Xin Ke Biao Mingshi Da Ketang 高中课时同步

新课标
名师
大课堂

# 高中数学

·必修4·

与人教版教材配套

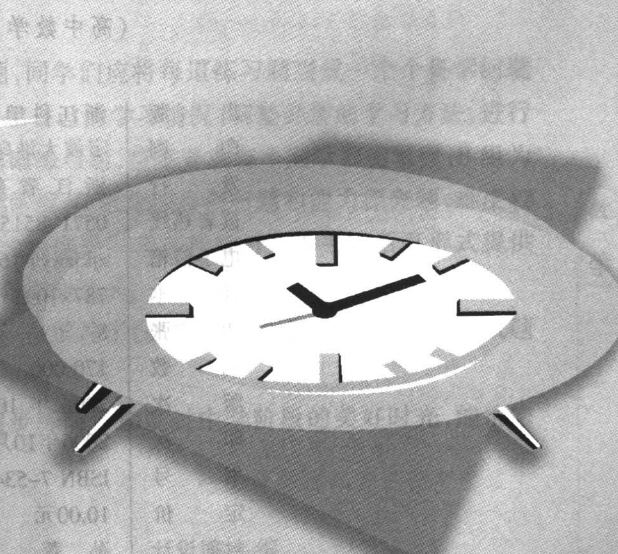
浙江科学技术出版社

与人教版教材配套

# 新课标
# 名师大课堂

## 高中数学·必修4

高中课时同步



浙江科学技术出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

新课标名师大课堂. 高中数学. 必修 4/ 龚德行等主编. —杭州:浙江科学技术出版社,2006.10

ISBN 7-5341-1903-0

Ⅰ.新… Ⅱ.龚… Ⅲ. 数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 127950 号

**本书主审** 陈翔雁 黄益琨 徐跃文 叶事一

**本书主编** 龚德行 徐海之 来国平 吴国建

**本书副主编** 章朝明 王俊秋 胡国新 卢长明

**本书编委** (按姓氏笔画为序)

王俊秋 王红维 王林祥 卢长明 叶利民 来国平
叶事一 张建明 杨金国 吴国建 陆武江 欧阳世文
陈翔雁 罗槐珍 周远新 胡正儒 胡国新 俞红兴
徐海之 高　云 黄益琨 盛寿林 龚德行 章朝阳
舒林军 蔡　明

新课标名师大课堂

(高中数学·必修 4)

| | |
|---|---|
| 出　版 | 浙江科学技术出版社出版 |
| 印　刷 | 宁波大港印务有限公司 |
| 发　行 | 浙江省新华书店发行 |
| 读者热线 | 0571-85158774 |
| 电子信箱 | zjkjzwy@163.com |
| 开　本 | 787×1092　1/16 |
| 印　张 | 8 |
| 字　数 | 170 000 |
| 版　次 | 2006 年 10 月 第 1 版 |
| 印　次 | 2006年10月第1次印刷 |
| 书　号 | ISBN 7-5341-1903-0 |
| 定　价 | 10.00元 |
| 封面设计 | 孙　菁 |
| 责任编辑 | 周伟元 |

# 前 言

《新课标名师大课堂·高中数学》同步练旨在把课内的学习与课外的巩固提高有机地结合起来，通过课内外的学习，使学生的能力得到提高。

通过对学生学习情况的调查，根据数学学科的特点和同学们对辅导教材的要求，本书依据《普通高中数学课程标准(实验)》和《浙江省普通高中新课程实验学科教学指导意见》中数学教学要求编写，按人教版高中数学新教材章节同步设置了三个栏目，力求体现以下几个鲜明特色。

基础性。在“学法引导”栏目中，设置了知识点构建和重难点剖析两个内容,较好体现了新教材的基本要求,把握了新教材学习主动脉。

技巧性。在“学法引导”栏目中，用精练的文字引导同学们明确采用某种方法的理由，诱导同学们对学习方法的思考和学习问题的探究。在对知识和能力进行整体把握的基础上，避开枯燥的讲述，采用提示式编写，对关键的概念、重要的知识点和方法，以填空的形式出现。在该栏目的后面提供参考答案，同学们在填空时可以结合参考答案理解教材内容。

针对性。学习中之所以存在难点，是因为同学们不知道难点难在何处，不知道如何去克服。“重难点剖析”栏目在指出难点之处的同时，尽量做一些启发性的分析，提示同学们应如何克服这些难点。

示范性。在“解题指导”栏目中，选取不同形式、不同风格的典型例题，深入分析，规范解题，起到示范、解疑释惑的作用，力求展示解题的心理过程，揭示解题的规律，使同学们掌握解题的方法。同学们应先试着对例题的解答，然后解答本书中的习题，这样可以更有效地掌握解题的方法。

同步性。一道好的练习题就是一个科学问题，同学们应将每道练习题当成一个个科学问题来进行探究，提高探究能力。通过适当的练习，反思自己的学习情况，调整必要的学习方法，进行更有效的学习。本书将练习题分三个组:A 组为基础练习题，难度要求每个同学都能掌握;B 组为能力提高题，难度要求同学能理解，大部分同学能掌握;C 组为综合创新题和能力探究题，难度较高。同学们根据自身的学习情况，在学习了教材的内容后同步进行练习。本书以活页形式提供“同步训练”的参考答案，对综合题和探究题给出必要的提示。

