志鸿导学系列丛书

丛书主编　任志鸿

高中同步

导学大课堂

配新课标人教A版

数学
必修Ⅰ

华文出版社

高中同步

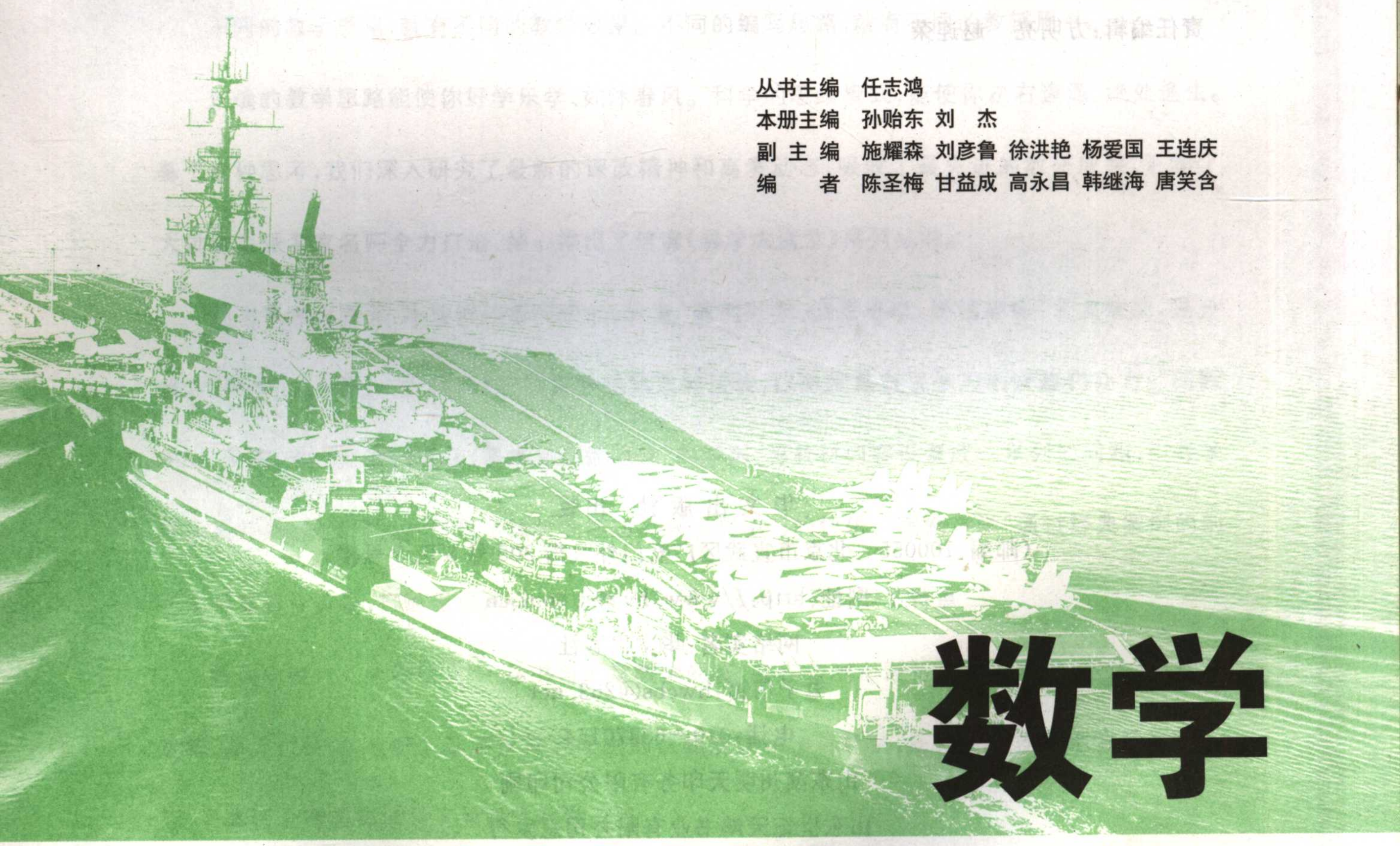
导学大课堂

志鸿导学系列丛书

高中同步

导学大课堂

丛书主编 任志鸿
本册主编 孙贻东 刘 杰
副 主 编 施耀森 刘彦鲁 徐洪艳 杨爱国 王连庆
编　　者 陈圣梅 甘益成 高永昌 韩继海 唐笑含



数学

配新课标人教A版 ◀必修Ⅰ▶

华文出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中同步导学大课堂. 数学 A. 必修：Ⅰ. 新课标人教版/任志鸿主编. 一北京：华文出版社，2006. 7
（志鸿导学系列丛书）
ISBN 7-5075-2045-5

