Chaoyue
600fen

超越600分

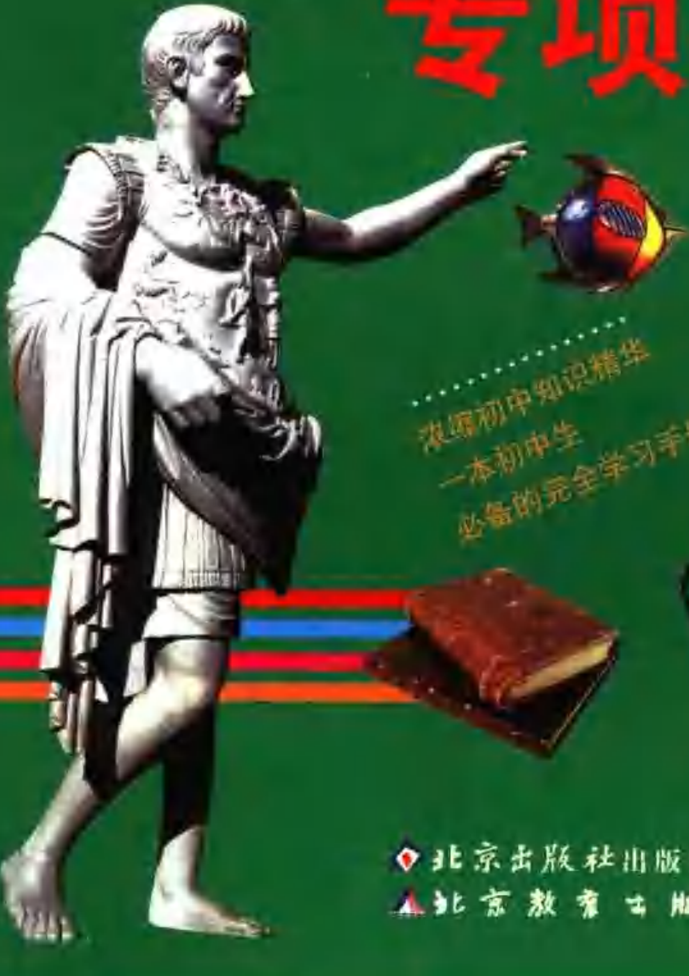
兼容各版教材　涵盖初中三年

初中重难点

专项突破

数学

从书主编　项昭文



浓缩初中知识精华
一本初中生
必备的完全学习手册

北京出版社出版集团
北京教育出版社

Chaoyue 600fen

超越600分

兼容各版教材　涵盖初中三年

初中重难点

专项突破

数学

丛书主编　项昭文
丛书副主编　刘富森　陈斌
丛书编委　叶厚贤　马国军　李峻　蒋少增
杨福合　文淑霞　龚淑芳　高原
杨长风　潘文竹　李锐　陈斌
徐斌
本册主编　马国军　李峻
本册编者　李峻　马国军　项昭文　刘富森
孟令中　王建设　马守国　陈法英

北京出版社出版集团
北京教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

超越600分初中重难点专项突破. 数学/项昭义主编.—北京：北京教育出版社，2006

ISBN 7-5303-4965-1

Ⅰ.超… Ⅱ.项… Ⅲ.数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2006）第013458号

超越600分

初中重难点专项突破

数学

CHUZHONG ZHONGNANDIAN ZHUANXIANGTUPO

SHUXUE

丛书主编 项昭义

*

北京出版社出版集团
北京教育出版社 出版
（北京北三环中路6号）
邮政编码：100011
网 址：www.bph.com.cn
北京出版社出版集团总发行
新华书店经销
北京美通印刷有限公司印刷
*
787×1092 16开本 14.5印张
2006年5月第1版 2006年5月第1次印刷
印数 1—15 000
ISBN 7-5303-4965-1
G·4877 定价：23.00元
质量投诉电话：010-58572245 58572393

涵盖初中三年，整合提升，让书由厚变薄

导读

超越600分《初中重难点专项突破》丛书终于和大家见面了！该书紧扣新课改要求，提纲挈领、重点突出、专项突破，是一套在中国教育变革期精心打造的精品教辅图书，希望它能常在你学习的案头，助你在成功路上步步稳踏！

1 权威编写，品质卓尔不凡

丛书作者均为教学一线资深教师，洞悉教改最新动向和中考最新变化。本书在内容上融入了老师们多年的教学心得，不仅提纲挈领，而且更准确、实用。

2 把握主干，完整知识体系

『多则惑，少则得。』丛书着力于初中各科主干知识的梳理，横向整合，将教材中分散、零星的知识点红线穿珠，以简洁又便于记忆的图解表解方式，构建完整的知识体系，深化学科综合能力，让你站在系统的高度，一览『众山』小。

