



升学必读 2006 版 新教材 新考点 新题型

中考导航

第一轮 基础知识运用篇

科学性
创新性

系统性
实用性

名师把脉中考

——预测命题趋势，设计复习程序

名师破解中考

——解剖必考题型，考点各个击破

策划：汤华忠
责任编辑：宁常琤
封面设计：赵丽

ISBN 7-80639-874-0



04>

ISBN 7-80639-874-0/G·272

定价：60.00 元（全6册）

哈尔滨出版社
HARBIN PUBLISHING HOUSE

中考 SHUXUE



图书在版编目(CIP)数据
升学必读中考导航·数学/张荣军 吕文甲 主编.-4版
哈尔滨:哈尔滨出版社, 2005.11

ISBN 7-80639-874-0

I.升... II.张... III.数学课-初中-习题-升

学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第113651号

责任编辑:宁常辉
封面设计:赵 丽

升 学 必 读

(中考导航·数学)

张荣军 吕文甲 主编

哈尔滨出版社

哈尔滨市动力区文政街6号

邮政编码:150040 电话:0451-82159787

E-mail:hrbcbs@yeah.net

http://www.hrbcbs.com

全国新华书店发行

东北林业大学印刷厂

开本:787×1092 8开 1/8 印张60 字数1200千字

2005年1月第1版 2005年11月第1次印刷

印数 1-5 000 (套)

ISBN 7-80639-874-0/G·272

定价:60.00元(全6册)

版权所有,侵权必究。举报电话:0451-82129292

编写说明

亲爱的读者,感谢你在茫茫书海中独具慧眼,大浪淘沙,选择了《中考导航》(第一轮基础知识运用篇)。它是一套把测试卷与所涉及知识点的运用融为一体备考训练题集,它以试卷的形式突出知识点,以考查的方式帮助同学们系统复习基础知识,巩固基本技能。

本书具有以下突出特点:

1. 科学性 本套训练方案融入了新课标的教学理念,在内容设计上充分考虑到学生的实际情况,在总复习训练的同时注重对每一段知识的总结提高。学生在进行训练的过程中,可以清晰地看到自己对各知识板块的掌握情况,从而进行有针对性的训练。具体说来,我们将整个复习过程分为以下三个基本阶段来进行:

(1)基础知识运用篇(基础知识回顾阶段)

(2)综合知识提高篇(知识综合运用,能力深入拓展、提高阶段)

(3)中考冲刺·实战演练(应试能力形成、提高阶段)

2. 系统性 中考总复习是一项系统工程,只有进行系统、全面的复习,才能适应中考要求,从而在中考中脱颖而出。因此,本书的设计与构思不仅考虑到宏观上的覆盖性,还充分照顾到复习进程中的具体教学需要,无论学生还是教师都可以根据本书的阶段进程进行系统而全面的复习。

3. 创新性 我们舍弃了以往重复课本内容的复习方法,采取了试卷的形式来组成整套训练方案。注重建构“主动学习、合作探究”的学习模式,创造一种易于接受的气氛。在具体命题中,注意题目的应用性、实践性、综合性、探究性、时代性和教育性,注重了对学生实际运用能力、开放性思维能力和深层拓展能力的培养。既激发了思维,又符合初中学生的心理年龄层次特点,达到学习知识,提高能力与实际运用相结合的最佳的训练效果。

4. 实用性 本书与新课标教材知识板块紧密配套,根据各科的不同特点,相应地做了灵活处理,使各科训练方案达到最优配置。考生在完成方案的过程中,可以充分而自由地发挥自己的能力和,而丝毫没有复习的压力。使之具有较强的备考实用性。

本书编委会

2005.10



CONTENTS

单元一 实数.....	(1)	单元十六 三角形.....	(82)
单元二 整式.....	(5)	单元十七 四边形.....	(88)
单元三 因式分解.....	(8)	单元十八 相似形.....	
单元四 分式.....	(11)	18.1 比例的性质、比例线段.....	(94)
单元五 二次根式.....	(15)	18.2 相似三角形.....	(98)
单元六 整式方程(组).....	(19)	单元十九 解直角三角形.....	
单元七 分式方程.....	(24)	19.1 锐角三角函数.....	(105)
单元八 列方程(组)解应用题.....	(28)	19.2 解直角三角形及其应用.....	(107)
单元九 一元一次不等式(组)及应用题.....	(35)	单元二十 圆.....	
单元十 平面直角坐标系与函数的概念.....	(40)	20.1 圆的有关性质.....	(113)
单元十一 一次函数和反比例函数... ..	(47)	20.2 直线与圆的位置关系.....	(118)
单元十二 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像和性质.....	(55)	20.3 圆与圆的位置关系.....	(125)
单元十三 二次函数的解析式.....	(62)	20.4 正多边形和圆的有关计算.....	(133)
单元十四 统计初步.....	(70)	20.5 圆柱、圆锥的侧面展开图.....	(137)
单元十五 线段、角、相交线、平行线.....	(78)	参考答案.....	(142)

第一轮 基础知识运用篇

本册主编:	张荣军	吕文甲		
编 者:	赵秀荣	吴 鹰	张 威	尹文媛
	刘淑芬	王红臣	张 野	马 丽
	翟恒文	温 莹	王雪松	杨 婕
	张景全	张月明	李文鹏	

数 学

SHUXUE

单元一 实数

教材基础知识针对性训练与基本能力巩固提高

一、选择题

1. 计算 $2 - (-3)$ 的结果为 ()
A. -5 B. 5 C. 1 D. -1
2. 下列算式结果是 -3 的是 ()
A. $(-3)^{-1}$ B. $(-3)^0$
C. $-(-3)$ D. $-|-3|$

3. 为了充分利用我国丰富的水力资源, 国家计划在四川省境内长江上游修建一系列大型水力发电站, 预计这些水力发电站的总发电量相当于 10 个三峡电站的发电量. 已知三峡电站每年发电量将达到 84 700 000 000 千瓦时, 那么四川省境内的这些大型水力发电站的年发电总量用科学记数法表示为 ()
A. 8.47×10^9 千瓦时 B. 8.47×10^{11} 千瓦时
C. 8.47×10^{10} 千瓦时 D. 8.47×10^{12} 千瓦时

4. 下列四组值中, 相等的一组是 ()
A. -1 和 $-2 + (-1)$ B. -3 和 $\sqrt{9}$
C. $1 + (-2)$ 和 $-(-1)$ D. $(-1) \cdot (-1)$ 和 $-(-1)$

5. 现有以下四个结论:

- ① 绝对值等于它本身的实数只有零;
 - ② 相反数等于它本身的实数只有零;
 - ③ 倒数等于它本身的实数只有 1;
 - ④ 算术平方根等于它本身的实数只有 1.
- 其中正确命题的个数是 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 大于 2

二、填空题

6. 若 $|a| = 4$, $|b| = 5$, 则 $|a+b|$ 的值等于 _____.
7. 若实数 m, n 满足 $(m-1)^2 + \sqrt{n+3} = 0$, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.
8. $|1 + \sqrt{2}| - |1 - \sqrt{2}| =$ _____.

9. 比较大小: $1 - \sqrt{5}$ _____ $1 - \sqrt{3}$ (填“>”或“<”).
10. 已知实数 a, b 在数轴上对应的点在原点两旁, 且 $|a| = |b|$, 那么 $a^{a+b} =$ _____.

三、解答题

11. 计算: $(-2)^3 + 6 \times 2^{-1} - (-3.5)^0$.

12. 计算: $2\sin 30^\circ - (\frac{1}{2})^{-1} - |\tan 60^\circ| + \frac{2}{\sqrt{3}+1}$.

13. 已知: a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 求 $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} - \sqrt{cd}$ 的值.

14. 已知 x, y 是实数, 且 $(x+y-1)^2$ 与 $\sqrt{2x-y+4}$ 互为相反数, 求实数 y^x 的负倒数.

15. 已知 $a < 0, ab < 0$, 且 $|a| > |b|$, 试比较 $a, b, -a, -b$ 的大小.