Ⅰ. 高...　Ⅱ. 任...　Ⅲ. 数学课一高中一教学参考资料　Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 068515 号

装帧设计：邢　丽
责任编辑：方明亮　赵连荣

华 文 出 版 社　出版
（邮编：100055　北京市宣武区广安门外大街 305 号 8 区 5 号楼）
网址：http://www. hwcbs. com. cn
网络实名：华文出版社
电子信箱：hwcbs@263. net
电话：010－63370154
山东滨州明天印务有限公司印刷
山东世纪天鸿书业有限公司总发行
890×1240　16 开本　印张：74. 25　字数：2620 千字
2006 年 7 月第 1 版　2006 年 7 月第 1 次印刷
全套定价：122. 00 元

思路决定出路

（代前言）

思路决定出路，创路决定活路。

不同的教学思路，就有不同的教学效果。不同的编写思路，就有不同的教辅用书。

正确的教学思路能使你好学乐学、如沐春风。科学的思维模式，能使你左右逢源、绝处逢生。基于这种思考，我们深入研究了最新的课改精神和高考动态，吸收了最先进的教研成果，汇集了大批实力派名家名师全力打造、倾心推出了这套《导学大课堂》系列丛书。

丛书采用大单元、小课时的编写模式，设置“课前导引、课堂导学、课后导练”三大板块，充分体现“导学”的思想。“情境导学”设置学生熟悉的情境，以激发其自主学习的兴趣和动力；“问题导学”本着“教材内容问题化，基本知识能力化”的原则，将教材内容设置成一系列的问题，引导学生自主探究，并在探究的过程中体验到成功的喜悦和学习的快乐；“案例导学”通过经典案例的剖析来突破重难瓶颈，打通思维通道，掌握学习要领。本丛书具有以下特点：

●**科学设计　全程优化**　丛书与课堂教学同步，并在宏观上进行了科学安排，以达到“堂堂达标、单元过关”的目标。这不仅符合学生的认知规律和学习特点，还符合大多数地方的教学实际，尤其适合有教师指导下的课堂教学使用。

●**问题立意　激活思维**　学生解决问题的过程就是思考的过程、提高认识的过程。丛书通过对教材知识的挖掘和梳理，将知识设置成了一个一个的问题。学生在探究问题的过程中，不仅激活了思维，挖掘出了潜能，还能改变传统的学习方式，提高学习的效率。

FOREWORD

● **源于基础　构建网络**　丛书在深入挖掘学科知识点的基础上，还特别注意梳理各部分知识间的内在联系，使零散、孤立的知识汇聚在一起，并形成了具有系统性、条理性的网络结构，供学生在解决问题时迅速地检索、提取和应用。

● **循序渐进　逐级提升**　丛书遵循由浅入深、由易到难、由简到繁的原则，例题和习题都设置了科学、合理的梯度与坡度，最大限度地兼顾了不同层次和不同水平的学生，既能让一般水平的学生吃饱、吃好，又能使学有余力的学生胃口大开。

● **一种思想　万千气象**　丛书的各学科既遵循统一的指导思想和编写理念，又根据各自的特点和创编者的个性，在栏目设置、体例设计、布局谋篇上形成自己独特的风格，使各学科分册在呈现出异彩纷呈、百花争妍态势的同时，又与其他学科自然和谐地组成一个有机的整体。

丛书编委会

CONTENTS

目录

CONTENTS

目录

第一章　集合与函数概念

本章要览

1. 集合语言是现代数学的基本语言，通过本章的学习，要学会使用集合语言表示有关数学对象，并能在自然语言、图形语言、集合语言之间进行转换，感受集合语言的意义和作用. 集合作为语言表示常用列举法和描述法.