3 一本在手，把握多重收获

丛书涵盖初中所段全部重难点，既可作为手册检索、查阅，又可汲取书中典型例题所点拨的解题思路，还可演练书中精选习题，迁移冲浪，举一反三，纵深拓展。"一本书，多重收获等着你。"

4 培养能力，以不变应万变

丛书在注重归纳各科所涉及的主要思想方法的同时，融合思路，点拨解题技巧，让你在使用本书时，于潜移默化中培养科学学习的能力，构建自身能力体系，能以不变应万变的心态来成功应对考试。

深入解读题型，拓展迁移，让你成功应考

Contents 目录

代数部分

第一单元　代数初步知识 …………（1）
知识网络 …………（1）
重点难点 …………（1）
典型例题 …………（3）
迁移冲浪 …………（5）
第二单元　有理数 …………（8）
知识网络 …………（8）
重点难点 …………（8）
典型例题 …………（12）
迁移冲浪 …………（14）
第三单元　整式的加减 …………（17）
知识网络 …………（17）
重点难点 …………（17）
典型例题 …………（19）
迁移冲浪 …………（20）
第四单元　一元一次方程 …………（23）
知识网络 …………（23）
重点难点 …………（23）
典型例题 …………（25）
迁移冲浪 …………（27）
第五单元　二元一次方程组 …………（31）
知识网络 …………（31）
重点难点 …………（31）
典型例题 …………（34）
迁移冲浪 …………（36）
第六单元　一元一次不等式和一元一次不等式组 …………（39）
知识网络 …………（39）
重点难点 …………（39）
典型例题 …………（42）
迁移冲浪 …………（43）
第七单元　整式的乘除 …………（46）
知识网络 …………（46）
重点难点 …………（46）
典型例题 …………（49）
迁移冲浪 …………（51）
第八单元　因式分解 …………（54）
知识网络 …………（54）
重点难点 …………（55）
典型例题 …………（57）
迁移冲浪 …………（62）
第九单元　分式 …………（64）
知识网络 …………（64）
重点难点 …………（64）
典型例题 …………（67）
迁移冲浪 …………（70）
第十单元　数的开方 …………（73）
知识网络 …………（73）
重点难点 …………（73）
典型例题 …………（75）
迁移冲浪 …………（77）
第十一单元　二次根式 …………（79）
知识网络 …………（79）

重点难点 ……………………………… (80)
典型例题 ……………………………… (81)
迁移冲浪 ……………………………… (88)
第十二单元　一元二次方程 …… (92)
知识网络 ……………………………… (92)
重点难点 ……………………………… (92)
典型例题 ……………………………… (96)
迁移冲浪 ……………………………… (105)
第十三单元　函数及其图象 … (109)
知识网络 ……………………………… (109)
重点难点 ……………………………… (109)
典型例题 ……………………………… (113)
迁移冲浪 ……………………………… (125)
第十四单元　统计初步 ………… (129)
知识网络 ……………………………… (129)
重点难点 ……………………………… (129)
典型例题 ……………………………… (131)
迁移冲浪 ……………………………… (133)

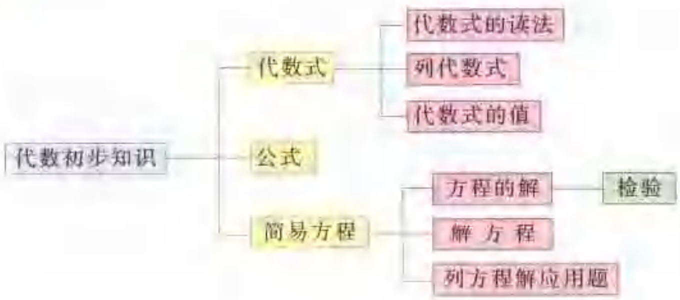
几何部分

第一单元　线段、角 …………… (136)
知识网络 ……………………………… (136)
重点难点 ……………………………… (137)
典型例题 ……………………………… (140)
迁移冲浪 ……………………………… (142)
第二单元　相交线、平行线 … (145)
知识网络 ……………………………… (145)
重点难点 ……………………………… (146)
典型例题 ……………………………… (149)
迁移冲浪 ……………………………… (151)
第三单元　三角形 ……………… (154)
知识网络 ……………………………… (154)
重点难点 ……………………………… (154)
典型例题 ……………………………… (156)
迁移冲浪 ……………………………… (161)
第四单元　四边形 ……………… (164)
知识网络 ……………………………… (164)
重点难点 ……………………………… (164)
典型例题 ……………………………… (166)
迁移冲浪 ……………………………… (174)
第五单元　相似形 ……………… (177)
知识网络 ……………………………… (177)
重点难点 ……………………………… (177)
典型例题 ……………………………… (179)
迁移冲浪 ……………………………… (185)
第六单元　解直角三角形 …… (188)
知识网络 ……………………………… (188)
重点难点 ……………………………… (188)
典型例题 ……………………………… (190)
迁移冲浪 ……………………………… (195)
第七单元　圆 ……………………… (197)
知识网络 ……………………………… (197)
重点难点 ……………………………… (198)
典型例题 ……………………………… (201)
迁移冲浪 ……………………………… (211)
参考答案 ……………………………… (214)