探究拓展能力强化训练与应用综合能力的养成

一、选择题

1. 已知 $a = 2^{-2}$, $b = (\sqrt{3} - 1)^0$, $c = (-1)^3$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()
A. $a > b > c$ B. $b > a > c$
C. $c > a > b$ D. $b > c > a$
2. 已知 $|x| = 2$, 则下列四个式子中一定正确的是 ()
A. $x = 2$ B. $x = -2$
C. $x^2 = 4$ D. $x^3 = 8$
3. 下列各数 $(-2)^0, -(-2), (-2)^3, (-2)^{-3}$ 中负数的个数为 ()
A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个
4. 据测算, 我国每天因土地沙漠化造成的经济损失为 1.5 亿元, 若一年按 365 天计算, 用科学记数法表示我国一年因土地沙漠化造成的经济损失为 ()
A. 5.475×10^{11} 元 B. 5.475×10^{10} 元
C. 0.5475×10^{11} 元 D. 5.475×10^8 元

5. 一个数的算术平方根为 a , 则这个数大 5 的数是 ()
A. $a+5$ B. $a-5$
C. a^2+5 D. a^2-5

二、填空题

6. -3 的相反数是 _____.
7. 2003 年我国国内生产总值 (GDP) 为 116 694 亿元, 用四舍五入法保留三个有效数字, 用科学记数法表示约为 _____ 亿元.
8. 在 $0.6, \sqrt{0.9}, -\sqrt{0.16}, 0.3, \sin 45^\circ, 0.130130, 1300013, \dots, -0.130130013, 3.1416$ 中有理数有 _____, 无理数有 _____.
9. 一个数的倒数的相反数是 $3\frac{1}{5}$, 这个数是 _____.
10. 比较大小: -0.99 _____ -1 .

三、解答题

11. 计算: $10^3 + (\frac{1}{30})^{-2} \times (-7)^0 - (-3)^3 \times 0.3^{-1} + |-8|$.
12. 计算: $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + 2^{-2} + \cos^2 30^\circ - 2^{2001} \times 0.5^{2000}$.
13. 一根弹簧, 原长 12 cm, 挂重物后弹簧伸长, 用 h 表示弹簧伸长后的长度, 重物的质量用 a 表示, 每多挂重物 1 千克弹簧伸长 0.5 cm (重物不超过 15 kg). (1) 写出弹簧长度和所挂重物质量之间的关系式; (2) 求挂 6 kg 时, 弹簧的长度.

14. 观察下列等式: $9-1=8, 16-4=12, 25-9=16, 36-16=20, \dots$.
这些等式反映自然数间的某种规律, 设 $n (n \geq 1)$ 表示自然数, 用关于 n 的等式表示这个规律为 _____.

15. 小明的爷爷退休生活可丰富啦! 下表是他某日的活动安排. 和平广场位于爷爷家东 400 米, 老年大学位于爷爷家西 600 米. 从爷爷家到和平路小学需先向南走 300 米, 再向西走 400 米.
(1) 请依据图示中给定的单位长度, 在图 1-1 中标出和平广场 A、老年大学 B 与和平路小学 C 的位置.
(2) 求爷爷家到和平路小学的直线距离.



2008, $y=2004$.

根据数表所反映的规律,猜想第6行与第6列的交叉点上的数应为_____,第 n 行与第 n 列的交叉点上的数应为_____ (用含有 n 的代数式表示, n 为正整数).

17. 观察下列各等式:

$$4-2=4\div 2,$$

$$\frac{9}{2}-3=\frac{9}{2}\div 3,$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=\left(-\frac{1}{2}\right)\div \frac{1}{2},$$

14. 已知实数 a, b 满足 $(a+b)^2=1, (a-b)^2=25$, 求 a^2+b^2-ab 的值.

15. 已知实数 a, b 满足 $a(a+1)-(a^2+2b)=1$, 求 $a^2-4ab+4b^2-2a+4b$ 的值.

16. 观察下列数表:

1	2	3	4	...	第一行
2	3	4	5	...	第二行
3	4	5	6	...	第三行
4	5	6	7	...	第四行
...	...	...	...	...	...

2006 年中考题型设计与预测

- (2005 年·常德)下列计算正确的是
A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $a^3 \div a = a^3$
C. $(a^2)^3 = a^6$ D. $(3a^2)^4 = 9a^4$
- (2005 年·哈尔滨)单项式 $3x^{m+2n}y^8$ 与 $-2x^3y^{3m+4n}$ 是同类项, 则 $m+n=$ _____.
- (2005 年·宁波)已知 $a-b=b-c=\frac{3}{5}, a^2+b^2+c^2=1$ 则 $ab+bc+ca$ 的值等于_____.
- (200 年·泸州)如图 2-2 是用火柴棍摆成边长分别为 1、2、3 根火柴棍时的正方形, 当边长为 n 根火柴棍时, 若摆出的正方形所用的火柴棍的根数为 S , 则 $S=$ _____ (用含 n 的代数式表示, n 为正整数).

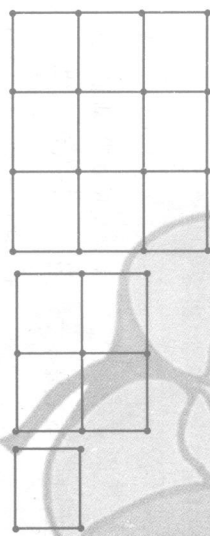
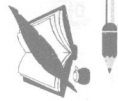


图 2-2

5. (2005 年·广东茂名)已知: $A=(a+2)(a-2), B=2\left(6-\frac{1}{2}a^2\right)$, 求 $A+B$;

6. 已知关于 x, y 的多项式 $ax^2+2bxy+x^2-x+2xy+y$ 不含二次项, 求 $5a-8b$ 的值.

单元三 因式分解



教材基础知识针对性训练与基本能力巩固提高

一、选择题

- 将 $x^{n+1}-x^{n-1}$ 分解因式, 结果正确的是 ()
A. $x^n(x-x^{-1})$
B. $x^n(1-x^{-1})$
C. $x^{n-1}(x^2-1)$
D. $x^{n-1}(x+1)(x-1)$
- 下列分解因式错误的是 ()
A. $15a^2+5a=5a(3a+1)$
B. $-x^2-y^2=-(x^2+y^2)=-(x+y)(x-y)$
C. $k(x+y)+x+y=(k+1)(x+y)$
D. $a^2-ab+ac-bc=(a-b)(a+c)$
- 已知二次三项式 $2x^2+bx+c$ 分解因式为 $2(x-3)(x+1)$, 则 b, c 的值为 ()
A. $b=3, c=-1$
B. $b=-6, c=2$
C. $b=-6, c=-4$
D. $b=-4, c=-6$
- 若 $x^2+kx+20$ 能在整数范围内因式分解, 则 k 可取的整数值有 ()
A. 2 个
B. 3 个
C. 4 个
D. 6 个
- $x^2+2xy+y^2-1$ 分解因式的结果是 ()
A. $(x+y+1)(x+y-1)$
B. $(x+y+1)(x-y-1)$
C. $(x-y+1)(x-y-1)$
D. $(x-y+1)(x+y-1)$

二、填空题

- 分解因式: $ma+mb=$ _____.
- 分解因式: $a^2-2ab+b^2-c^2=$ _____.
- 分解因式: $x^3y^2-4x=$ _____.
- 分解因式: $a^2-1=$ _____.
- 分解因式: $x^2-x=$ _____.
- 若 $|m-1|+(\sqrt{n}-5)^2=0$, 则 $m=$ _____, $n=$ _____. 此时将 mx^2-ny^2 分解因式得 $mx^2-ny^2=$ _____.
- 若点 $P(a+b, -5)$ 与点 $Q(1, 3a-b)$ 关于原点对称, 则关于 x 的二次三项式 $x^2-2ax-\frac{b}{2}$ 可以分解为_____.
- 把 $x^2+kx+16$ 分解成两个一次二项式的积的形式为_____.

式, k 可以取的整数是_____ (写出符合要求的三个整数).

三、解答题

14. 把下列各式分解因式:

(1) $x^2-y^2+y-\frac{1}{4}$;

(2) $12x^2-7\sqrt{2}xy+2y^2$;

(3) $a^{2n}-b^{2n}-2a^n+1$ (n 为正整数).

15. 已知 $a=\frac{1}{1-\sqrt{2}}, b=\frac{1}{1+\sqrt{2}}$, 求 a^3b+ab^3 的值.

16. 在日常生活中如取款、上网等都需要密码. 有一种用“因式分解”法产生的密码, 方便记忆. 原理是: 如对于多项式 x^4-y^4 , 因式分解的结果是 $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$, 若取 $x=9, y=9$ 时, 则各个因式的值是: $(x-y)=0, (x+y)=18, (x^2+y^2)=162$, 于是就可以把“018162”作为一个六位数的密码. 对于多项式 $4x^3-xy^2$, 取 $x=10, y=10$, 用上述方法产生的密码是:_____ (写出一个即可).

17. 如图 3-1, 沿大正三角形的对称轴对折, 则互相重合的两个小正三角形内的单项式的乘积为_____.

