于中国科学技术大学

目　　录

1 经典力学基础

1.1 Newton 质点和质点系力学

Isaac Newton(1642～1727)是经典力学的开山鼻祖，是物理学史中仅次于 A. Einstein(1879～1955)的重量级人物(在普通只接受过中小学教育的人心目中，他甚至凌驾于 Einstein 之上). Newton 于 1687 年发表的《自然哲学的数学原理》(有郑太朴 1931 年的中译本和王克迪 1992 年的中译本)是自 Euclid(约前 330～前 260)的《几何原本》以来第一本最重要、最持久不衰的自然科学著作.《自然哲学的数学原理》与《几何原本》的写作结构完全相同. Euclid 的《几何原本》共 13 卷 467 个命题，在其第一卷中引入 23 个定义、5 个公理、5 个公设；这 5 个公设分别是：①直线公设；②线段无限伸长公设；③同心圆公设；④直角公设；⑤平行线公设. Newton 的《自然哲学的数学原理》共 3 卷 193 个命题(还有 82 个问题、111 个定理和 47 个引理)，在其第一卷的卷首引入了三大定律 6 条推论. Newton 三大定律实际上就是经典力学中的"公设". 这种被称为"公理体系"的写作方式一直延续到量子力学(有些量子力学教科书一开头就引入 5 个公设)，甚至连被誉为量子力学"圣经"的 P. A. M. Dirac的书也仿照Newton冠名为《量子力学原理》.

"质点"是物理学中最简单的模型. 当物体的形状和大小与所研究的问题无关抑或所起的作用极小时，或者当物体仅仅作平动时，就可以在理论上将此物体视为一个质点. "质点"的概念时至今日仍在量子力学的多种诠释中扮演主要的角色(只有"系综诠释"、"随机诠释"和 L. de Broglie 的"双解理论"除外).

Newton 力学具有双重功能：它一方面是通往其他高级课程(例如量子力学或统计力学)的必由之路，另一方面利用它又可以解决许多工程上的实际问题. 在本书中，从 Newton 力学出发，将渐入 Lagrange 力学和 Hamilton 力学之佳境；当然与此同时也解答一些具体的力学问题.

本节内容的重点是转动参考系中速度和加速度的合成定理以及质点系问题中的动量定理，角动量定理和动能定理(包括 König 定理).

1.1.1 运动的描述方法

一、参考系、质点和坐标系

1. 经典力学的理论框架

1）时空性质

在经典力学中，宏观物体的机械运动是在“空间”和“时间”中进行的，空间和时间是与物质及其运动无关的独立存在．前者是物体运动的“背景”和“舞台”，后者用来描写运动物体的先后顺序和因果关系．在经典力学中，甚至空间和时间本身也是彼此独立的．在经典力学中，度量空间可以采用“公用的尺子”，度量时间可以采用“公用的时钟”．在经典力学中，空间是均匀、各向同性的；时间是均匀的，但只能沿着一个方向流逝．空间的均匀反映了平移不变性，导致了动量守恒；空间的各向同性反映了旋转不变性，导致了角动量守恒；时间的均匀性反映了可逆性(有人认为，时间的概念正是由“不可逆性”所体现的)，但由于时间只有一个方向，故其可逆性是理论虚构的，在一般情况下可逆性导致的机械能守恒并不成立，而应当是热力学第一定律．

强调经典力学的以上时空性质，是为了与相对论的时空性质区别开来：在狭义相对论中，时间与空间是有关联的，“虚”时间与光速的乘积被认为是第四维；在广义相对论中，时间不但与空间相关联，而且时空与物质及其运动相关联；在相对论中度量空间的“度规”是变化的，度量时间的“时钟”也是不同的；在广义相对论中，没有动量守恒也没有能量守恒，只有“能量-动量张量”的守恒．当然，相对论力学才是惟一正确的理论；Newton 力学只不过是一种近似．但是，由于 Newton 力学中的所有公式都可以很方便地从经典情况过渡到(尤其是狭义)相对论的情况，因此在讨论力学问题的一般原理时，可以首先简单地只考虑经典情况．至于广义相对论情况，则要另外考虑(本书不涉及广义相对论)．

2）基本假定：Galileo 不变性或 Newton 相对性原理

Galileo 相对性原理(G. Galileo，1564～1642)假定，描写经典运动的基本定律如果在一个参考系作中成立，则在一切相对于该参考系作匀速运动的参考系中也成立．因此，由 Galileo 相对性原理得到的推论是，在一个参考系内部所作的任何力学实验，都不能判定它究竟是静止的，还是在作匀速直线运动(在相对论中，A. Einstein 将力学定律的相对性原理推广到一切物理定律)．

Galileo 不变性或 Newton 相对性原理的一个直接应用是：如果 $f(x)$ 是 Newton 方程在 $t=0$ 时刻的解，那么 $f(x-v_0t)$ 就是同一个 Newton 方程在任意时刻的解，其中 v_0 是常数．

2. 参考系

物体的机械运动是相对的. 在对它进行描述时,要选择一定的参考物体;这种预先设定的参考物体被称为"参考系". 最简单的参考系由4个不共面,且无相对运动的点组成(实际上就是一个"刚体").