代数部分

第一单元　代数初步知识

知识网络



重点难点

表 1－1

代数的特点	通常用一个小写字母表示一个数（这个数可以是已知数，也可以是未知数），用字母表示数具有简明、方便的优点，而且更容易总结出带有普遍的、规律性的东西，用字母来表示数是代数的一个重要的特点
代数式的概念	用“加、减、乘、除、乘方、开方”等这些基本运算符号，以及体现运算顺序的各种括号，将数字和表示数字的字母连接而成的式子，叫做代数式，单独的一个数字或单独的一个字母也是代数式
代数式中乘号的表示法	代数式中出现的乘号，通常用符号“·”代替，或省略不写，但数字与数字间的乘号要写成原来的符号“×”
代数式的系数	数字与字母相乘时，数字要写在前面，叫做系数，当系数是带分数时要化成假分数
代数式中除号的表示法	代数式中的除法，一般都要写成分数的形式，即代数式中一般不出现除号

续表

代数式的读法	代数式的读法没有统一的规定，但也有规律可循，读法要准确、简明，能体现出代数式中所含有的所有运算及运算的顺序，不能造成误会与混乱
列代数式	列代数式时要先设出一个或几个字母，代替语句中需代表的量，按照语句中所包含的运算关系以及运算顺序准确而规范地写出代数式，这种训练对以后学习列方程解应用题至关重要，它是由特殊到一般的思维过程
代数式的值	用具体数值代替代数式中的字母，按照代数式指明的运算以及运算顺序计算出的结果，叫做代数式的值．求代数式的值，实际上是在进行有理数混合运算的训练，它是由一般到特殊的思维过程

表 1－2

公式概念	公式是用字母表示数的一类重要应用．一般来说，公式是用等号连接的两个代数式，左边的代数式是用来表示某个量的一个单独的字母，而右边的代数式则表示这个量与其他的量之间的一种数量上的关系，它视情况可繁可简
公式应用	运用公式进行计算，实际上就是求代数式的值，运用已知公式求未知量的方法是由一般到特殊的思维过程．通过对一些量的内在联系的分析，找出它们和另一个量的关系，把反映这种关系的客观规律用两个代数式表示出来，就是推导公式．它是由特殊到一般的思维过程，本章只要求学会一些较简单的公式的推导方法，培养初步的分析、归纳、综合能力
公式的分类	常见的公式分为以下几类： ①匀速运动路程：$s=vt$． ②周长：$l_{长方形}=2\ (a+b)$；　$l_{圆}=2\pi r$． ③面积：$S_{长方形}=ab$；　$S_{正方形}=a^2$；　$S_{三角形}=\frac{1}{2}ah$；　$S_{梯形}=\frac{1}{2}\ (a+b)\ h$； $S_{圆}=\pi r^2$；　$S_{球}=4\pi r^2$；　$S_{圆柱侧}=2\pi rh$． ④体积：$V_{长方体}=abc$；　$V_{正方体}=a^3$；　$V_{球}=\frac{4}{3}\pi r^3$；　$V_{圆柱}=\pi r^2 h$；　$V_{圆锥}=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

表 1－3

方程、方程的解及解方程的概念	含有未知数的等式叫做方程，能使方程两边的值相等的未知数的值叫做方程的解，求出方程的解或证明方程无解的过程叫做解方程
简易方程的解法	解简易方程的方法有两种：一是利用加法与减法、乘法与除法互为逆运算将原方程逐步用更简单的同解方程替代；二是利用等式的基本性质，将方程两边同时加上或减去同一个适当的整式，或将方程两边同时乘或除以同一个不等于零的数，最终求出方程的解

续表

解方程时，检验结果的必要性	初学解方程时要养成检验的好习惯，将求得的解分别代入原方程左、右两边进行计算，如果这两个代数式的值相等，则解法无误，否则要查找错误所在．进行这样的训练一是进一步巩固求代数式值的知识，二是加深对方程有关知识的理解，还能培养认真、严谨的学风．当然，这里的检验可以写在题后，也可以心算或在草纸上完成
方程的运用	列方程解应用题比小学中用算术方法解应用题要简单得多．因为在用这种方法时，未知数和已知数是平等的，都可以以相同的身份参与运算，是正向的思维过程；而在算术中未知数是不能参与运算的，只能将已知数按照对题意的分析进行逆运算，实际上是要写出一个公式．这是一种逆向思维的过程．对初学者，选几个应用题分别用两种解法做出来进行比较，是大有好处的
列方程解应用题的步骤	列方程解应用题的一般步骤是：①审题、分析，找等量关系；②设未知数，再用代数式表示题中其他有关的量；③列方程；④解方程；⑤答
解方程时应注意单位问题	在整个计算过程中要特别注意单位的统一和规范，在上述②⑤步骤中要写清单位，其他步骤则省去，以减少不必要的麻烦