本书在最后为同学们提供了一份期末测试题，在学习了《必修 4》的全部内容后使用。测试题兼顾基础性和综合性，供同学们自我检测。

我们祝愿《新课标名师大课堂·高中数学》同步练能伴您度过中学阶段的美好时光，能帮您出色完成学业。

主　编

2006 年 10 月

# 目 录

# 第1章　三角函数

## 1.1　任意角和弧度制

### 1.1.1　任意角

**学法引导**

**一、知识点构建**

**1**. 规定：按逆时针方向旋转形成的角叫做________. 按顺时针方向旋转形成的角叫做________. 如果一条射线没有作任何旋转，我们称它形成了一个________.

**2**. 任意角包括______、______、______.

**3**. 角的顶点与原点重合，角的始边与 $x$ 轴的非负半轴重合，那么角的终边在第几象限,我们就说这个角是第几________.

**4**. 所有与角 $\alpha$ 终边相同的角，连同 $\alpha$ 在内,构成一个集合_______,即任一与角 $\alpha$ 终边相同的角都可表示成角 $\alpha$ 与整数个周角的和.

**【答】** 1. 正角，负角，零角　2. 正角,负角,零角　3. 象限角　4. $S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$.

**二、重难点剖析**

**1**. 正、负角的规定,类似于正、负数的规定,正、负角只是用来表示具有相反意义的旋转量,其正负规定是出于习惯. 如果一条射线没有作任何旋转(即旋转量为 0),那么它形成一个零角,零角就像实数 0 无正负一样.

**2**. 引入象限角主要是为了今后便于讨论三角函数. 应注意角与直角坐标系的关系——角的顶点与原点重合,角的始边与 $x$ 轴的非负半轴重合,在这前提下才能对象限角进行定义. 终边落在坐标轴上是一种“边界”状态,因此规定它不属于任何一个象限.

**3**. 从终边相同的角概念中应认识到:$k\in\mathbf{Z}$;$\alpha$ 是任意角;终边相同的角不一定相等,终边相同的角有无限多个,它们相差 360°的整数倍.

**解题指导**

**例 1**　与$-463^\circ$角终边相同的角为($k\in\mathbf{Z}$)(　　)

A. $k\cdot360^\circ+463^\circ$　　B. $k\cdot360^\circ+103^\circ$

C. $k\cdot360^\circ+257^\circ$　　D. $k\cdot360^\circ-257^\circ$

**【分析】**　因$-463^\circ=-2\cdot360^\circ+257^\circ$在 0°~360°范围内，故与$-463^\circ$角终边相同的角是 257°.

**【答】**　C.

**名师点拨**

正确理解终边相同的角概念.

**例 2**　如果角 $\alpha$ 与 $x+45^\circ$具有相同的终边,角 $\beta$ 与 $x-45^\circ$具有相同的终边,那么 $\alpha$ 与 $\beta$ 之间的关系是(　　)

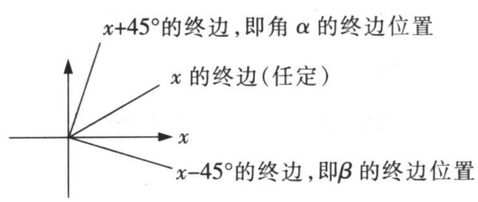
A. $\alpha+\beta=0^\circ$　　B. $\alpha-\beta=0^\circ$

C. $\alpha+\beta=k\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$

D. $\alpha-\beta=k\cdot360^\circ+90^\circ(k\in\mathbf{Z})$

**【解法 1】**　$\alpha=k_1\cdot360^\circ+x+45^\circ$，$\beta=k_2\cdot360^\circ+x-45^\circ$ 即 $\alpha-\beta=(k_1-k_2)\cdot360^\circ+90^\circ$,所以选 D.

**【解法 2】**　本题最好通过画图来反映,如下图可知 $\alpha$ 的终边与 $\beta$ 的终边位置相垂直.




**名师点拨**

正确理解终边相同的角概念,寻求角 $\alpha$ 与 $\beta$ 之间的终边关系,最好利用图形通过数形结合来直观地解决问题.

数学

同步训练

A 组

1. 下列角中终边与 330°角相同的是(　　)

A. 30°　　B. −30°

C. 630°　　D. −630°

2. 终边落在 $x$ 轴上的角的集合是(　　)

A. $\{\alpha\,|\,\alpha=k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\alpha\,|\,\alpha=(2k+1)\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha\,|\,\alpha=k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha\,|\,\alpha=k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$

3. 若 $\alpha$ 是第四象限角，则 $180°-\alpha$ 一定是(　　)

A. 第一象限角　B. 第二象限角

C. 第三象限角　D. 第四象限角

4. 若 $\alpha$ 是第一象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是(　　)

A. 第一象限　　B. 第一或二象限

C. 第一或三象限　　D. 第一或四象限

5. 与 −453°角终边相同的角为($k\in\mathbf{Z}$)(　　)

A. $k\cdot360°+463°$

B. $k\cdot360°+103°$

C. $k\cdot360°+267°$

D. $k\cdot360°-257°$

6. 写出 −720°到 720°之间与 −1050°终边相同的角的集合 ______.