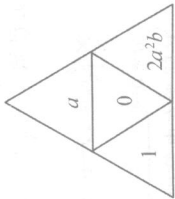


图 3-1



探究拓展能力强化训练与应用综合能力的培养

一、选择题

1. $-x^3 + xy^2$ 分解因式的结果是 ()
 A. $-x(x^2 + y^2)$ B. $-x(x+y)(x-y)$
 C. $-x(y-x)(y+x)$ D. $-x(x^2 + y^2)$
2. 下列各式中,可用提取公因式法分解因式的是 ()

- ① $2m^2n + 4n^2$; ② $xyz - abc$;
 ③ $5(p+q)^2 \cdot x - 2x^2(p+q) + 3(p-q)^2$;
 ④ $9x^2(m-n) - y(n-m)$.

A. ①② B. ③④

C. ①④ D. ③④

3. 下列分解因式正确的是

A. $x^3 - x = x(x^2 - 1)$

B. $m^2 + m - 6 = (m-3)(m+2)$

C. $1 - a^2 + 2ab - b^2 = (1-a+b)(1+a-b)$

D. $x^2 + y^2 = (x+y)(x-y)$

4. 多项式 $x^2 + x + m$ 能被 $x + 5$ 整除,则此多项式能被下列多项式整除的是 ()

A. $x-5$ B. $x+6$

C. $x-4$ D. $x+4$

5. 若 a, b, c 是三角形三边的长,则代数式 $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$ 的值 ()

A. 大于零 B. 小于零

C. 大于或等于零 D. 小于或等于零

二、填空题

6. 分解因式: $a^2 - b^2 + 1 - 2a =$.

7. 分解因式: $x^2 - bx - a^2 + ab =$.

8. 分解因式: $ax^2 + 2ax + a =$.

9. 已知关于 x 的方程 $x^2 - px + q = 0$ 的两个根是 $x_1 = 1, x_2 = -2$,则二次项式 $x^2 - px + q$ 可以分解为 .

10. 分解因式 $ax^2 + ay^2 - 2axy - ab^2 =$.

11. 将多项式 $a^2 - ab + ac - bc$ 分解因式,分组的方法共有 种.

12. 多项式 $9x^2 + 1$ 加上一个单项式后,使它能成为一个整式的完全平方,那么加上的单项式可以是 (填上一个你认为正确的即可)

13. 分解因式: $1 - (a^2 - b)x^2 - abx^3 =$.

14. 将 $ab - a + b - 1$ 因式分解,其结果是 .

三、解答题

15. 已知 $x > 0$,且 $x - \frac{1}{x} = 1$,求 $x^3 - \frac{1}{x^3}$ 的值.

16. 已知: $3a^2 + ab - 2b^2 = 0$,求代数式 $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} - \frac{a^2 + b^2}{ab}$ 的值.

17. 已知 $a - b = 4, b - c = 3$,求代数式 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac$ 的值.

18. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 三边,求证: $(b^2 + c^2 - a^2)^2 < 4b^2c^2$.

19. 求证:四个连续整数的积与 1 的和必是完全平方数.



(1)请写出图 3-3 所表示的代数恒等式: .

(2)试画出一个几何图形,使它的面积能表示: $(a+b)(a+3b) = a^2 + 4ab + 3b^2$;

(3)请仿照上述方法另写一个含有 a, b 的代数恒等式,并画出与之对应的几何图形.

(4)请仿照上述方法另写一个含有 a, b 的代数恒等式,并画出与之对应的几何图形.

图 3-3

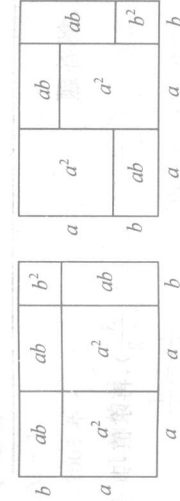


图 3-2

2006 年中考题型设计与预测



1. (2005 年·广东茂名)下列各式由左边到右边的变形中,是分解因式的为 ()

A. $a(x+y) = ax + ay$

B. $x^2 - 4x + 4 = x(x-4) + 4$

C. $10x^2 - 5x = 5x(2x-1)$

D. $x^2 - 16 + 3x = (x+4)(x-4) + 3x$

2. (2005 年·宁夏)把多项式 $1 - x^2 + 2xy - y^2$ 分解因式的结果是 ()

A. $(1+x-y)(1-x+y)$

B. $(1-x-y)(1+x-y)$

C. $(1-x-y)(1-x+y)$

D. $(1+x-y)(1+x+y)$

3. (2003 年·常德)下列分解因式正确的是 ()

A. $x^3 - x = x(x^2 - 1)$

B. $m^2 + m - 6 = (m-3)(m+2)$

C. $1 - a^2 + 2ab - b^2 = (1-a+b)(1+a-b)$

D. $x^2 + y^2 = (x+y)(x-y)$

4. (2004 年·河北)分解因式: $x^2 + 2xy + y^2 - 4 =$.

5. (2004 年·江苏扬州)一个长方形的面积为 $m^2 + m - 2(m > 1)$,其长为 $m+2$,则宽为 .

6. 在实数范围内分解因式: (1) $(2003 \text{ 年} \cdot \text{南京}) x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$; (2) $(x^2 + x)(x^2 + x - 3) + 2$.

7. 把下列各式分解因式: (1) $(x^2 - 1)^2 + 6(1 - x^2) + 9$; (2) $(2003 \text{ 年} \cdot \text{济南}) 1 - a^2 - b^2 + 2ab$.

(3) $(2004 \text{ 年} \cdot \text{北京海淀}) a^2 - 2a + 1 - b^2$; (4) $(2004 \text{ 年} \cdot \text{黄冈}) x^2 - y^2 - x - y$.

8. 已知 $x-3$ 是 $kx^4 + 10x - 192$ 的一个因式,求 k 的值.



单元四 分式

教材基础知识针对性训练与基本能力巩固提高

一、选择题

- 要使分式 $\frac{x-1}{(x+2)(x-2)}$ 有意义, 只需 ()
A. $x \neq 2$ B. $x \neq -2$
C. $x \neq 2$ 或 $x \neq -2$ D. $x \neq 2$ 且 $x \neq -2$
- 下列各式与 $\frac{x-y}{x+y}$ 相等的是 ()

A. $\frac{(x-y)+5}{(x+y)+5}$

B. $\frac{2x-y}{2x+y}$

C. $\frac{(x-y)^2}{x^2-y^2} (x \neq y)$

D. $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

- 下列分式中属于最简分式的是 ()

A. $\frac{18m}{27n}$

B. $\frac{x^2-y^2}{y+x}$

C. $\frac{a^2+2a+1}{1+a}$

D. $\frac{m^2+n^2}{m+n}$

- 分式 $\frac{1}{a^2-2a+1}$ 、 $\frac{1}{a^2-1}$ 和 $\frac{1}{a^2+2a+1}$ 的最简公分母是 ()

A. a^4+2a^2+1

B. $(a^2-1)(a^2+1)$

C. a^4-2a^2+1

D. $(a-1)^4$

- 若将分式 $\frac{ab}{a+b}$ 中的 a 和 b 都扩大 2 倍, 则分式的值 ()

A. 扩大 2 倍

B. 扩大 4 倍

C. 缩小 $\frac{1}{2}$

D. 不变

二、填空题

- 用代数式表示“ a 、 b 两数的平方差除 4 的商”是_____.

7. 若 $x + \frac{1}{x} = 5$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ _____.

- 甲、乙两地相距 S km, A、B 两辆汽车分别以 v_1 km/h、 v_2 km/h 的速度从甲、乙两地同时相向出发, 则 A、B 两辆汽车的相遇时间为_____h.

9. 若 $x = \sqrt{3} + 1$, $y = \sqrt{3} - 1$, 则 $\frac{x^2-y^2}{x^2y+xy^2} =$ _____.

10. $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} + \frac{2a}{a^2+b^2} + \frac{4a^3}{a^4+b^4} =$ _____.

三、解答题

- 先化简 $\frac{x+1}{x^2+x-2} \div (x-2 + \frac{3}{x+2})$, 再求值, 其中 $x = \tan 45^\circ - \cos 30^\circ$.

12. 计算: $(1 - \frac{1}{a-b})^2 - (1 + \frac{1}{a-b})^2$.

- 当 $x = -1$ 时, 求 $(1 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2(x^2+1)}) \div \frac{x^2-x}{x^2+1}$ 的值.