典型例题

例 1 用字母表示：

（1）所有的非负偶数；

（2）所有的正奇数；

（3）所有能被 3 整除的数；

（4）所有被 5 除余 2 的数；

（5）5 个连续自然数的平均数．

分析 根据偶数、奇数及整除的相关概念，可设任意一个自然数（指非负整数）为 n，然后用含有字母 n 的代数式表示相应的数．

解：设字母 n 表示任意一个自然数，则

（1）所有的非负偶数可表示为 $2n$．

（2）所有的正奇数可表示为 $2n+1$．

（3）所有能被 3 整除的数为 $3n$．

（4）所有被 5 除余 2 的数为 $5n+2$．

（5）由于每两个连续自然数相差为 1，所以连续 5 个自然数可分别记为 n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$，因此它们的平均数可表示为 $\frac{1}{5}[n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)]$．

说明 偶数包括负偶数，零以及正偶数，即 …，-4，-2，0，2，4，…；奇数包括负奇数与正奇数，即 …，-3，-1，1，3，…，所以当 n 为非负整数 0，1，2，…时，$2n$ 表示非负偶数，即 0，2，4，…；$2n+1$ 表示正奇数，即 1，3，5，….

例 2 一个两位数，个位上的数字是 a，十位上的数字是 b，用代数式表示这个两位数．

分析 观察一个具体的两位数，例如 23，它表示 $20+3=10\times2+3$，而绝不是 2×3，因此如果将此题中的两位数用 ab 来表示就完全错了，正确的表示方法应是 $10a+b$．

解：这个两位数可表示为 $10a+b$．

说明 这样的两位数也有用 $\overline{ab}$ 来表示的，即 $\overline{ab}=10a+b$；同样 $\overline{abc}=100a+10b+c$．

例 3 一个三位数，个位数字是 a，十位数字是 b，百位数字是 c．

(1) 用代数式表示这个三位数.

(2) 把这个三位数的个位数字与百位数字颠倒位置后所得的三位数如何用代数式表示?

(3) 用代数式表示这两个三位数的和.

分析 会两位数的表示方法以后，三位数、四位数的表示方式就很容易解决.

解：(1) 这个三位数为 $100c+10b+a$.

(2) 新的三位数为 $100a+10b+c$.

(3) 这两个三位数的和为

$(100c+10b+a)+(100a+10b+c)$

$=(100a+a)+(10b+10b)+(100c+c)$

(加法交换律、结合律)

$=(100+1)a+(10+10)b+(100+1)c$

(乘法分配律)

$=101a+20b+101c$.

例 4 一个正方形的周长和一个圆的周长相等，问：谁的面积较大?

分析 用 l 表示相同的周长，则可用含 l 的代数式表示出正方形的边长以及圆的半径，进而可分别计算出正方形和圆的面积，然后再设法比较这两个面积的大小.

解：设周长为 l，则正方形的边长为 $\frac{l}{4}$，圆的半径为 $\frac{l}{2\pi}$，用 $S_{正}$，$S_{圆}$ 分别表示正方形与圆的面积，则

$S_{正}=\left(\frac{l}{4}\right)^2=\frac{l^2}{16}$;

$S_{圆}=\pi\cdot\left(\frac{l}{2\pi}\right)^2=\pi\cdot\frac{l^2}{4\pi^2}=\frac{l^2}{4\pi}$.

$\because 16>4\pi$,

$\therefore \frac{l^2}{16}<\frac{l^2}{4\pi}$，即 $S_{正}<S_{圆}$.

答：圆的面积较大.

说明 这是一个简单的极值问题，以后还会知道如果周长相等，那么长方形的面积<正方形的面积<圆的面积；如果表面面积相等，那么长方体的体积<正方体的体积<球的体积，这种极值的问题在生产、生活和科研中有着广泛的应用，以后我们还要进一步学习.

例 5 (1) 圆柱体的高度 h 不变，底半径扩大到原来的 3 倍，则

①侧面积扩大到原来的几倍?

②体积扩大到原来的几倍?

(2) 正方体的棱长为 a，当棱长扩大到原来的 3 倍时，则

①表面积扩大到原来的几倍?

②体积扩大到原来的几倍?

分析 (1) 圆柱的侧面展开以后是一个长方形，长为圆柱底面的周长，宽是圆柱的高，当底面半径扩大到原来的 3 倍时，周长也扩大到原来的 3 倍，而高没有改变，所以圆柱的侧面积扩大到原来的 3 倍；圆柱的体积等于底面积乘高，当圆柱的底面半径扩大到原来的 3 倍时，底面面积扩大到原来的 9 倍，而高没有改变，所以圆柱的体积扩大到原来的 9 倍.