2. 元素与集合是“属于”“不属于”关系，元素具有确定性、互异性、无序性.

3. 理解集合与集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集.

4. 会求两个简单集合的并集与交集，会求给定子集的补集.

5. 通过丰富实例，进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型，在此基础上学习用集合与对应的语言来刻画函数，体会对应关系在刻画函数概念中的作用；了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域.

6. 在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法(如图像法、列表法、解析法)表示函数.

1.1　集　合

1.1.1　集合的含义与表示

课前导引

问题导入

1. “所有的数学难题”能否构成一个集合？

解答：由于“所有的数学难题”中的元素不确定，即无法判断一个数学题目是否是该集合中的元素，不能构成集合.

2. $\{x,x^2-x\}$能否表示一个数集？

解答：不一定. 若$x=x^2-x$，即$x=0$或$x=2$时，$\{x,x^2-x\}$不能表示一个数集.

知识结构

集合的含义与表示

1. 集合的概念：把________称为集合，把________统称为元素.

2. 集合中元素的性质：(1)______；(2)______；(3)______.

3. 集合的表示方法

(1)列举法：将集合中的元素________，写在______内表示集合的方法. 使用列举法应注意：①________；②________；③________.

(2)描述法：用集合所含元素的______来表示集合的方法. 使用描述法应注意：①写清楚集合中元素的______，如$\{x\in \mathbf{R}|x>0\}$，不能写成$\{x>2\}$；②说明该集合中元素的______；③所有描述的内容都写在______内.

4. 元素与集合的关系：一般地用大写拉丁字母如A、B、C表示集合，用小写拉丁字母a、b、c表示集合中的元素，如果a是集合A中的元素就说a____集合A，记作a____A；如果a不是集合A的元素，就说a______A，记作a______A.

5. 常用数集及其记法：N 为______组成的集合，即自然数集，N^* 或 N_+ 为______组成的集合；Z 为______组成的集合；Q 为______组成的集合，R 为______组成的集合.

课堂导学

三点剖析

一、集合的概念

【例1】判断下列命题是否正确，并说明理由.

(1)$\{\mathbf{R}\}=\mathbf{R}$；

(2)方程组$\begin{cases}y=2x,\\y=x+1\end{cases}$的解集为$\{x=1,y=2\}$；

(3)$\{x|y=x^2-1\}=\{y|y=x^2-1\}=\{(x,y)|y=x^2-1\}$；

(4)平面内线段 MN 的垂直平分线可表示为$\{P|PM=PN\}$.

思路分析：以上几种命题都是同学们在初学过程中极易出错的几种典型类型. 处理此类问题关键在于要正确而深刻地理解集合的表示方法.

解：(1)$\{\mathbf{R}\}=\mathbf{R}$ 是不正确的，R 通常为 $\mathbf{R}=\{x|x$ 为实数$\}$，即 R 本身可表示为全体实数的集合，而$\{\mathbf{R}\}$则表示含有一个字母 R 的集合，它不能为实数的集合.

(2)方程组$\begin{cases}y=2x,\\y=x+1\end{cases}$的解集为$\{x=1,y=2\}$是不对的，因为解集的元素是有序实数对$(x,y)$，正确答案应为$\{(x,y)|\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}\}=\{(1,2)\}$.

(3)$\{x|y=x^2-1\}=\{y|y=x^2-1\}=\{(x,y)|y=x^2-1\}$是不正确的.

$\{x|y=x^2-1\}$表示的是函数自变量的集合，它可以为$\{x|y=x^2-1\}=\{x|x\in\mathbf{R}\}=\mathbf{R}$.

$\{y|y=x^2-1\}$表示的是函数因变量的集合，它可以为$\{y|y=x^2-1\}=\{y|y\geqslant-1\}$.

$\{(x,y)|y=x^2-1\}$表示点的集合，这些点在二次函数 $y=x^2-1$ 的图象上.

(4)平面上线段 MN 的垂直平分线可表示为$\{P|PM=PN\}$是正确的.