- 先化简, 再求值: $(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}) \div \frac{4x}{x-2}$, 其中 $x = 2005$.

- 先化简, 再求值: $(\frac{1}{x-u} + \frac{1}{x+y}) \div \frac{xy}{x^2-y^2}$, 其中 $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $y = \sqrt{2}$.

- 先化简, 再请你用喜爱的数代入求值:

$$(\frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{x-1}{x^2-4x+4}) \div \frac{x-4}{x-x^3-2x^2}.$$

探究拓展能力强化训练与应用综合能力的养成

一、选择题

- 下列各式与 $\frac{x-y}{x+y}$ 相等的是

A. $\frac{(x-y)+5}{(x+y)+5}$

B. $\frac{2x-y}{2x+y}$

C. $\frac{(x-y)^2}{x^2-y^2} (x \neq y)$

D. $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

- 若 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-5}$, 则 $\frac{2x+y+3z}{2x}$ 的值为

A. $5\frac{1}{2}$

B. 2

C. -2

D. 不确定

- 化简分式 $(x-y + \frac{4xy}{x-y})(x+y - \frac{4xy}{x+y})$ 的结果是

A. x^2-y^2

B. y^2-x^2

C. x^2-4y^2

D. $4x^2-y^2$

二、填空题

- 若分式 $\frac{x^2-9}{x+3}$ 的值为零, 则 $x =$ _____.

- 在函数 $y = \frac{1}{2x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是

8. 已知 $a + \frac{1}{a} = 3$, 则 $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ _____.

9. 计算 $(1 - \frac{1}{1-x})(\frac{1}{x^2} - 1)$ _____.

10. 当 $x = \sin 60^\circ$ 时, 代数式 $\frac{2x^2 - 4x}{x+2} \times \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4x + 4} + \frac{4x}{2-x}$ 的值等于 _____.

三、解答题

11. 先化简再求值:

$$\left(\frac{x-y}{x^2-2xy+y^2} - \frac{xy+y^2}{x^2-y^2}\right) \cdot \frac{xy}{y-1}, \text{ 其中 } x =$$

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}}, y = \frac{1}{2+\sqrt{3}}.$$

12. 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{x-2}) \div (x+2 - \frac{5}{x-2})$, 其中 $x = \sqrt{3} - 1$.

17. 先化简, 再求值:

$$\frac{x^2-1}{x^2-x-2} \div \frac{x}{2x-4}, \text{ 其中 } x = \frac{1}{2}.$$

18. 先化简, 再求值: $(x - \frac{x}{x+1}) \div (1 + \frac{1}{x^2-1})$, 其中 $x = \sqrt{2} + 1$.

14. 已知 $a - 2b = 2 (a \neq 1)$, 求 $\frac{a^2 - 4b^2}{a^2 - 4b^2 + a + 2b} - a^2 + 4ab - b^2$ 的值.

2006 年中考题型设计与预测

1. (2002 年·黑龙江) 如果分式 $\frac{|x|-1}{x^2-3x+2}$ 的值为零, 那么 x 等于 _____.

A. -1 B. 1 C. -1 或 1 D. 1 或 2

2. (2005 年·广东茂名) 下列分式的运算中, 其中结果正确的是 _____.

A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$

B. $\frac{(a^3)^2}{a} = a^3$

C. $\frac{a^2+b^2}{a+b} = a+b$

D. $\frac{a-3}{a^2-6a+9} = \frac{1}{a-3}$

3. 若分式 $\frac{x+y}{x-y}$ 中的 x, y 的值都变为原来的 3 倍, 则此分式的值 _____.

A. 不变 B. 是原来的 3 倍

C. 是原来的 $\frac{1}{2}$ D. 是原来的 $\frac{1}{6}$

4. (2005 年·兰州) 已知实数 x 满足 $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 0$, 那么 $x + \frac{1}{x}$ 的值是 _____.

A. 1 或 2 B. -1 或 2 C. 1 D. -2

5. (2004 年·浙江宁波) 已知 a, b 为实数, 且 $ab = 1$, 设 $M = \frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1}, N = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1}$, 则 M, N 的大小关系是 _____.

A. $M > N$ B. $M = N$

C. $M < N$ D. 不确定

6. (2003 年·郴州) 当 $x =$ _____ 时, 代数式 $\frac{x^2-4}{x^2+5x-14}$ 的值为零.

7. (2003 年·天津) 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 则分式 $\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}$ 的值为 _____.

8. (2004 年·菏泽) 已知 $a + \frac{1}{a} = 5$, 则 $\frac{a^4+a^2+1}{a^2} =$ _____.

9. (2003 年·乌鲁木齐) 请你阅读下列计算过程, 再回答所提出的问题:

$$\frac{x-3}{x^2-1} - \frac{3}{x-1}$$

$$= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} - \frac{3}{x-1}$$

$$= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} - \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x-3-3(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{-2x-6}{(x+1)(x-1)}$$

(1) 上述计算过程中, 以哪一步开始出现错误? 答: _____.

(2) 从 B 到 C 是否正确? 答: _____. 若不正确, 错误的原因是: _____.

(3) 请你正确解答.

10. (2005 年·新疆乌鲁木齐) 先化简, 再求值 $(\frac{3}{x-1} - \frac{1}{x+1}) \cdot \frac{x^2-1}{x}$, 其中 $x = \sqrt{2}$.

11. (2004 年·云南) 已知 $a^2 + 2a - \sqrt{3} = 0$, 求代数式 $(\frac{a-2}{a^2+2a} - \frac{a-1}{a^2+4a+4}) \div \frac{a-4}{a-2}$ 的值.

单元五 二次根式

教材基础知识针对性训练与基本能力巩固提高

一、选择题

1. 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$

B. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{6}$

C. $\sqrt{8} = 3\sqrt{2}$

D. $\sqrt{4} \div \sqrt{2} = 2$

2. 若 $\sqrt{a^2} = -a$, 则实数 a 在数轴上的对应点一定在 ()

A. 原点左侧

B. 原点右侧

C. 原点或原点左侧

D. 原点或原点右侧

3. 16 的平方根是 ()

A. 4

B. -4

C. ± 4

D. ± 2

4. 化简 $\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 的结果为 ()

A. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

B. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

C. $\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

D. $\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

5. 若最简二次根式 $\sqrt{1+a}$ 与 $\sqrt{4a^2-2}$ 是同类二次根式, 则 a 的值为 ()

A. $a=1$ 或 $-\frac{3}{4}$

B. $a=1$

C. $a=-\frac{3}{4}$

D. 都不对

二、填空题

6. 计算: $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \sqrt{27} - 6\sqrt{\frac{1}{3}}$ = _____.

7. 已知一元二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 的两根同号, 化简 $\sqrt{a^2} + \sqrt{a^2 - 2a} + 1$ = _____.

8. 若 $a + \frac{1}{a} = 4$ ($0 < a < 1$), 则 $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$ = _____.

9. 如果最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 和 $\sqrt{17-2a}$ 是同类根式, 那么使 $\sqrt{2x-4a}$ 有意义的 x 的取值范围是 _____.

10. 观察 $\sqrt{2-\frac{2}{5}} \approx \sqrt{\frac{8}{5}} = 2\sqrt{\frac{2}{5}}$, $\sqrt{3-\frac{3}{10}} \approx \sqrt{\frac{27}{10}} = 3$

$\sqrt{\frac{3}{10}} \sqrt{4-\frac{4}{17}} \approx \sqrt{\frac{64}{17}} = 4\sqrt{\frac{4}{17}}$, 请注意等式左边根号中的分数, 它的分子、分母与前面的整数有什么关系?

试猜测, 若 $\sqrt{9-\frac{b}{a}} = 9\sqrt{\frac{b}{a}}$ (a, b 为整数), 则 a = _____, b = _____.

三、解答题

11. 已知方程 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 的两个根为 a, β , 求 $\sqrt{\frac{a}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{a}}$ 的值.

解: ① $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$, $\therefore a \neq \beta$.
② 由一元二次方程的根与系数的关系, 得 $a + \beta = -3$, $a\beta = 1$.

③ $\sqrt{\frac{a}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{a}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\beta}} + \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{a}} = \frac{a+\beta}{\sqrt{a\beta}} = \frac{-3}{1} = -3$

3. 阅读后回答问题:
上面的解题过程是否正确? 若不正确, 指出错在下一步, 并写出正确的解题过程.

12. 计算: $(\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab}) \div \sqrt{ab}$.

13. 当 $x = \frac{1}{2}$ 时, 求 $\frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$.