7. 当 $k$=______ 时，集合 $\{\beta\,|\,\beta=k\cdot360°-20°,k\in\mathbf{Z}\}$ 所表示的角在 −360°~0°之间.

8. 终边在第一、三象限角平分线的角的集合是 ______.

B 组

1. 把 −1845°转化为 $\alpha+k\cdot360°(0°\leqslant\alpha<360°,k\in\mathbf{Z})$ 的形式是(　　)

A. $45°-4\times360°$

B. $-45°-4\times360°$

C. $-45°-5\times360°$

D. $315°-6\times360°$

2. 若 $\alpha$ 为锐角，$k\cdot180°+\alpha(k\in\mathbf{Z})$ 所在象限是(　　)

A. 第一象限

B. 第一、二象限

C. 第一、三象限

D. 第一、四象限

3. 把 −495°表示成 $k\cdot360°+\theta(k\in\mathbf{Z})$ 的形式，使 $|\theta|$ 最小的 $\theta$ 值是(　　)

A. −135°　　B. −45°

C. 45°　　D. 135°

4. 给出下列四个命题：

①−75°是第四象限角；

②225°是第三象限角；

③475°是第二象限角；

④−315°是第一象限角，

其中正确的命题有(　　)

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

5. 已知 $A$={第一象限角}，$B$={锐角}，$C$={小于 90°的角}，则下列关系式正确的是(　　)

A. $A=B=C$　　B. $A\subsetneqq B$

C. $A\cap C=B$　　D. $B\cup C=C$

6. 已知 $\alpha$ 为锐角，$9\alpha$ 角的终边落在 $y$ 轴上，则 $\alpha$=______.

## 1.1.2　弧度制

### 学法引导

**一、知识点构建**

**1.** 1 度角等于周角的 $\frac{1}{360}$. 用度作为单位来度量角的单位制叫做__________.

**2.** 把长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做__________.

**3.** 正角的弧度数是________,负角的弧度数是_______,零角的弧度数是_______. 如果半径为 $r$ 的圆的圆心角 $\alpha$ 所对的弧长为 $l$,那么,角 $\alpha$ 的弧度数的绝对值是_________.

【答】**1.** 角度制　**2.** 1 弧度的角　**3.** 正数,负数,0,$|\alpha|=\frac{l}{r}$

**二、重难点剖析**

**1.** 角度制与弧度制是度量角的两种不同度量制,弧度制是以"弧度"为单位来度量角的单位制,角度制是以"度"为单位来度量角的单位制. 无论是以"弧度"还是以"度"为单位,角的大小都是一个与半径大小无关的定值.

**2.** 角的概念推广后,无论是角度制还是弧度制,都能在角的集合与实数集 **R** 之间建立一一对应关系,即每个角都有惟一实数与它对应,同时每个实数也都有惟一的一个角与它对应.

### 解题指导

**例 1**　集合 $\left\{\alpha \,\middle|\, \alpha=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{5},\ k\in\mathbf{Z}\right\}\cap\{\alpha \mid -\pi<\alpha<\pi\}$ 为(　　)

A. $\left\{-\frac{\pi}{5},\frac{3\pi}{10}\right\}$

B. $\left\{-\frac{7\pi}{10},\frac{4\pi}{5}\right\}$

C. $\left\{-\frac{\pi}{5},\frac{3\pi}{10},-\frac{7\pi}{10},\frac{4\pi}{5}\right\}$

D. $\left\{\frac{3\pi}{10},-\frac{7\pi}{10}\right\}$

【分析】 $\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{5}=\frac{(5k-2)\pi}{10}$,由 $-\pi<\frac{(5k-2)\pi}{10}<\pi$ 可得:$-\frac{8}{5}<k<\frac{12}{5}$,∴ $k=-1,0,1,2$.

【答】 C.

**名师点拨**

可以在数轴上取公共部分.

**例 2**　已知 $\alpha$ 是第二象限角,且 $|\alpha+2|\leqslant 4$,则 $\alpha$ 的集合是____________.

【分析】 ∵ $\alpha$ 是第二象限角,

∴ $\frac{\pi}{2}+2k\pi<\alpha<\pi+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$.

∵ $|\alpha+2|\leqslant 4$, ∴ $-6\leqslant\alpha\leqslant 2$.

当 $k=-1$ 时,$-1.5\pi<\alpha<-\pi$; 当 $k=0$ 时,$0.5\pi<\alpha\leqslant 2$;当 $k$ 为其他整数时,满足条件的角 $\alpha$ 不存在.

【答】 $(-1.5\pi,-\pi)\cup(0.5\pi,2]$.

**名师点拨**

可以利用图形,通过数形结合来直观地解决问题.

**例 3**　等腰三角形的两个角的比为 2:3,试求此三角形顶角与底角的弧度数.

【分析】 关键要理解:顶角:底角=2:3;也可以理解为顶角:底角=3:2. 这是对条件理解的严密性、灵活性.

【解】 设顶角为 $\alpha$,底角为 $\beta$

(1)若 $\alpha:\beta=2:3$,设 $\alpha=2k,\beta=3k$.

∵ $\alpha+2\beta=\pi$,即 $2k+6k=\pi$,

∴ $k=\frac{\pi}{8}$, ∴ $\alpha=\frac{\pi}{4}$, $\beta=\frac{3\pi}{8}$,

∴ 顶角与底角分别为 $\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{8}$.