温馨提示

正确理解集合表示方法对以后的学习有极大帮助. 特殊数集用特定字母表示有特别规定，不能乱用；二元一次方程组的解集必须为$\{(x,y)|\begin{cases}x=?\\y=?\end{cases}\}$的形式；对描述法表示的集合一定要认清竖杠前面的元素是谁，竖杠后其特征又是什么.

各个击破

类题演练 1

(1)下列命题是假命题的个数为______.

①$\{1,2\}=\{(1,2)\}$ ②$\varnothing=\{x|x+1=1\}$

③$\begin{cases}x-y-8=0,\\2x+y+2=0\end{cases}$解的集合为$\{(x,y)|x=2$ 或 $y=-6\}$ ④$\sqrt{15}\in\{x|x\leqslant3\sqrt{2}\}$ ⑤$\{P|PO=3\text{ cm}\}$(O 是定点)表示圆

(2)判断下列表示能否视为集合表示：

①$\{1,2,3,\cdots\}$；

②$\{s=t^2+1\}$；

③{正方形}.

(3)可以表示方程组$\begin{cases}x-y=1,\\x+y=3\end{cases}$的解集的是______.

①$\{x=2,y=1\}$ ②$\{(x,y)|(2,1)\}$ ③$\{2,1\}$ ④$\{(2,1)\}$ ⑤$\{(x,y)|x=2$ 或 $y=1\}$ ⑥$\{(x,y)|x=2$ 且 $y=1\}$ ⑦$\{(x,y)|\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}\}$

变式提升 1

实数$\{3,x,x^2-2x\}$中的元素 x 应满足的条件为：______.

【例2】已知 $a\in\{1,-1,a^2\}$，则 a 的值为______.

解析：处理该类问题的关键是对 a 进行分类讨论，利用元素的互异性解题.

$\because a\in\{1,-1,a^2\}$，

$\therefore a$ 可以等于 $1,-1,a^2$.

(1)当 $a=1$ 时，集合则为 $\{1,-1,1\}$，不符合集合元素的互异性. 故 $a\neq1$.

(2)同上，$a=-1$ 时也不成立.

(3)$a=a^2$ 时，得 $a=0$ 或 1，$a=1$ 不满足舍去，$a=0$时集合为 $\{1,-1,0\}$. 综上，$a=0$.

答案：0

温馨提示

集合元素的互异性指集合中元素必须互不相同，无序性指集合中的元素与顺序无关. 因此在处理元素为字母的集合问题时，既要注意对字母进行讨论，又要自觉注意集合元素的互异性、确定性.

二、运用集合的两种表示方法正确地表示集合

【例3】用列举法表示下列集合.

(1)$\{y\mid y=x^2-2,x\leqslant3,x\in\mathbf{N}\}$；

(2)$\{(x,y)\mid y=x^2-2,x\leqslant3,x\in\mathbf{N}\}$.

思路分析：首先认准描述法所表示集合的代表元素，然后根据条件求其值，用列举法将集合中的元素不计次序、不重复、不遗漏地列出来.

解：(1)因为 $x\leqslant3,x\in\mathbf{N}$，所以 $x=0,1,2,3$. 所以 $y=-2,-1,2,7$. 所以 $\{y\mid y=x^2-2,x\leqslant3,x\in\mathbf{N}\}$ 用列举法表示为 $\{-2,-1,2,7\}$.

(2)由上题可知，$\{(x,y)\mid y=x^2-2,x\leqslant3,x\in\mathbf{N}\}$ 用列举法表示为 $\{(0,-2),(1,-1),(2,2),(3,7)\}$.

温馨提示

列举法适合于表示集合是有限集，且元素个数较少，但有时也可表示无限集或个数较多的集合，如：$\{1,2,\cdots,n,\cdots\}$.

【例4】用描述法表示下列集合.

(1)偶数集；

(2)$\{2,4,6,8\}$；

(3)坐标平面内在第一象限的点组成的集合.

解：(1)$\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$；

(2)$\{x\mid x=2n,1\leqslant n\leqslant4,n\in\mathbf{Z}\}$；

(3)$\{(x,y)\mid x>0$，且 $y>0\}$.