15. 观察下列分母有理化的计算:

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} = \sqrt{2}-\sqrt{1}, \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \sqrt{3}-\sqrt{2},$$

$$\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} = \sqrt{4}-\sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} = \sqrt{5}-\sqrt{4}, \dots$$

从计算结构中找出规律, 并利用这一规律计算:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2002}+\sqrt{2001}}\right) \cdot (\sqrt{2002}+1).$$

14. 若 $a = 4 + \sqrt{3}$, $b = 4 - \sqrt{3}$, 求 $\frac{a}{a-\sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

探究拓展能力强化训练与应用综合能力的养成

一、选择题

1. 化简 $\sqrt{-a^3}$ 的结果为 ()

A. $-a\sqrt{a}$

B. $a\sqrt{-a}$

C. $-a\sqrt{-a}$

D. $a\sqrt{a}$

2. 若 $\sqrt{4b}$ 与 $\sqrt{3a+b}$ 是同类二次根式, 则 a, b 的值是 ()

A. $a=0, b=2$

B. $a=1, b=1$

C. $a=0, b=2$ 或 $a=1, b=1$

D. $a=2, b=0$

3. 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{12}$

B. $\sqrt{x-3}$

C. $\sqrt{\frac{3}{2}}$

D. $\sqrt{a^2b}$

4. 若 $y^2 + 4y + 4 + \sqrt{x+y-1} = 0$, 则 xy 的值等于 ()

A. -6

B. -2

C. 2

D. 6

5. 若 $|x-3| + (x-y+1)^2 = 0$, 计算 $\sqrt{x^2y + xy^2 + \frac{y^3}{4}}$ 的值为 ()

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

二、填空题

6. 计算: $\frac{4}{\sqrt{2}-1} + (2\sqrt{2}-1)^0$ = _____.

7. 若 $\sqrt{x^2+x} = 0$, 则 x 的值为 _____.

8. 如果 $a+b+|\sqrt{c-1}-1| = 4$, $\sqrt{a-2} + 2 \cdot \sqrt{b+1} - 4$, 那么 $a+2b-3c$ = _____.

9. 已知: x, y 是实数, 且 $y = \frac{\sqrt{x^2-9} + \sqrt{9-x^2} + 7}{x-3}$, 则 $5x+6y$ = _____.

10. 比较大小: 设 $a = \sqrt{12} - \sqrt{11}$, $b = \sqrt{11} - \sqrt{10}$, 则 a _____ b (选填“>”、“<”或“=”).

三、解答题

11. 阅读下面一题的解题过程, 请判断是否正确. 若不正确, 请写出正确的解答.

已知 a 为实数, 化简 $\sqrt{-a^3} - a\sqrt{-\frac{1}{a}}$.

解: $\sqrt{-a^3} - a\sqrt{-\frac{1}{a}} = a\sqrt{-a} - a \cdot \frac{1}{a}$

$$\sqrt{-a}$$

$$= (a-1)\sqrt{-a}.$$

12. 甲、乙两同学对代数式 $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ ($a>0, b>0$) 分别

作了如下变形:

$$\text{甲: } \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{(a-b)(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \sqrt{a}-\sqrt{b};$$

$$\text{乙: } \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \sqrt{a}-\sqrt{b}.$$

关于这两种变形的说法中, 正确的是 ()

- A. 甲、乙都正确
B. 甲、乙都不正确
C. 只有甲正确
D. 只有乙正确

13. 细心观察图 5-1, 认真分析各式, 然后解答问

题.

已知: $(\sqrt{1})^2 + 1$

$$= 2, S_1$$

$$= \frac{\sqrt{1}}{2};$$

$$(\sqrt{2})^2 + 1$$

$$= 3, S_2$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$(\sqrt{3})^2 + 1 = 4, S_3 = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\dots$$

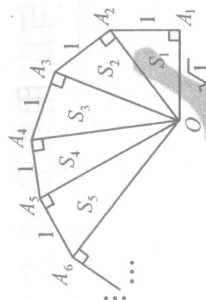


图 5-1

16. 已知: $x = \sqrt{3} + 1, y = \sqrt{3} - 1$, 求 $(1 + \frac{1}{y})(1 - \frac{1}{x})$ 的值.

(1) 请用含有 n (n 是正整数) 的等式表示上述变化规律;

(2) 推算出 OA_{10} 的长;

(3) 求出 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \dots + S_{10}^2$ 的值.

2006 年中考题型设计与预测

1. (2001 年·德州) 下列说法中正确的是 ()

- A. $\sqrt{81}$ 的平方根是 ± 3
B. 1 的立方根是 ± 1
C. $\sqrt{1} = \pm 1$
D. $-\sqrt{5}$ 是 5 的平方根的相反数

2. (2005 年·沈阳) 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x+2}}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > -2$
B. $x \geq -2$
C. $x > -2$ 且 $x \neq 0$
D. $x > 0$

3. (2002 年·潍坊) 下面几个数: 0.123 7, 1.010 010 001..., $-\sqrt[3]{0.064}$, 3π , $\frac{22}{7}$, $\sqrt{5}$, 其中, 无理数的个数 ()

- A. 1 个
B. 3 个
C. 2 个
D. 4 个

4. (2005 年·四川) 函数 $y = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 中的自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 0$
B. $x < 0$ 且 $x \neq 1$
C. $x < 0$
D. $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$

5. (2005 年·兰州) 函数 $y = \sqrt[3]{x-1} + \frac{1}{2x-4}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 1$ 且 $x \neq -B. x \neq 2$
C. $x > 1$ 且 $x \neq 2$
D. 全体实数

6. (2005 年·辽宁沈阳) 先化简, 再求值:

$$\left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}\right) \div \frac{2y}{x^2 - 2xy + y^2}, \text{ 其中 } x = 1 + \sqrt{2}, y = 1 - \sqrt{2}.$$

7. (2002 年·河北) 观察下列各式及其验证过程:

$$2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}.$$

$$\text{验证: } 2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2^3}{3}} = \sqrt{\frac{2(2^3-2)+2}{2^2+1}} =$$

$$\sqrt{\frac{2(2^2-1)+2}{2^2-1}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

(1) 按照上述两个等式及其验证过程的基本思想,

猜想 $4\sqrt{\frac{4}{15}}$ 的变形结果并进行验证;

(2) 针对上述各式反映的规律, 写出用 n (n 为任意自然数, 且 $n \geq 2$) 表示的等式, 并给出证明.

单元六 整式方程(组)

教材基础知识针对性训练与基本能力巩固提高

一、选择题

1. 一定质量的干松木, 当它的体积 $V=2\text{ m}^3$ 时, 它的密度 $\rho=0.5\times 10^3\text{ kg/m}^3$, 则 ρ 与 V 的函数关系式是 ()

- A. $\rho=1\ 000\ V$ B. $\rho=V+1\ 000$
C. $\rho=\frac{500}{V}$ D. $\rho=\frac{1\ 000}{V}$

2. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+x-3m=0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m>\frac{1}{12}$ B. $m<\frac{1}{12}$
C. $m>-\frac{1}{12}$ D. $m<-\frac{1}{12}$

3. 若 α, β 是方程 $x^2+2x-2\ 001=0$ 的两个实数根, 则 $\alpha^2+3\alpha+\beta$ 等于 ()

- A. $-2\ 000$ B. $2\ 000$
C. $1\ 999$ D. $2\ 001$

4. 若一元二次方程 $x^2-3x+2=0$ 的两个根是 x_1, x_2 , 则 x_1+x_2 等于 ()

- A. -2 B. 2
C. -3 D. 3

5. 如果 $x^2+2x+m=0$ 有两个同号的实数根, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m<1$ B. $0<m\leq 1$
C. $0\leq m<1$ D. $m>0$

二、填空题

6. 已知关于 x 的方程 $x^2-(a+b)x+ab-2=0$, x_1, x_2 是此方程的两个实数根, 现给出三个结论:

① $x_1\neq x_2$, ② $x_1x_2>ab$, ③ $x_1^2+x_2^2>a^2+b^2$, 其中正确结论的序号是 () (在横线上填写所有正确的结论的序号).

7. 二元一次方程组 $\begin{cases} 3x+y=8, \\ 2x-y=7 \end{cases}$ 的解是 _____.

8. 解方程组 $\begin{cases} x^2+y^2=20, \\ (x+2y)(x+3y)=0 \end{cases}$ 时, 可先转化为

和 _____ 两个方程组.

9. 当 $m=$ _____ 时, 方程 $3x^2-8x+m=0$ 的两根之比为 $3:1$.