(2)若 $\alpha:\beta=3:2$,设 $\alpha=3k$, $\beta=2k$,

∵ $\alpha+2\beta=\pi$, ∴ $3k+4k=\pi$,

∴ $k=\frac{\pi}{7}$, ∴ $\alpha=\frac{3\pi}{7}$, $\beta=\frac{2\pi}{7}$,

∴ 顶角与底角分别为 $\frac{3\pi}{7},\frac{2\pi}{7}$.

**名师点拨**

本题易考虑一种情况,从而造成漏解.

## A 组

1. 下列各角中与 240°角终边相同的角为(　　)

A. $\frac{2\pi}{3}$　　B. $-\frac{5\pi}{6}$

C. $-\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{7\pi}{6}$

2. 一条弦长等于半径的$\frac{1}{2}$，这条弦所对的圆心角为(　　)

A. $\frac{\pi}{6}$弧度　　B. $\frac{\pi}{3}$弧度

C. $\frac{1}{2}$弧度　　D. 以上都不对

3. 已知 $\alpha=-3$,则 $\alpha$ 是(　　)

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

4. 角 $\alpha$ 在区间$\left(-3\pi,-\frac{5\pi}{2}\right)$内,则角 $\alpha$ 所在象限是(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

5. 若 $\alpha$ 与$\frac{5\pi}{4}$的终边相同，且$-3\pi<\alpha<-\pi$,则 $\alpha=$________.

6. 若圆的半径变为原来的$\frac{1}{2}$,而弧长不变,则该弧所对的圆心角是原来的________.

7. 半径为 $a(a>0)$的圆中,$\frac{\pi}{6}$弧度圆周角所对的弧长是________，长为 $2a$ 的弧所对的圆周角为________弧度.

## B 组

1. 将分针拨慢 10 分钟,则分针转过的弧度数是(　　)

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $-\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{5}$　　D. $-\frac{\pi}{5}$

2. 半径为 $\pi$cm,中心角为 120°所对的弧长是(　　)

A. $\frac{\pi}{3}$cm　　B. $\frac{\pi^2}{3}$cm

C. $\frac{2\pi}{3}$cm　　D. $\frac{2\pi^2}{3}$cm

3. 已知 $A=\{\alpha\mid 2k\pi\leqslant\alpha\leqslant(2k+1)\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$, $B=\{\alpha\mid -4\leqslant\alpha\leqslant4\}$,则 $A\cap B=$(　　)

A. $\varnothing$

B. $\{\alpha\mid -4\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$

C. $\{\alpha\mid 0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$

D. $\{\alpha\mid -4\leqslant\alpha\leqslant-\pi$ 或 $0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$

4. 把$-1125°$化成 $\alpha+2k\pi$ $(0\leqslant\alpha<2\pi,k\in\mathbf{Z})$的形式是________.

5. 在直角坐标系中，若 $\alpha$ 与 $\beta$ 的终边关于 $x$ 轴对称,则 $\alpha$ 与 $\beta$ 的关系是________. 若关于 $y$ 轴对称，则 $\alpha$ 与 $\beta$ 的关系是________，若终边关于原点对称，则 $\alpha$ 与 $\beta$ 的关系是________.

6. $\sin\frac{\pi}{3},\cos\frac{\pi}{3},\tan\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}$的大小关系是______.

7. 已知 $\alpha=1690°$,

(1)把 $\alpha$表示成 $2k\pi+\beta$ 的形式,其中 $k\in\mathbf{Z}$, $\beta\in[0,2\pi]$;

(2)求 $\theta$,使 $\theta$与 $\alpha$的终边相同,且 $\theta\in(-4\pi,-2\pi)$.

8. 直径为 10cm 的轮子上有一长为 6cm 的弦，$P$是该弦的中点，轮子以每秒 5 弧度旋转，问经过 5s,点 $P$经过的弧长是多少?

课时同步　数学

## 单元测试

### 一、选择题

1. 下列角中终边与390°相同的角是(　　)

A. $-30°$　　B. $630°$

C. $30°$　　D. $-630°$

2. 若角 $\alpha$ 终边在第二象限,则 $\pi-\alpha$ 所在的象限是(　　)

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

3. 把 $-1485°$ 转化为 $\alpha+k\cdot360°$ $(0°\leqslant\alpha<360°, k\in\mathbf{Z})$ 的形式是(　　)

A. $45°-4\times360°$

B. $-45°-4\times360°$

C. $-45°-5\times360°$

D. $315°-5\times360°$

4. 已知集合 $M=\left\{x\mid x=k\cdot\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$, $N=\left\{x\mid x=k\pi\pm\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$,则(　　)

A. 集合 $M$ 是集合 $N$ 的真子集

B. 集合 $N$ 是集合 $M$ 的真子集

C. $M=N$

D. 集合 $M$ 与集合 $N$ 之间没有包含关系

5. 下列命题是真命题的是(　　)

A. 三角形的内角必是第一、二象限内的角

B. 第一象限的角必是锐角

C. 不相等的角终边一定不同

D. $\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360°\pm90°, k\in\mathbf{Z}\}=\{\alpha\mid\alpha=k\cdot180°+90°, k\in\mathbf{Z}\}$

6. 若 $\alpha=-6$,则 $\alpha$ 的终边在(　　)

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

7. 已知角 $2\alpha$ 的终边在 $x$ 轴的上方,那么 $\alpha$ 是(　　)

A. 第一象限角

B. 第一、二象限角

C. 第一、三象限角

D. 第一、四象限角

8. 若2弧度的圆心角所对的弧长为4cm,则这个圆心角所夹的扇形的面积是(　　)

A. $4\text{cm}^2$　　B. $2\text{cm}^2$

C. $4\pi\text{cm}^2$　　D. $2\pi\text{cm}^2$

### 二、填空题

9. 将下列弧度转化为角度:

(1) $\frac{\pi}{12}=$______°;

(2) $-\frac{7\pi}{8}=$______° ______′;

(3) $\frac{13\pi}{6}=$______°.