温馨提示

用描述法表示集合时，要弄清楚元素的特征，使其具有符合性质的都属于集合，不具有性质的不属于集合.

类题演练 2

集合 $A=\{a,\frac{b}{a},1\}$，$B=\{a^2,a+b,0\}$，$a\in\mathbf{R}$，$b\in\mathbf{R}$. 若 $A=B$，求 $a^{2006}+b^{2006}$ 的值.

变式提升 2

已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid ax^2+2x+a=0,a\in\mathbf{R}\}$ 中只有一个元素，求 a 的值，并求这个元素.

类题演练 3

用列举法表示下列集合.

(1)不大于 10 的非负偶数；

(2)方程 $(x-1)^2(x-3)=0$ 的解集；

(3)方程组 $\begin{cases}x+y=3,\\x-y=1\end{cases}$ 的解集.

变式提升 3

2006 山东高考.1 定义集合运算：$A\odot B=\{z\mid z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$，设集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{2,3\}$，则集合 $A\odot B$ 的所有元素之和为 ……………（　）

A. 0　　B. 6　　C. 12　　D. 18

类题演练 4

用描述法表示下列集合.

(1)所有正奇数组成的集合；

(2)坐标平面内 x 轴上的点组成的集合.

变式提升 4

用适当的方法表示下列集合.

(1)由不等式 $x-3>2$ 的所有解组成的集合；

(2)由方程组 $\begin{cases}x+y=5,\\2x-4y=-8\end{cases}$ 的所有解组成的集合；

(3)由小于 10 的非负奇数组成的集合.

三、集合概念再理解

【例5】判断以下对象的全体能否组成集合.

(1)高一·一班的身高大于1.75 m的学生；

(2)高一·一班的高个子学生.

思路分析：该例贴近于现实生活，能较好地帮助同学们正确理解集合元素的确定性.

解：(1)高一·一班中身高大于1.75 m的学生是确定的，因此身高大于1.75 m的学生可以组成集合.

(2)高一·一班中的高个子学生没有具体身高标准，因此高个子学生不能组成集合.

温馨提示

判断某组对象是否为集合必须同时满足三个特征：(1)确定性，(2)互异性，(3)无序性，特别是确定性比较难理解，是指元素和集合的关系是非常明确的，要么该元素属于集合，要么该元素不属于集合，而不是模棱两可.

类题演练　5

以下说法的对象能组成集合的有________.

①所有的奇数　②不小于-2的数　③满足方程$2x-y=0$的解为坐标的点　④很小的数　⑤漂亮的花　⑥不满足$x+1=0$的实数

变式提升　5

已知满足"如果$x\in A$，则$6-x\in A$"的自然数x构成集合A.

(1)若A是一个单元素集，则$A=$________；

(2)若A有且只有两个元素，则$A=$________.

课后导练

基础达标

1 给出的对象不能构成集合的是……………… (　　)

A. 直角坐标系中横纵坐标互为相反数的点

B. 平方后不等于9的实数

C. 无限靠近2的实数x

D. 方程$x+y=3$的解

2 下列集合中，不是方程$(x-1)x(x+1)=0$解集的集合是………………………………………… (　　)

A. $\{1,0,-1\}$

B. $\{0,-1,1\}$

C. $\{x|x(x+1)(x-1)=0\}$

D. $\{(-1,0,1)\}$

3 下列表示的关系中正确的个数有……………… (　　)

①$0\notin\mathbf{N}$　②$3.14\notin\mathbf{Q}$　③$\pi\in\mathbf{R}$　④$3\sqrt{2}\in\{x|x\leqslant\sqrt{17}\}$

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

4 集合$\{x|x=\frac{|a|}{a}+\frac{b}{|b|}\}$中元素的个数有 …… (　　)

A. 2个　　B. 3个

C. 4个　　D. 无法说清

5 用列举法写出与集合A、B相等的集合.

$A=\{x\in\mathbf{N}|x\geqslant1$且$x\leqslant2\}=$________；

$B=\{x|x=1$或$x=2\}=$________.

6 集合$M=\{x\in\mathbf{N}|x=5-m,m\in\mathbf{N}\}$中元素的个数为________.