(2) 正方形的表面积等于 $6a^2$，体积等于 a^3，棱长扩大到原来的 3 倍，相当于长、宽、高都扩大到原来的 3 倍，所以它的表面积扩大到原来的 9 倍，体积扩大到原来的 27 倍.

解：(1) ①圆柱体的侧面积扩大到原来的 3 倍.

②圆柱体的体积扩大到原来的 9 倍.

(2) ①正方体的表面积扩大到原来的 9 倍.

②正方体的体积扩大到原来的 27 倍.

说明 一般来说，正方形的边长扩大到原来的 n 倍，它的周长也扩大到原来的 n 倍，它的面积要扩大到原来的 n^2 倍；正方体的棱长扩大到原来的 n 倍，它的表面积要扩大到原来的 n^2 倍，体积要扩大到原来的 n^3 倍. 另外要注意用词的准确，“扩大到”和“扩大”不一样，扩大到 n 倍，相当于扩大 $(n-1)$ 倍；扩大到 n^2 倍，相当于扩大 (n^2-1) 倍.

迁移冲浪

一、选择题

1. 代数式 $a+\frac{c}{b}$ 的意义是（　　）

A. a 与 c 除 b 的和

B. b 除以 c 的商与 a 的和

C. a 与 c 除以 b 的商的和

D. a 与 c 的和除以 b 的商

2. 两数 a 与 b 的积除以这两个数的和的商的代数式为（　　）

A. $\frac{ab}{a+b}$　　B. $\frac{ab}{a}+\frac{ab}{b}$

C. $ab\div a+b$　　D. $\frac{a+b}{ab}$

3. 和方程 $4(x-1)=12$ 的解相同的方程是（　　）

A. $4x-1=12$　　B. $3=x-1$

C. $x+1=3$　　D. $4x=8$

4. 若 a 是两位数，b 是一位数（$b\neq 0$），如果把 b 放置于 a 的左边组成一个三位数，这个三位数是（　　）

A. ba　　B. $b+a$

C. $10b+a$　　D. $100b+a$

5. 一项工程甲队单独做需用 m 天，乙队单独做需用 n 天，如果两队合做这项工程所需天数是（　　）

A. $\frac{m+n}{2}$　　B. $\frac{1}{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}$

C. $m+n$　　D. $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$

6. 甲、乙两地相距 x km，小刚原计划 a h 到达，现在要提前 2 h 到达，那么每小时需多走（　　）

A. $\left(\frac{x}{2}-\frac{x}{a-2}\right)$ km　　B. $\left(\frac{x}{a-2}-\frac{x}{a}\right)$ km

C. $\left(\frac{x}{a+2}-\frac{x}{a}\right)$ km　　D. $\left(\frac{x}{a}-\frac{x}{a+2}\right)$ km

7. 2002 年中国足球队首次获得世界杯决赛阶段的参赛权．被分在同一个小组的四个球队将进行单循环比赛，请你计算在一个小组中需要总共进行（　　）场比赛，才能最终决定小组出线权，参加后一阶段的比赛．

A. 3　　B. 6　　C. 8　　D. 9

8. 用语言叙述 $\frac{3}{4}(m+n)$ 表示的数量关系中，表达不正确的是（　　）

A. $\frac{3}{4}$ 与 $m+n$ 的积

B. m 与 n 的和的 $\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{4}$ 乘 m 加 n

D. $\frac{3}{4}$ 与 m 加上 n 的和的积

9. 如果 a 个人 b 天，做 c 个零件，那么 b 个人用同样的速度，做 a 个零件所需要的天数是（　　）

A. $\frac{a^2}{c}$　　B. $\frac{c}{a^2}$　　C. $\frac{c^2}{a}$　　D. $\frac{a}{c^2}$

10. 按规律找数，规律为 $4+0.2$，$8+0.3$，$12+0.4$，则第四个数为（　　）

A. $12+0.5$　　B. $16+0.4$

C. $16+0.5$　　D. 不能确定

11. 为适应国民经济持续快速协调的发展，自 2004 年 4 月 18 日起，全国铁路实施第五次提速，提速后，火车由天津到上海的时间缩短了 7.42 小时．若天津到上海的路程为1 326千米，提速前火车的平均速度为 x 千米/时，提速后火车的平均速度为 y 千米/时，则 x、y 应满足的关系式是（　　）