10. 与1991°角终边相同的最小正角是______,绝对值最小的角是______.

11. 将分针拨快10分钟,则分针转过的弧度数是______.

12. 在0°到360°范围内,与−60°角的终边在同一条直线上的角为______.

数学

三、解答题

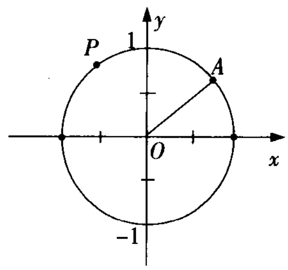
13. 求所有与所给角终边相同的角的集合，并求出其中的最小正角，最大负角：

(1) $-210°$;

(2) $-1484°37'$.

14. 已知一个扇形的周长是 6cm，该扇形的中心角是 1 弧度，求该扇形的面积.

15. 见下图，点 $A$ 在半径为 1 且圆心在原点的圆上，且设 $\angle AOx$，点 $P$ 从点 $A$ 出发，按逆时针方向等速地沿单位圆周旋转，已知 $P$ 在 1 秒钟内转过的角度为 $\theta(0°<\theta<180°)$，经过 2 秒钟到达第三象限，经过 14 秒钟后又回到出发点 $A$，求 $\theta$.



# 1.2　任意角的三角函数

## 1.2.1　任意角的三角函数(1)

**学法引导**

**一、知识点构建**

**1.** 在直角坐标系中，我们称以原点 $O$ 为圆心，以________为半径的圆为单位圆.

**2.** 设 $\alpha$ 是任意角，它的终边与单位圆交于点 $P(x,y)$，那么(1)$y$ 叫做 $\alpha$ 的________，记作 $\sin\alpha$. (2)$x$ 叫做 $\alpha$ 的________，记作 $\cos\alpha$. (3)$\frac{y}{x}$ 叫做 $\alpha$ 的________，记作 $\tan\alpha$.

**3.** 三角函数 $\sin\alpha$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，值域为________；三角函数 $\cos\alpha$ 的定义域为________，值域为 $[-1,1]$；三角函数 $\tan\alpha$ 的定义域为________，值域为 $\mathbf{R}$.

**4.** 象限符号：正弦第一、二象限为______，第三、四象限为________；余弦第一、四象限为________，第二、三象限为________；正切第一、三象限为______，第二、四象限为________.

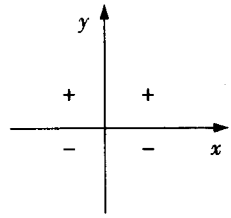
**5.** 诱导公式：$\sin(\alpha+k\cdot 2\pi)=$______；$\cos(\alpha+k\cdot 2\pi)=$______；$\tan(\alpha+k\cdot 2\pi)=$______，其中 $k\in\mathbf{Z}$.

【答】1. 单位长度　2. 正弦，余弦，正切　3. $[-1,1]$，$\mathbf{R}$，$\left\{x\left|x\in\mathbf{R},x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$　4. 正，负，正，负，正，负　5. $\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$

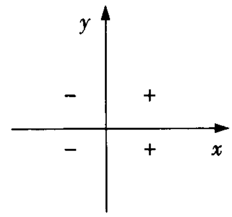
**二、重难点剖析**

**1.** 熟练掌握三种三角函数的定义. 也可以用角 $\alpha$ 的终边上不同于原点的任意一点的坐标来定义三角函数：设 $\alpha$ 是一个任意大小的角，角 $\alpha$ 的终边上任一点 $P$ 的坐标是 $(x,y)$，它与原点的距离是 $r(r=\sqrt{x^2+y^2}>0)$，则比值 $\frac{y}{r}$，$\frac{x}{r}$，$\frac{y}{x}$ 分别叫做角 $\alpha$ 的正弦、余弦、正切，分别记作：____________________.

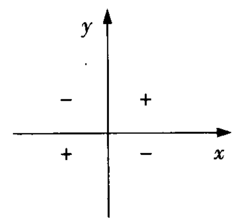
**2.** 掌握这三种三角函数的定义域和值域，尤其是正切的定义域要记住. 利用下图记住三角函数的象限符号：




$\sin\alpha$




$\cos\alpha$




$\tan\alpha$

**解题指导**

**例 1**　已知角 $\alpha$ 的终边上有一点 $P(3t,4t)(t\neq 0)$，求角 $\alpha$ 的三种三角函数的值.

【解】$\because$ $x=3t$，$y=4t$，

$\therefore$ $r=\sqrt{(3t)^2+(4t)^2}=5|t|$，

当 $t>0$ 时，$r=5t$，

因此 $\sin\alpha=\frac{4t}{5t}=\frac{4}{5}$，

$\cos\alpha=\frac{3t}{5t}=\frac{3}{5}$，

$\tan\alpha=\frac{4t}{3t}=\frac{4}{3}$；

当 $t<0$ 时，$r=-5t$，

因此 $\sin\alpha=\frac{4t}{-5t}=\frac{4}{-5}$，

$\cos\alpha=\frac{3t}{-5t}=\frac{3}{-5}$，

$\tan\alpha=\frac{4t}{3t}=\frac{4}{3}$.