在经典力学中,参考系可分为"惯性系"和"非惯性系"两类. 所谓惯性系,就是Newton第一定律或Newton第二定律在其中成立的参考系. 狭义地说,如果一个物体在不受外力的情况下能够保持静止或作匀速直线运动,即服从Newton第一定律,则该物体可被视为一个惯性系(惯性系的操作性定义);广义地说,Newton第二定律在其中成立的参考系,也可被视为一个惯性系. 所谓非惯性系,就是Newton第二定律在其中必须加以修正才成立的参考系,即相对于惯性系具有加速度的参考系. 常见的非惯性系有相对于惯性系旋转的"转动参考系",和固定于天体上的"天文参考系";在"天文参考系"中,又有以地球自转轴为一个方向,以赤道平面与黄道平面的交线为第二参考方向的"地心参考系";和有以太阳为原点,坐标轴指向"恒"星的"恒星参考系"(或被称为"日心参考系"). 因为在宇宙中并无绝对的静止,故"恒"星参考系严格说来并非惯性系;但由于恒星的加速度很小,所以"恒星参考系"可被视为一个近似程度很好的惯性系. 更好的惯性系是以大量天体的平均位置为参考方向的参考系.

实际上,由4个不共面、且无相对运动的点组成四面体(即"刚体"),就是最简单的惯性系.

3. 质点

在许多实际问题中,当物体的形状和大小与所研究的问题无关抑或所起的作用极小时,或者当物体仅仅作平动时,就可以在理论上将此物体视为一个几何点(此"几何点"可以是一个具体的"物质点",也可以是一个非具体的"空间点"),其质量可以被认为就集中在这个几何点上. 这种具有确定质量,但不计其形状、大小和内部结构的物体被称为"质点". 质点的概念是相对的而且与其运动状态有关. 有时大的物体可以被看作质点,小的物体却不能被看作质点. 比如研究地球绕太阳的公转时,地球半径较地球到太阳的距离小得多,地球可被视为质点;但研究地球的自转时,就不能把它当作质点了.

由质点在空间中的几何性质可知,其理论描述相当于Euclid几何中的"数学点". "数学点"是离散的,因而它天生与量子力学中的"非局域性"(当然是Copenhagen诠释的量子力学)不合. 由于在解析几何中,点的位置是由其坐标值来确定的,因而质点的位置也可以用这种方法来给定. 由此也可以看出,位置的测量较之其他物理量的测量更显重要.

可以在空间自由运动的质点被称为"自由质点".

4. 坐标系

就数学上而言，坐标系的选取是任意的；但从物理学角度而言，坐标系必须固结于刚体，否则无法判断其为“惯性系”还是“非惯性系”. 由一个不动原点和3根坐标轴所指向的3个点组成的坐标系，就是“4个不共面、且无相对运动的点组成的四面体（即‘刚体’）”.

常用的正交坐标系有：①DesCartes直角坐标系；②三维曲线坐标系；③二维曲线坐标系；④自然坐标系（Serret-Frenet坐标系）. 在三维曲线坐标系中有：（圆-椭圆截面）柱坐标系、（抛物线截面）柱坐标系、（双曲线截面）柱坐标系、球-椭球坐标系、抛物体坐标系、双曲体坐标系. 在二维曲线坐标系中有：（圆-椭圆截面）柱面坐标系、（抛物线截面）柱面坐标系、（双曲线截面）柱面坐标系、球-椭球面坐标系、抛物体面坐标系、双曲体面坐标系、锥面坐标系. 正交的坐标系，一共只有这15种. 本书中用得最多的正交坐标系是DesCartes直角坐标系，尤其在推导公式时只有使用DesCartes直角坐标系才是最方便的；在解题时偶尔也应用球坐标系，（圆截面）柱坐标系，极坐标系和自然坐标系. 其余正交坐标系基本上未涉及.

二、运动学方程和轨道

1. 运动学方程

所谓“运动学方程”，就是质点在空间（或平面上）任一时刻 t 所在位置的数学描述，亦即质点的运动规律.

确定一个自由质点在空间的位置，需要用3个独立变量来描述；这些量一般都是时间的函数. 例如一个质点的位置，可以用3个直角坐标 (x_1, x_2, x_3) 表示；也可以用一个引自原点 O 到质点 P 的矢量 $\boldsymbol{r}$ 来表示，如图1.1. 此时

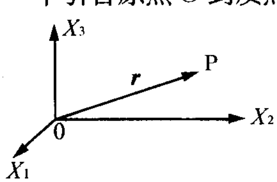

图1.1

$$\boldsymbol{r} = x_1\boldsymbol{i}_1 + x_2\boldsymbol{i}_2 + x_3\boldsymbol{i}_3 = \sum_k x_k\boldsymbol{i}_k \qquad (k = 1,2,3) \tag{1.1.1}$$

即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x_1(t)\boldsymbol{i}_1 + x_2(t)\boldsymbol{i}_2 + x_3(t)\boldsymbol{i}_3 = \sum_k x_k(t)\boldsymbol{i}_k \qquad (k = 1,2,3)$$

式中，$(\boldsymbol{i}_1, \boldsymbol{i}_2, \boldsymbol{i}_3)$ 为DesCartes坐标系 (x_1, x_2, x_3) 方向的单位矢量. 若采用直角坐标系中的分量表示，则质点的运动规律可表示为