A. $x-y=\frac{1\,326}{7.42}$

B. $y-x=\frac{1\ 326}{7.42}$

C. $\frac{1\ 326}{x}-\frac{1\ 326}{y}=7.42$

D. $\frac{1\ 326}{y}-\frac{1\ 326}{x}=7.42$

12. 今年我市初中毕业生人数约为12.8万人，比去年增加了9%，预计明年初中毕业生人数将比今年减少9%．下列说法：

①去年我市初中毕业生人数约为$\frac{12.8}{1+9\%}$万人；

②预计明年我市初中毕业生人数将与去年持平；

③预计明年我市初中毕业生人数会比去年多．

其中正确的是（　　）

A. ①②　B. ①③　C. ②③　D. ①

13. 某同学学习了编程后，写了一个关于实数运算的程序：当输入一个数值后，屏幕输出的结果总比该数的平方大1．若该同学按此程序输入$\sqrt{5}$后，把屏幕输出的结果再次输入，则最后屏幕输出的结果为（　　）

A. 6　B. 35　C. 36　D. 37

14. 小亮从一列火车的第m节车厢数起，一直数到第n节车厢（$n>m$），他数过的车厢节数是（　　）

A. $m+n$　　B. $n-m$

C. $n-m-1$　　D. $n-m+1$

二、填空题

1. 比a的倒数小x的数为________．

2. 三个连续偶数，中间的一个为$2n$，则另外两个分别为________和________．

3. 求前n个自然数和的公式是$S_n=\frac{n(n+1)}{2}$，前99个自然数的和S_{99}=________．

4. 今年苹果的价格比去年增长了5%，如果去年的价格是每千克m元，今年的价格是________．

5. 设甲数为x，甲数的平方比乙数少5，则乙数用代数式表示为________．

6. 设乙数为a，甲数的25%与乙数的$\frac{1}{3}$相等，则甲数用代数式表示为________．

7. 1与c的倒数的差的倒数，用代数式表示为________．

8. 当$x=$________，代数式$\frac{3x-1}{4}$的值是0．

9. 某产品共x件，单价为y元，卖出a件后，按原价的9折优惠出售，全部售出（列出代数式）．

（1）共收入________元．

（2）若$x=10$，$a=2$，总收入为92元，则该产品原价为________元．

10. 某厂第一年总产值为a万元，第二年比第一年增产8%，第三年比第二年减少4%，则第三年总产值为________万元．

三、解答题

1. 当$x=5$，$y=2$时，求下列代数式的值．

（1）x^2-y^2；　　（2）$(x+y)(x-y)$；

（3）$(x-y)^2$；　　（4）$x^2-2xy+y^2$；

（5）$(x-y)(2x-y)$；　（6）$2x^2-3xy+y^2$．

2. 在高处让一个石子由静止开始落下，它落下的高度与时间有下面的关系：

时间t（s）	1	2	3	4	5	…
高度h（m）	5×1	5×4	5×9	5×16	5×25	…

推测一下用t表示h的公式，利用你的公式计算从静止开始，经过2.5 s，石子落下多少米？

3. 据报载，科学研究得出由父母身高预测子女身高的公式：若父亲身高为a m，母亲身高为b m，则儿子成年的身高$\approx\frac{a+b}{2}\times$

1.08 m，女儿成年的身高≈$\frac{0.9a+b}{2}$ m. 若七年级男生王平的父亲身高为1.76 m，母亲身高为 1.64 m，试着估测王平成年后身高为多少米？（精确到 1 cm）

4. 小明在计算 $25-x$ 时，误将“－”看成“＋”，结果得到 $25+x=40$，$25-x$ 的正确答案应该是多少？

5. 矩形的长比宽的 2 倍还多 10 m.

（1）若矩形的宽为 x m，写出求矩形的周长 y 的公式．

（2）若矩形的长为 x m，写出求矩形的周长 y 的公式．

（3）若矩形的周长为 128 m，求这个矩形的面积 S 的值.

6. 足球比赛的记分规则为：胜一场得 3 分，平一场得 1 分，输一场得 0 分，一支足球队在某个赛季中共需比赛 14 场，现已比赛了 8 场，输了 1 场，得 17 分.

请问：

（1）前 8 场比赛中，这支球队共胜了多少场？

（2）这支球队打满 14 场比赛，最高能得多少分？

（3）通过对比赛情况的分析，这支球队打满 14 场比赛，得分不低于 29 分，就可以达到预期的目标，请你分析一下，在后面的 6 场比赛中，这支球队至少要胜几场，才能达到预期的目标？

7. 计算：

$\frac{22\times22}{1+2+1}=$ ________；

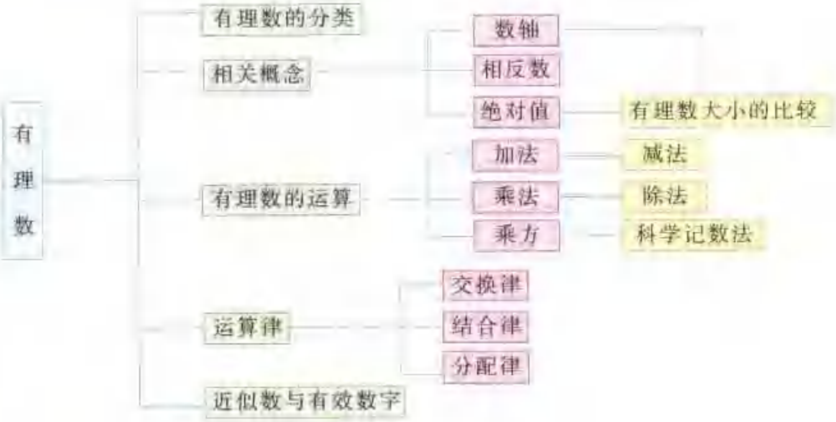
$\frac{333\times333}{1+2+3+2+1}=$ ________；