**名师点拨**

在直接利用定义求三角函数的值时，因为 $r$ 是正的，所以对 $t$ 要进行讨论.

**例 2** 解答下列问题：

(1)判断 $\tan\left(-\frac{17\pi}{6}\right)$ 的符号；

(2)若 $\tan x\cdot\sin x<0$，且 $\tan x\cdot\cos x<0$，那么角 $x$ 是(　　)

A. 第一象限角

B. 第二象限角

C. 第三角限角

D. 第四象限角

【分析】 判断三角函数的值的符号，一般先确定角所在的象限.

(1) ∵ $-\frac{17\pi}{6}=-4\pi+\frac{7\pi}{6}$，且 $\frac{7\pi}{6}$ 是第三象限角，

∴ $-\frac{17\pi}{6}$ 是第三象限角，

∴ $\tan\left(-\frac{17\pi}{6}\right)>0$.

(2) 当 $x$ 在第一象限时，$\sin x>0$，$\cos x>0$，$\tan x>0$，故 A 不正确.

同理可以验证当 $x$ 在第二、四象限时，也不符合题设，故 B、D 也不正确.

当 $x$ 在第三象限时，$\sin x<0$，$\cos x<0$，$\tan x>0$，故角 $x$ 是第三象限的角. 应选 C.

【答】 C.

**名师点拨**

三角函数符号由角所在象限决定，应熟悉三角函数值的符号规律，这点常被初学者忽视导致错误.

**例 3** 求值：

(1)$\sin(-1380°)\cos1110°+\cos(-1020°)\sin750°-\tan405°$；

(2)$\cos\frac{25\pi}{3}+\tan\left(-\frac{15\pi}{4}\right)$.

【解】 (1)原式 $=\sin(60°-4\times360°)\cos(30°+3\times360°)+\cos(60°-3\times360°)\sin(30°+2\times360°)-\tan(45°+360°)=\sin60°\cdot\cos30°+\cos60°\cdot\sin30°-\tan45°=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}-1=0$.

(2)原式 $=\cos\left(8\pi+\frac{\pi}{3}\right)+\tan\left(-4\pi+\frac{\pi}{4}\right)$

$$=\cos\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}.$$

**名师点拨**

利用诱导公式(一)及其特殊角的三角函数值可以化简算式，对特殊值要求熟练掌握，做到“见角就知值，见值就知角”.

**例 4** (1)若 $\theta$ 在第四象限，试判断 $\sin(\cos\theta)\cdot\cos(\sin\theta)$ 的符号.

(2)若 $\frac{\tan(\cos\theta)}{\tan(\sin\theta)}>0$，且 $\sin(\cos\theta)<0$，判断 $\theta$ 所在的象限.

【解】 (1) ∵ $\theta$ 在第四象限，

∴ $0<\cos\theta<1$，$-1<\sin\theta<0$，

∴ $\sin(\cos\theta)>0$，$\cos(\sin\theta)>0$，

∴ $(\cos\theta)\cdot\cos(\sin\theta)>0$.

(2) 由 $\frac{\tan(\cos\theta)}{\tan(\sin\theta)}>0$，得 $\begin{cases}\tan(\cos\theta)>0,\\ \tan(\sin\theta)<0,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\tan(\cos\theta)<0,\\ \tan(\sin\theta)<0.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0<\cos\theta<1,\\ 0<\sin\theta<1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-1<\cos\theta<0,\\ -1<\sin\theta<0.\end{cases}$

结合 $\sin(\cos\theta)<0$，可知 $\theta$ 在第三象限.

**名师点拨**

熟记三角函数的象限符号，同时还要注意三角函数本身的取值限制.

## A 组

1. $\sin(-660°)$的值是(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 已知角 $\alpha$ 的正切值是 0，那么角 $\alpha$ 的终边在(　　)

A. $x$ 轴上　　B. $y$ 轴上

C. 直线 $y=x$ 上　　D. 直线 $y=-x$ 上

3. 下列三角函数值中为负值的是(　　)

A. $\cos271°$　　B. $\sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$

C. $\tan(-672°10')$　　D. $\tan\frac{11\pi}{3}$

4. 下列命题：

①终边相同的角的同名三角函数的值相同；

②终边不同的角的同名三角函数的值不同；

③若 $\sin\alpha>0$，则 $\alpha$ 是第一、二象限的角；

④若 $\alpha$ 是第二象限的角，且 $P(x,y)$ 是其终边上一点，则 $\cos\alpha=\frac{-x}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

其中正确的命题的个数是(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 若 $\sin\alpha\cos\alpha>0$，且 $\sin\alpha+\cos\alpha<0$，则 $\frac{\sin\alpha}{|\sin\alpha|}+\frac{|\cos\alpha|}{\cos\alpha}$ 等于(　　)

A. 2　　B. 0

C. $-2$　　D. $\pm2$

6. 若角 $\alpha$ 的终边经过 $P(-3,b)$，且 $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，则 $\sin\alpha=$__________.