10. 已知 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $(a-1)x^2+x+a^2-1=0$ 的两个实数根, 且 $x_1+x_2=\frac{1}{3}$, 则 $x_1\cdot x_2=$ _____.

三、解答题

11. 解方程: $x^2+3x=10$.

12. 解方程组: $\begin{cases} x^2+y=5, \\ y-3x+5=0. \end{cases}$

13. 已知 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2-6x+k=0$ 的两个实数根, 且 $x_1^2+x_2^2-x_1-x_2=115$.

(1) 求 k 的值;

(2) 求 $x_1^2+x_2^2+8$ 的值.

14. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m-3)x+m^2=0$ 的两个不相等的实数根 α, β 满足 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=1$, 求 m 的值.

15. 已知 $\triangle ABC$ 的两边 AB, AC 的长是关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2k+3)x+k^2+3k+2=0$ 两个实根, 第三边长为 5 .

探究拓展能力强化训练与应用综合能力的养成

一、选择题

1. 方程 $(x-1)(x-2)=0$ 的根是 ()

- A. $x_1=1, x_2=-2$
B. $x_1=1, x_2=2$
C. $x_1=-1, x_2=2$
D. $x_1=-1, x_2=-2$

2. 已知一元二次方程 $x^2-2x-m=0$, 用配方法解该方程, 配方后的方程为 ()

- A. $(x-1)^2=m^2+1$
B. $(x-1)^2=m-1$
C. $(x-1)^2=1-m$
D. $(x-1)^2=m+1$

3. 方程组 $\begin{cases} 2x+y-46=0, \\ 3x+y-59=0 \end{cases}$ 的解是 ()

- A. $\begin{cases} x=13, \\ y=20 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-13, \\ y=20 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x=-13, \\ y=-20 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=20, \\ y=13 \end{cases}$

4. 当 $m<-2$ 时, 关于 x, y 的方程组

$\begin{cases} x=my, \\ y^2-x+1=0 \end{cases}$ 的实数解的个数为 ()

- A. 0 个 B. 1 个
C. 2 个 D. 3 个

5. 若 $(3a-7)x^3-x^2-\frac{b}{3}+1$ 是关于 x 的三次二项式, 则 a 与 b 的值是 ()

- A. $a\neq\frac{7}{3}, b=3$ B. $a\neq-\frac{7}{3}, b=-3$
C. $a=\frac{7}{3}, b=-3$ D. $a=-\frac{7}{3}, b=3$

二、填空题

6. 已知 $(m^2-1)x^2-(m+1)x+3=0$, 当 $m=$ _____ 时, 它是一元二次方程.

7. 方程 $x(x+1)=2$ 的根是 _____, 根的情况是 _____.

8. 若方程 $\frac{1}{3}x^2-2x+a=0$ 有实数根, 则 a 的取值范围是 _____.

9. 已知 α, β 是方程 $x^2+2x-5=0$ 的两个实数根, 则

- $\alpha^2 + \beta + 3\alpha$ 的值是_____.
10. 若 $x^2 - 2x - 2 = (x^2 - 4x + 3)^0$, 则 $x =$ _____.
11. 某市按以下规定收取每月的水费: 若每月每户用水不超过 20 m^3 , 则每立方米水价按 1.2 元收取; 若超过 20 m^3 , 则超过的部分按每立方米 2 元收取. 若某户某月所缴的水费平均水价为每立方米 1.5 元, 则该户一个月用了_____ m^3 的水.

三、解答题

12. 解方程组
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5, & \textcircled{1} \\ 2x - y = 8. & \textcircled{2} \end{cases}$$

13. 解方程组
$$\begin{cases} y = x, \\ x^2 + y - 2 = 0. \end{cases}$$

14. 已知关于 x 的方程 $4x^2 - 4(k+1)x + k^2 + 1 = 0$ 的两实根 x_1, x_2 满足 $|x_1| + |x_2| = 2$, 试求 k 的值.

15. 若实数 x_1, x_2 满足 $x_1 - x_2 = 5, x_1 x_2 = -6$, 求作以 x_1, x_2 为两根且二次项系数为 1 的一元二次方程.

16. 先阅读下面的材料, 再解答后面的各题.

现代社会对保密要求越来越高, 密码正在成为人们生活的一部分. 有一种密码的明文(真实文)按计算机键盘字母排列分解, 其中 Q、W、E、……、N、M 这 26 个字母依次对应 1、2、3、……、25、26 这 26 个自然数(见下表).

Q	W	E	R	T	Y	U	I	O	P	A	S	D
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
F	G	H	J	K	L	Z	X	C	V	B	N	M
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

给出一个变换公式:

$$x' = \frac{x}{3} \quad (x \text{ 是自然数}, 1 \leq x \leq 26, x \text{ 被 } 3 \text{ 整除})$$

$$x' = \frac{x+2}{3} + 17 \quad (x \text{ 是自然数}, 1 \leq x \leq 26, x \text{ 被 } 3 \text{ 除余 } 1)$$

$$x' = \frac{x+1}{3} + 8 \quad (x \text{ 是自然数}, 1 \leq x \leq 26, x \text{ 被 } 3 \text{ 除余 } 2)$$

将明文转换成密文:

例如, $4 \rightarrow \frac{4+2}{3} + 17 = 19$, 即 R 变为 L.

$$11 \rightarrow \frac{11+1}{3} + 8 = 12, \text{ 即 A 变为 S.}$$

将密文转换成明文:

例如, $21 \rightarrow 3 \times (21 - 17) - 2 = 10$, 即 X 变为 P.

$$13 \rightarrow 3 \times (13 - 8) - 1 = 14, \text{ 即 D 变为 F.}$$

(1) 按上述方法将明文 NET 译成密文;

(2) 若按上述方法将明文译成密文为 DWN, 请找出它的明文.

17. 已知 x_1, x_2 是一元二次方程 $2x^2 - 2x + 1 - 3m = 0$ 的两个实数根, 且 x_1, x_2 满足不等式 $x_1 \cdot x_2 + 2(x_1 + x_2) > 0$, 求实数 m 的取值范围.

18. 先阅读下面材料, 然后解答问题.

王老师在黑板上出了这样一道习题: 设方程 $2x^2 - 5x + k = 0$ 的两个实数根是 x_1, x_2 , 请你选取一个适当的 k 值, 求 $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$ 的值.

小明同学取 $k = 4$, 他作了如下解答:

解: 取 $k = 4$, 则方程是 $2x^2 - 5x + 4 = 0$. 由根与系数关系, 得

$$x_1 + x_2 = \frac{5}{2}, x_1 x_2 = 2.$$

$$\therefore \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} =$$

$$\frac{25}{4} - 2 \times 2 = \frac{9}{2}.$$

$$\text{即 } \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{9}{8}$$



2006 年中考试题设计与预测

1. (2005 年·兰州) 已知 m 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的一个根, 则代数 $m^2 - m$ 的值等于 ()

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

2. (2005 年·泸州) 下列方程中, 没有实数根的是 ()

A. $x^2 + x + 1 = 0$

B. $x^2 + 2x + 1 = 0$

C. $x^2 - 2x - 1 = 0$

D. $x^2 - x - 2 = 0$

3. (2005 年·广东佛山) 已知直角三角形的两条直角边的长恰好是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的两根, 则此直角三角形的斜边长为 ()

A. $\sqrt{3}$

B. 3

C. $\sqrt{13}$

D. 13

4. (2005 年·广武茂名) 若关于 x 的一元二次方程的两个根为 $x_1 = 1, x_2 = 2$, 则这个方程是 ()

A. $x^2 + 3x - 2 = 0$

B. $x^2 - 3x + 2 = 0$

C. $x^2 - 2x + 3 = 0$

D. $x^2 + 3x + 2 = 0$

5. (2005 年·常德) 已知方程 $x^2 + (2k+1)x + k^2 - 2 = 0$ 的两实根的平方和等于 11, k 的取值是 ()

A. -3 或 1

B. -3

C. 1

D. 3

6. 已知关于 x 的方程 $\frac{x}{3} + a = \frac{x}{2} - \frac{1}{6}(x - 6)$ 无解,

则 a 的值是

A. 1

B. -1

C. ± 1

D. 不等于 1 的数

7. (2005 年·绍兴) 钟老师出示了黑板上的题目: 已知方程 $x^2 - 3x + k + 1 = 0$, 试添加一个条件, 使它的两根之积为 2. 小敏回答: “方程有一根为 1”, 小聪回答: “方程有一根为 2”. 则认为 ()

A. 只有小敏回答正确

B. 只有小聪回答正确

C. 小敏、小聪回答都正确

D. 小敏、小聪回答都不正确

8. (2005 年·绵阳) 若关于 x 的方程 $x^2 + 2(k-1)x + k^2 = 0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是 ()

A. $k < \frac{1}{2}$

B. $k \leq \frac{1}{2}$

C. $k > \frac{1}{2}$

D. $k \geq \frac{1}{2}$

9. (2004 年·内蒙古赤峰) 若关于 x 的方程 $x^2 - x + k = 0$ 没有实数根, 则 ()

A. $k < \frac{1}{4}$

B. $k > \frac{1}{4}$

C. $k \leq \frac{1}{4}$

D. $k \geq \frac{1}{4}$

10. (2003年·北京宣武)若一元二次方程 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 的两根为 α, β 则 $(\alpha - \beta)^2$ 的值为 ()

A. 3
B. 6
C. 18
D. 24

11. (2004年·山西临汾)已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + 2m - 1 = 0$ 的两个实数根的平方和为 7, 那么 m 的值是 ()

A. 5
B. -1
C. 5 或 -1
D. -5 或 1

12. (2005年·四川课改地区)已知点 $A(2a + 3b, -2)$ 和点 $B(8, 3a + 2b)$ 关于 x 轴对称, 那么 $a + b =$ _____.