$\frac{4\,444\times4\,444}{1+2+3+4+3+2+1}=$ ________.

由此你可以猜想出哪些类似的等式？

第二单元　有理数

知识网络



重点难点

表 2－1

有理数的分类	（1）有理数包括正有理数、零和负有理数，正有理数包括正整数和正分数，负有理数包括负整数和负分数，即 $\text{有理数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{正分数}\end{cases}\\\text{零}\\\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$ （2）因为正整数、零和负整数统称整数，正、负分数统称分数，所以有理数还可以这样分类： $\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\left.\begin{matrix}\text{正整数}\\\text{零}\end{matrix}\right\}\text{自然数}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$

续表

有理数的分类	（3）整数都可以写成分母是 1 的分数，这时分数包括整数，本章中的分数是指不包括整数的分数. （4）因为整数也可以写成有限小数，例如 $12=12.0$，分数可以写成有限小数或无限循环小数，例如 $1\frac{1}{8}=1.125$，$-\frac{2}{3}=-0.666\cdots$，所以有理数可以用有限小数或无限循环小数表示. （5）因为有限小数可以看成是以 0 为循环节的无限循环小数，所以有理数又可以用无限循环小数表示. （6）但是在初中阶段还是以（1）（2）的叙述为准

表 2—2

数轴概念	数轴是规定了原点、正方向和单位长度的直线（以上三者缺一不可），又叫做数轴的三要素
相反数的概念	只有符号不同的两个数互为相反数．相反数是相互的，如果 a 是 b 的相反数，那么 b 也是 a 的相反数
相反数的读法	数 a 的相反数用“$-a$”表示，这里的“$-$”号表示相反数，“$-a$”读作 a 的相反数
相反数和绝对值之间的关系	（1）一个数由符号和绝对值两部分构成，只有符号不同，是指符号相反，绝对值相等．在相反数的定义里，避开绝对值是因为绝对值的定义是描述性的，它是用相反数来定义绝对值的，因此不能再用绝对值来定义相反数，否则便陷入了逻辑循环的怪圈. （2）如果 a，b 两数互为相反数，则 $a+b=0$，反之亦然，这也可以作为相反数的定义
绝对值的含义	正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值还是零，即 $\lvert a \rvert=\begin{cases} a \ （当 a>0 时）, \\ 0 \ （当 a=0 时）, \\ -a \ （当 a<0 时）. \end{cases}$ 一个数 a 的绝对值 $\lvert a \rvert$ 的几何意义是：数轴上表示数 a 的点到原点的距离
去绝对值符号的方法	当 a 为任何数时，总有 $\lvert a \rvert \geqslant 0$，即 $\lvert a \rvert$ 是一个非负数，在初中阶段，另外两个常见的非负数是平方数 a^2 和算术平方根 $\sqrt{a}$ $(a\geqslant 0)$. 由绝对值的定义还可以知道绝对值符号“$\lvert\quad\rvert$”相当于一个正括号“$+(\quad)$”或负括号“$-(\quad)$”，当绝对值符号内的数是正数时它是正括号，当绝对值符号内的数是负数时它是负括号．例如：若 $x>y$，则 $\lvert x-y \rvert=+(x-y)=x-y$；若 $x<y$，则 $\lvert x-y \rvert=-(x-y)=y-x$

表 2—3

有理数大小的比较	（1）任何一个有理数总可以用数轴上的一个点来表示．将两个有理数用数轴上的两个点表示出来以后，右边的点表示的有理数较大. （2）根据这个道理可知任何一个正数总大于零，零大于任何一个负数，进而，正数大于任何一个负数. （3）两个正数，绝对值较大的数较大，两个负数，绝对值较大的数反而小. （4）通常，我们还用判断两数差的符号的方法来比较两数的大小．方法是：若 $a-b>0$（是正数），则 $a>b$；若 $a-b=0$，则 $a=b$；若 $a-b<0$（是负数），则 $a<b$．这种方法又叫“比较法”，在以后的学习中会经常用到