7. 已知角 $\theta$ 的终边在直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上，则 $\sin\theta=$________；$\tan\theta=$__________.

8. 已知的终边经过 $P(-3\cos\theta,4\cos\theta)$，其中 $\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，求角 $\alpha$ 的三种三角函数值.

## B 组

1. 使 $\lg(\sin\theta\cos\theta)$有意义的角 $\theta$ 是(　　)

A. 第一象限角

B. 第三象限角

C. 第一象限角或第三象限角

D. 以上都不对

2. 设 $A$ 为三角形的一个内角，则①$\sin A$；②$\cos A$；③$\tan A$；④$\tan\frac{A}{2}$ 中只能取正值的是(　　)

A. ①②③　　B. ①

C. ①④　　D. ③④

3. 若三角形的两个内角 $\alpha,\beta$ 满足 $\sin\alpha\cdot\cos\beta<0$，则此三角形的形状是(　　)

A. 锐角三角形

B. 钝角三角形

C. 直角三角形

D. 不能确定

4. 已知角 $\theta$ 终边上一点 $(4a,-3a)$，且 $\sin\theta=$

$\frac{3}{5}$,则 $\tan\theta$=(　　)

A. $-\frac{3}{4}$　　B. $-\frac{4}{3}$

C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

5. $a^2\sin(-1350°)+b^2\tan405°-(a-b)^2\tan765°-2ab\cos(-1080°)$=____________.

6. 如果 $P$ 在角 $\frac{2\pi}{3}$ 的终边上,且 $|OP|=2$,则 $P$ 点的坐标是____________.

7. 若 $\beta\in[0,2\pi)$,且 $|\cos\beta|+|\sin\beta|=\sin\beta-\cos\beta$,则 $\beta$ 的取值范围是(　　)

A. $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$　　B. $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$

C. $\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$　　D. $\left[\frac{3\pi}{2},2\pi\right]$

8. (1) 已知角 $\alpha$ 的终边经过点 $P(4,-3)$,求 $2\sin\alpha+\cos\alpha$ 的值;

(2)已知角 $\alpha$ 的终边经过点 $P(4a,-3a)(a\neq0)$,求 $2\sin\alpha+\cos\alpha$ 的值;

(3)已知角 $\alpha$ 终边上一点 $P$ 与 $x$ 轴的距离和与 $y$ 轴的距离之比为 3:4 (且均不为零),求 $2\sin\alpha+\cos\alpha$ 的值.

## C　组

设函数 $f(x)=a\sin(\pi x+\alpha)+b\cos(\pi x+\beta)$,其中 $a,b,\alpha,\beta$ 都是非零的常数,且满足 $f(2004)=-2$,求 $f(2006)$ 的值.

## 1.2.2　任意角的三角函数(2)

### 学法引导

**一、知识点构建**

**1.** 要熟练记住特殊角的三角函数值，尤其是______________的三种钝角三角函数值，要注意它们的符号.

**2.** 三角函数线：$\alpha$ 的终边交单位圆于 $P(x,y)$ 点，作 $PM\perp x$ 轴于 $M$，过 $A(1,0)$ 点作 $AT\perp OA$ 交射线 $OP$（或 $OP$ 的反向延长线）于 $T$. 则正弦线____$=y=\sin\alpha$，余弦线_____$=x=\cos\alpha$，正切线_______$=\frac{y}{x}=\tan\alpha$（其中的线段是有向线段，正方向指向 $x,y$ 轴的正方向）. 当 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ 时，则有 $\sin\alpha<\alpha<\tan\alpha$.

【答】1. $\frac{2\pi}{3},\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{6}$　2. $MP$，$OM$，$AT$

**二、重难点剖析**

**1.** 特殊角的三角函数值. $0\sim2\pi$ 内有关特殊角的一些三角函数值列表如下：

| 弧度 / 三角函数名称 | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sin\alpha$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | 0 | $-1$ | 0 |
| $\cos\alpha$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | $-1$ | 0 | 1 |
| $\tan\alpha$ | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | 不存在 | 0 | 不存在 | 0 |

**2.** 认识三种三角函数线，在解三角函数不等式中常常利用三角函数线求出角的范围；这三种三角函数值的单调性由三角函数线可以得出.

### 解题指导

**例 1**　求下列各角的三个三角函数值：(1)$0$；(2)$\pi$；(3)$\frac{3\pi}{2}$.

【解】(1)因为当 $\alpha=0$ 时，$x=r,y=0$，所以 $\sin0=0,\cos0=1,\tan0=0$；

(2)因为当 $\alpha=\pi$ 时，$x=-r,y=0$，所以 $\sin\pi=0,\cos\pi=-1,\tan\pi=0$；

(3)因为当 $\alpha=\frac{3\pi}{2}$ 时，$x=0$，$y=-r$，所以 $\sin\frac{3\pi}{2}=-1,\cos\frac{3\pi}{2}=0,\tan\frac{3\pi}{2}$ 不存在.