13. (2003年·北京大兴)关于 x 的方程 $x^2 + (k^2 - 4)x + k - 1 = 0$ 的两实根互为相反数, 则 $k =$ _____.

14. (2005年·宁波)已知关于 x 的方程 $\frac{a-x}{2} =$

$\frac{bx-3}{3}$ 的解是 $x = 2$, 其中 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$, 求代数式

$\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$ 的值.

15. (2005年·北京)用配方法解方程 $x^2 - 4a + 1 = 0$

16. (2005年·四川)图 6-1 是一个正方体的展开图, 标注了字母 A 的面是正方体的正面, 如果正方体的左面与右面所标注代数式的值相等, 求 x 的值.

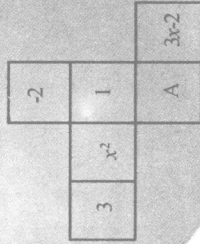


图 6-1

17. (2004年·重庆)已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m-3)x + m^2 = 0$ 的两个不相等的实数根 α, β

满足 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$, 求 m 的值.

18. (2003年·四川巴中)已知菱形 ABCD 的边长为 5, 中心为 O, 且 OA, OB 的长是关于 x 的方程 $x^2 + (2m+1)x + m^2 - 4 = 0$ 的两根, 求 m 的值.

19. (2005年·盐城)求一个一元二次方程, 使它的两个根为 x_1, x_2 , 且满足 $x_1^2 + x_2^2 = 10, x_1 x_2 = 3$.

20. (2003年·广西)证明: 不论 k 取何值, 方程 $x^2 + (k+1)x + k = 0$ 都有实数根.

21. 当 m 是什么整数时, 关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 4a + 4 = 0$ 与 $x^2 - 4mx + 4m^2 - 4m - 5 = 0$ 的根都是整数.

22. (2005年·宁波)已知关于 x 的方程 $x^2 - 2(m+1)x + m = 0$

(1) 当 m 取何值时, 方程有两个实数根;

(2) 为 m 选取一个合适的整数, 使方程有两个不相等的实数根, 并求出这两个实数根.

单元七 分式方程



教材基础知识针对性训练与基本能力巩固提高

一、选择题

1. 如果用换元法解分式方程 $\frac{x^2+1}{x} - \frac{4x}{x^2+1} + 3 = 0$,

并设 $y = \frac{x^2+1}{x}$, 那么原方程可化为 ()

A. $y^2 + 3y - 4 = 0$
B. $y^2 - 3y + 4 = 0$
C. $y^2 + 4y - 3 = 0$
D. $y^2 - 4y + 3 = 0$

2. 用换元法解方程 $(x + \frac{2}{x})^2 - (x + \frac{2}{x}) = 1$, 设 $y = x + \frac{2}{x}$, 则原方程可化为 ()

A. $y^2 - y - 1 = 0$
B. $y^2 + y + 1 = 0$
C. $y^2 + y - 1 = 0$
D. $y^2 - y + 1 = 0$

3. 若分式 $\frac{x^2-9}{x^2-4x+3}$ 的值为零, 则 x 的值为 ()

A. 3
B. 3 或 -3
C. -3
D. 0

4. 如果 $1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2} = 0$, 那么 $\frac{9}{x}$ 的值等于 ()

A. -3
B. 3
C. -6
D. 6

5. 设 $y = x^2 + x + 1$, 则方程 $x^2 + x + 1 = \frac{2}{x^2 + x}$ 可变形为 ()

A. $y^2 - y - 2 = 0$
B. $y^2 + y + 2 = 0$
C. $y^2 + y - 2 = 0$
D. $y^2 - y + 2 = 0$

二、填空题

6. 方程 $\frac{4}{x} - \frac{1}{x-1} = 1$ 的解是 _____.

7. 若设 $\frac{x^2}{x+1} = y$, 则方程 $\frac{2x^2}{x+1} + \frac{x+1}{x^2} = 3$ 可化为关于 y 的方程为 _____.

8. 若 $2x^2 - 5x + \frac{8}{2x^2 - 5x + 1} - 5 = 0$, 则 $2x^2 - 5x - 1$

的值是 _____.

9. 若关于 x 的方程 $\frac{ax+1}{x-1} - 1 = 0$ 有增根, 则 a 的值

为 _____.

10. 先阅读解下列方程 $(\frac{x}{x-1})^2 - \frac{5x}{x-1} + 6 = 0$ 的过程, 然后填空.

解: (第一步) 设 $y = \frac{x}{x-1}$, 则原方程可化为

$$y^2 - 5y + 6 = 0.$$

(第二步) 解这个方程得 $y_1 = 2, y_2 = 3$.

(第三步) 当 $y_1 = 2$ 时, $\frac{x}{x-1} = 2$, 则 $x_1 = 2$.

当 $y_2 = 3$ 时, $\frac{x}{x-1} = 3$, 则 $x = -\frac{3}{2}$.

(第四步) $\therefore$ 原方程的根为 $x_1 = 2, x_2 = -\frac{3}{2}$.

以上解过程中第一步用的是 _____ 法.

上述解过程不完整, 缺少的一步是 _____.

三、解答题

11. 解方程: $\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} = 1$.

12. 解方程: $2x^2 - x + \frac{1}{2x^2 - x + 2} = \frac{1}{2}$.

13. 用换元法解方程: $x^2 + 2x - 2 = \frac{3}{x^2 + 2x}$.

例题: 解方程 $\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = a + \frac{1}{a - 1}$.

解: 将方程变形为(1)中方程的形式,

$$\text{即 } \frac{x(x-1)+1}{x-1} = a + \frac{1}{a-1}, \text{ 即 } x \cdot \frac{1}{x-1} = a + \frac{1}{a-1},$$

∴ 有方程 $x-1 = a-1$. ①

$$x-1 = \frac{1}{a-1}. \text{ ②}$$

解①得 $x_1 = a$; 解②得 $x_2 = \frac{a}{a-1}$.

检验后知, 原方程的根为 $x_1 = a, x_2 = \frac{a}{a-1}$.

(2) 照例题的方法解方程 $\frac{3x}{x^2-1} + \frac{x^2-1}{3x} = \frac{5}{2}$.

14. 若 $\sqrt{a-1} + |b-4| + (c-3)^2 = 0$, 试求关于 x 的

分式方程 $\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + c = 0$ 的解.

15. 阅读并回答问题:

(1) 用解方程的方法证明方程 $x + \frac{1}{x} = c + \frac{1}{c}$ 的

解为 $x_1 = c, x_2 = \frac{1}{c}$.

直接引用(1)中方程及解的特点, 可以简便地解某些特殊形式的方程.