表2—1

有理数的加法	（1）有理数的加法是有理数运算的基础，是重点中的重点．根据两个加数符号的同异，要对这两个数的绝对值进行加法或减法运算，另外还有和的符号的选择问题，因此它又是一个难点． （2）有理数加法法则： ①同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加； ②绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值．互为相反数的两个数相加得0； ③一个数同0相加，仍得这个数． （3）根据加法交换律和结合律，当加数的个数较多时，可以调整运算的顺序以达到简化计算的目的．常见的方法有： ①先将相同符号的加数结合起来分别相加，可减少实际上的减法运算的次数（只在最后进行一次减法运算）； ②利用互为相反数的两数的和为零来简化计算； ③若加数是分数，则要将分母相同或相近的加数先结合起来计算，以避免较复杂的通分． （4）加法满足交换律与结合律
有理数的减法	（1）减法运算的要点是根据减法与加法互为逆运算的道理，将减法运算化为加法来进行． （2）减法的法则是："减去一个数，等于加上它的相反数"，它的要点是： ①被减数不变； ②减号变加号； ③减数变为相反数． 也可以简单地归纳为"减负等于加正、减正等于加负"． （3）把减号"−"与后面的括号合起来，可以看成一个负括号．按照去括号的法则能简化运算，例如： $(+3)-(-4)+(+5)-(+6)=3+4+5-6$． 这里，第一个括号和第三个括号是正括号，第二个括号和第四个括号是负括号．去掉正括号的各项不变号；去掉负括号的各项都变号
有理数的加、减法混合运算	在进行加法与减法的混合运算时，首先利用减法的运算法则将减法变为加法，这样便将有理数的加法与减法的混合运算转化为"连加"运算了，然后将加号和各加数的括号省去，这样从形式上看与小学里的加减混合运算完全一样了． 上面的式子也叫"代数和"，它的读法有两种：第一种读法是将原来省去的加号全读出来，而将式子中的"+""−"看进行性质符号，读作"正""负"号；第二种读法是将式子中出现的"+""−"号理解为运算符号，读作"加上""减去"．其运算的结果是相等的．例如： $(+3)+(-2)-(-4)-(+5)$ ①有理数的加减混合运算 $=(+3)+(-2)+(+4)+(-5)$ ②减法化为加法后，变为有理数的连加运算 $=3-2+4-5$ ③省去加号和括号 ③式的读法：第一种是按②式读作：正3加上负2再加上正4再加上负5；第二种就是小学的读法：3减去2加上4再减去5

表 2－5

有理数的乘法	（1）两个都不为零的有理数相乘的法则是“同号得正，异号得负，并把绝对值相乘”. （2）零与任何数相乘都得零. （3）三个以上的都不等于零的有理数相乘，积的符号由负因数的个数决定．当负因数的个数为奇数时，积为负；当负因数的个数为偶数时，积为正. （4）几个有理数相乘，只要有一个数为零，则积为零. （5）乘数是带分数时，一般都要写成假分数. （6）有理数的乘法满足交换律、结合律以及乘法对加法（减法）的分配律. 即 $ab=ba$；$(ab)c=a(bc)$；$a(b\pm c)=ab\pm ac$. （7）乘法的分配律也是去括号的理论依据．因为当 $a=1$ 时，相当于括号前是“＋”号；当 $a=-1$ 时，相当于括号前是“－”号. （8）将分配律逆向使用，实际上就是用提取公因式法分解因式，因此提取公因式的理论依据也是乘法分配律
有理数的除法	（1）与减法可以化为加法一样，除法也可以化为乘法，法则是“除以一个数等于乘这个数的倒数”，即 $a\div b=a\cdot\frac{1}{b}$ $(b\neq0)$．它的要点也是三条： ①被除数不变； ②除号变乘号； ③除数变为倒数. （2）既然除法可以化为乘法，并且一个数与它的倒数的符号相同，所以除法的符号法则与乘法完全相同，即“两个不为零的数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除”. （3）零不能作除数，但可以作被除数，零除以任何不为零的数仍得零．除法不满足交换律，也不满足结合律，但当被除数是和或差时满足分配律，即 $(a\pm b)\div c=a\div c\pm b\div c$ $(c\neq0)$. （4）相除经常写成分式的形式，例如，将上式写成$\frac{a\pm b}{c}=\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}$ $(c\neq0)$

表 2－6

有理数的乘方	（1）与乘法是加法的简便运算一样，乘方是乘法的简便运算，因数相同的乘法运算写成乘方比较简捷. （2）求几个相同因数的积的运算叫做乘方，乘方的结果叫做幂. （3）根据乘法的符号法则，正数的任何次幂都是正数；负数的偶次幂是正数，负数的奇次幂是负数；零的任何次幂仍是零. （4）把一个大于 10 的数写成“$a\times10^n$”的形式，其中 n 是正整数，a 是整数位数只有一位的整数或有限小数，即 $1\leq a<10$．例如：$6\ 370=6.37\times10^3$，这样的记数方法叫做科学记数法．它的好处首先是清楚、准确、不易出错，其次是容易确定精确度