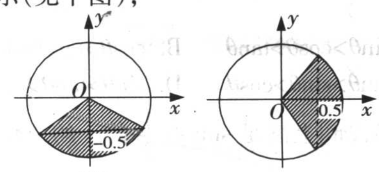
**名师点拨**

以后要熟记这些特殊角的三角函数值.

**例 2**　利用单位圆写出符合下列条件的角 $x$ 的范围。

(1)$\sin x<-\frac{1}{2}$；　(2)$\cos x>\frac{1}{2}$.

【解】画出单位圆，终边落在的区域用阴影表示(见下图)；




(1)　　(2)

从上图阴影部分不难得出角 $x$ 的范围：

(1)$\frac{7\pi}{6}+2k\pi<x<\frac{11\pi}{6}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$；

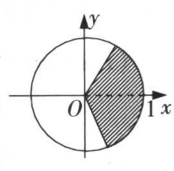
(2)$-\frac{\pi}{3}+2k\pi<x<\frac{\pi}{3}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$.

**名师点拨**

在求解任意角范围内的三角不等式时，可先求在 0 到 $2\pi$ 内的解集，再在解的两端加上 $2k\pi$.

**例 3**　求函数 $y=\sqrt{\cos x-\frac{1}{2}}$ 的定义域.

【解】要使函数有意义，则 $\cos x\geqslant\frac{1}{2}$，画出单位圆，见右图，在 0 到 $2\pi$ 内的解集是 $-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}$，所以函数的定义域是 $\left\{x\left|-\frac{\pi}{3}+2k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$.




**名师点拨**

本题求三角函数式的定义域，解这类问题的方法是借助单位圆准确画出三角函数线.

数学

课时同步

## A 组

1. 角 $\alpha(0<\alpha<2\pi)$ 的正弦线与余弦线长度相等且符号相同，那么 $\alpha$ 的值为(　　)

A. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$　　B. $\frac{5\pi}{4}$ 或 $\frac{7\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{5\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{7\pi}{4}$

2. 设 $MP$ 和 $OM$ 分别是角 $\frac{17\pi}{8}$ 的正弦线和余弦线，则(　　)

A. $MP<OM<0$　　B. $OM>0>MP$

C. $OM>MP>0$　　D. $MP>0>OM$

3. 若 $\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{2}$，则下列不等式中成立的是(　　)

A. $\sin\theta>\cos\theta>\tan\theta$　　B. $\cos\theta>\tan\theta>\sin\theta$

C. $\tan\theta>\sin\theta>\cos\theta$　　D. $\sin\theta>\tan\theta>\cos\theta$

4. 在 $[0,2\pi]$ 上满足 $\sin x\geqslant\frac{1}{2}$ 的 $x$ 的取值范围是(　　)

A. $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$　　B. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$

C. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$　　D. $\left[\frac{5\pi}{6},\pi\right]$

5. 若角 $\alpha$ 的终边在直线 $y=2x$ 上，则 $\sin\alpha=$(　　)

A. $\pm\frac{1}{5}$　　B. $\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $\pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\pm\frac{1}{2}$

6. 如果 $\cos x=|\cos x|$，那么角 $x$ 的取值范围是________.(用集合表示)

数学

7. 求分别符合下列条件的各角的集合.

(1) $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$；

(2) $\sin x\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

## B 组

1. 若 $\theta$ 是第三象限的角，且 $\sqrt{\cos^2\frac{\theta}{2}}=-\cos\frac{\theta}{2}$，则 $\frac{\theta}{2}$ 所在的象限是(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 已知 $\tan x>0$，$\sin x+\cos x>0$，那么 $\theta$ 角所在的象限是(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 依据三角函数线，作出如下四个判断：① $\sin\frac{\pi}{6}=\sin\frac{7\pi}{6}$；② $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{4}$；③ $\tan\frac{\pi}{8}>\tan\frac{3\pi}{8}$；④ $\sin\frac{3\pi}{5}>\sin\frac{4\pi}{5}$.其中判断正确的有(　　)

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

4. $\tan300°+\sin450°$ 的值为(　　)

A. $1+\sqrt{3}$　　B. $1-\sqrt{3}$

C. $-1-\sqrt{3}$　　D. $-1+\sqrt{3}$

5. 设 $\theta\in[0,2\pi]$，如果 $\sin\theta<0$ 且 $\cos\theta>\frac{1}{2}$，则 $\theta$ 的取值范围是(　　)

A. $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$　　B. $\left(\pi,\frac{4\pi}{3}\right)$

C. $\left(\frac{5\pi}{3},2\pi\right)$　　D. $\left(\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{3}\right)$

6. 已知 $\alpha$ 的终边经过点 $(3a-9,a+2)$，且 $\sin\alpha>0$，$\cos\alpha\leqslant0$，则 $a$ 的取值范围是________.

7. 若 $-\frac{2\pi}{3}\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{6}$，利用三角函数线，可得 $\sin\theta$ 的取值范围是________.

8. 求函数 $y=\sqrt{\sin x}+\sqrt{-\cos x}$ 的定义域.

## C 组

利用三角函数线，写出满足下列条件的角 $x$ 的集合.

(1) $\cos x\leqslant\frac{1}{2}$；

(2) $\tan x\geqslant-1$；

(3) $\sin x>-\frac{1}{2}$ 且 $\cos x>\frac{1}{2}$.