探究拓展能力强化训练与应用综合能力的养成

一、选择题

1. 方程 $\left(\frac{1}{x-2}\right)^3 - \frac{1}{x-2} - 2 = 0$ 的解是

- A. $-2, \frac{3}{2}$
B. $3, \frac{3}{2}$
C. $-2, \frac{5}{2}$
D. $1, \frac{5}{2}$

2. 方程 $2x - x^2 = \frac{2}{x}$ 正根的个数为

- A. 0 个
B. 1 个
C. 2 个
D. 3 个

3. 用换元法解方程 $(x - \frac{1}{x})^2 - 3x + \frac{3}{x} + 2 = 0$ 时, 如

果设 $x - \frac{1}{x} = y$, 那么原方程可能转化为 ()

- A. $y^2 + 3y + 2 = 0$
B. $y^2 - 3y - 2 = 0$
C. $y^2 + 3y - 2 = 0$
D. $y^2 - 3y + 2 = 0$

4. 用换元法解方程 $\frac{6(x+1)}{x^2+1} + \frac{x^2+1}{x+1} = 7$, 若设 $\frac{x^2+1}{x+1} = y$, 则原方程可化为

- A. $y^2 - 7y + 6 = 0$
B. $y^2 + 6y - 7 = 0$
C. $6y^2 - 7y + 1 = 0$
D. $6y^2 + 7y + 1 = 0$

5. 用换元法解方程 $(x + \frac{1}{x}) - (2x + \frac{2}{x}) = 3$, 则原方程可化为

- A. $y^2 + 2y - 3 = 0$
B. $y^2 - 2y + 3 = 0$
C. $y^2 - 2y - 3 = 0$
D. $y^2 + 2y + 3 = 0$

二、填空题

6. 已知 $a = \frac{1}{20}x + 20, b = \frac{1}{20}x + 19, c = \frac{1}{20}x + 21$, 则代数式 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc$ 的值是

7. 方程组 $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{12}, \\ \frac{1}{xy} = \frac{1}{12} \end{cases}$ 中若把 $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$ 的值看作

一个一元二次方程的两根, 则这个一元二次方程为

8. 若关于 x 的方程 $\frac{3}{x-7} + \frac{2a}{x+7} = 0$ 有增根, 则 $a =$

9. 若 $2x^2 - 5x + \frac{8}{2x^2 - 5x + 1} - 5 = 0$, 则 $2x^2 - 5x - 1 =$

10. 要使关于 y 的方程 $\frac{y}{y-3} - 2 = \frac{m}{y-3}$ 有惟一解, 那么 $m \neq$

三、解答题

11. 解方程: $(\frac{x}{x+1})^2 - 2(\frac{x}{x+1}) - 8 = 0$.

15. (1) 如下表, 方程 1, 方程 2, 方程 3, ..., 是按照一定的规律排列的一列方程, 解方程 1, 并将它的解填写在表的空白处;

(2) 若方程 $\frac{a}{x} - \frac{1}{x-b} = 1 (a > b)$ 的解是 $x_1 = 6, x_2 = 10$, 求 a, b 的值. 该方程是不是(1)中所给出的一列方程中的一个方程? 如果是, 它是第几个方程?

(3) 请写出这列方程中的第 n 个方程和它的解, 并验证所写的解适合第 n 个方程.

序号	方程	方程的解
1	$\frac{6}{x} - \frac{1}{x-2} = 1$	$x_1 = \underline{\quad},$ $x_2 = \underline{\quad}$
2	$\frac{8}{x} - \frac{1}{x-3} = 1$	$x_1 = 4, x_2 = 6$
3	$\frac{10}{x} - \frac{1}{x-4} = 1$	$x_1 = 5, x_2 = 8$
...		

12. 用换元法解方程: $x^2 - x - \frac{6}{x^2 - x} + 1 = 0$.



2006 年中考试题设计与预测

1. (2004 年·山东淄博) 方程 $\frac{3}{x(x+3)} + \frac{1}{x+3} = 1$ 的根是 ()

A. $x_1 = 1, x_2 = -3$

B. $x_1 = -1, x_2 = 3$

C. $x = 1$ D. $x = -3$

2. (2005 年·临沂) 解分式方程 $\frac{3x}{x^2-1} - \frac{2x^2-2}{x} = \frac{5}{2}$

时, 设 $y = \frac{x}{x^2-1}$, 则原方程可化为 ()

A. $3y - \frac{2}{y} = \frac{5}{2}$

B. $3y + \frac{2}{y} = \frac{5}{2}$

C. $\frac{y}{3} + \frac{2}{y} = \frac{5}{2}$

D. $\frac{y}{3} - \frac{2}{y} = \frac{5}{2}$

3. (2005 年·长沙) 方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x-2}$ 的解是

4. (2004 年·上海) 用换元法解方程 $x^2 + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x} = 4$, 可设 $y = x + \frac{1}{x}$, 则原方程化为关于 y 的整式方程是

5. (2005 年·湖北黄冈) 方程 $\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{3}$ 的解为

6. (2004 年·北京) 用换元法解方程 $\frac{x^2+3}{x} - \frac{4x}{x^2+3} = 3$.

7. 解方程: $\frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x} = \frac{3}{2}$.

8. (2003 年·南昌) 关于 x 的方程 $\frac{1}{x} - \frac{m}{x-1} = m$ 有实数根, 求 m 的取值范围.

9. (2005 年·大连市) 已知 $y = \frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \div \frac{x+1}{x^2-x}$

$x+1$. 试说明不论 x 为何值, y 的值不变.

单元八 列方程(组)解应用题

教材基础知识针对性训练与基本能力巩固提高

一、选择题

1. 为适应国民经济持续协调发展, 自 2004 年 4 月 18 日起, 全国铁路第五次提速. 提速后, 火车由天津到上海的时间缩短了 7.42 小时. 若天津到上海的路程为 1 326 千米, 提速前火车的平均速度为 x 千米/时, 提速后火车的平均速度为 y 千米/时, 则 x, y 应满足的关系式是 ()

A. $x - y = \frac{1326}{7.42}$ B. $y - x = \frac{1326}{7.42}$

C. $\frac{1326}{x} - \frac{1326}{y} = 7.42$ D. $\frac{1326}{y} - \frac{1326}{x} = 7.42$

2. 某商品经过两次降价, 由每件 100 元调至 81 元, 则平均每次降价的百分率是 ()

A. 8.5% B. 9%

C. 9.5% D. 10%

3. 某工地调来 72 人参加挖土和运土, 已知 3 人挖出的土 1 人恰好能全部运走, 怎样调配劳动力才使挖出来的土能及时运走且不窝工?

解决这个问题, 可设派 x 人挖土, 其他人运土. 列方程为

① $\frac{72-x}{x} = \frac{1}{3}$; ② $72-x = \frac{x}{3}$;

③ $x+3x=72$; ④ $\frac{x}{72-x}=3$.

上述所列方程正确的有

A. ① B. ②

C. ③ D. ④

4. 一年定期储蓄年利率为 2.25%, 所得利息要交 20% 的利息税. 例如, 存入一年期 100 元, 到期后利息为: 税后利息 = $100 \times 2.25\% - 100 \times 2.25\% \times 20\% = 100 \times 2.25\% (1-20\%)$. 已知某储户有一笔一年定期储蓄到期后得到利息 450 元, 该储户存入的本金是 ()

A. 2 500 元

B. 25 000 元

C. 10^5 元

D. 10^4 元

5. 一个两位数的十位数字与个位数字的平方和为 100, 若将该数的位置交换, 所得新数比原数大 18, 则该两位数是 ()

A. 14

B. 86

C. 68

D. 86 或 68

二、填空题

6. 某书城开展学生优惠购书的活动, 凡一次购书不超过 200 元的一律九折优惠, 超过 200 元的, 其中 200 元按九折算, 超过 200 元的部分按八折算. 某学生第一次去购书付款 72 元, 第二次又去购书享受了八折优惠, 他查看了所买书的定价, 发现两次共节省了 34 元钱, 则该学生第二次购书实际付款 元.

7. 甲、乙两人每天生产 a 个零件, 工作了 m 天, 改进了方法后每天可多生产 b 个零件, 工作了 n 天, 则甲、乙两人平均每天生产 个零件.

8. 一次普法知识竞赛共有 30 道题, 规定答对一道题得 4 分, 答错或不答一道题得 -1 分. 在这次竞赛中, 小明获得优秀 (90 分或 90 分以上), 则小明至少答对了 道题.

9. 国家规定个人发表文章、出版著作所获稿费应纳税, 其计算方法是: (1) 稿费不高于 800 元不纳税; (2) 稿费高于 800 元, 但不高于 4 000 元应缴纳超过 800 元的那一部分的 14% 的税; (3) 稿费高于 4 000 元应缴纳全部稿费的 11% 的税. 今知王教授出版一本著作获得一笔稿费, 他缴纳了 550 元的税, 王教授这笔稿费是 元.

10. 甲队有 32 人, 乙队有 28 人, 现在从乙队抽调 x 人到甲队, 使甲队人数是乙队人数的 2 倍, 依题意, 列出方程是 .

三、解答题

11. “利海”通讯商场, 计划用 60 000 元从厂家购进若干部新型手机, 以满足市场需求, 已知该厂家生