7 用描述法表示在自然数中被7除余2的数为________.

8 若$1\in A=\{x|x^2-a=0\}$，则$B=\{y|y=x+1,x\in A\}=$________.

9 下列几组集合中哪些是表示相同的集合：

(1)集合$M=\varnothing$，$N=\{0\}$；

(2)集合$M=\{x|x^2-3x+2=0\}$，$N=\{y|y^2-3y+2=0\}$；

(3)集合$M=\{x|x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$，集合$N=\{x=4k\pm1,k\in\mathbf{Z}\}$；

(4)集合$M=\{\pi\}$，$N=\{3.141\ 5\}$.

10 用适当的方法表示下列集合.

(1)2008年举办奥运会的国家所组成的集合；

(2)由0,1,2三个数字所组成的一切可能的无重复数字的自然数集合；

(3)直角坐标平面上y轴上的点的集合；

(4)方程组$\begin{cases}2x=y,\\xy=1\end{cases}$的解集.

综合运用

11 已知集合 $A=\{y|y=-x^2+5x-4,x\in\mathbf{R}\}$，则有 ……………………………………………… (　　)

A. $1\in A$，且 $4\in A$　　B. $1\in A$，但 $4\notin A$

C. $1\notin A$，但 $4\in A$　　D. $1\notin A$，且 $4\notin A$

12 已知集合 $M=\{m|m=a+b\sqrt{2},a,b\in\mathbf{Q}\}$，则下列元素中属于集合 M 的元素个数是 …………………… (　　)

①$m=1+\sqrt{2}\pi$　②$m=\sqrt{7+2\sqrt{12}}$　③$m=\dfrac{1}{2+\sqrt{2}}$

④$m=\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}$

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

13 集合 $M=\{y\in\mathbf{Z}|y=\dfrac{8}{x+3},x\in\mathbf{Z}\}$ 的元素个数是 ……………………………………………………… (　　)

A. 2 个　B. 4 个　C. 6 个　D. 8 个

14 设集合 $P=\{3,4,5\}$，$Q=\{4,5,6,7\}$，定义 $P*Q=\{(a,b)|a\in P,b\in Q\}$，则 $P*Q$ 中元素的个数是 ……… (　　)

A. 3 个　B. 7 个　C. 10 个　D. 12 个

15 已知 $A=\{x\in\mathbf{N}|\dfrac{12}{6-x}\in\mathbf{N}\}$，试用列举法表示 A.

16 设 A 表示集合 $\{2,3,a^2+2a-3\}$，B 表示集合 $\{|a+3|,2\}$，已知 $5\in A$ 且 $5\notin B$. 求 a 的值.

拓展探究

17 规定集合中的元素有有限多个，则称该集合为有限集，集合中的元素有无限多个，称集合为无限集. 不含任何元素的集合为空集.

当 a、b 满足什么条件时，集合 $A=\{x|ax+b=0\}$ 是有限集、无限集、空集？

18 已知集合 $A=\{x|ax^2+2x+1=0,a\in\mathbf{R},x\in\mathbf{R}\}$：

(1)若 A 中只有一个元素，求 a 值，并求出这个集合；

(2)若 A 中至多具有一个元素，求 a 的取值范围.

1.1.2　集合间的基本关系

课前导引

问题导入

1. 你能正确地理解空集的含义吗？你能举出一些空集的例子吗？

解答：不含任何元素的集合叫做空集. 如 $M=\{x|x^2+1=0\}$.

2. 你能准确区分符号"$\in$"与"$\subseteq$"，"$\subseteq$"与"$\subsetneqq$"的区别吗？

解答："$\in$"是用于表示元素与集合之间关系的，若元素 a 是集合 A 中的元素，则 $a\in A$. 而"$\subseteq$"是用于表示两个集合之间关系的，若集合 A 中的元素都是集合 B 的元素，则 $A\subseteq B$. 而"$\subsetneqq$"也是用于两个集合之间的关系，若 $A\subseteq B$，且 B 中至少有一个元素不在 A 中，则 $A\subsetneqq B$.

知识结构

1. 子集：(1)对于两个集合 A、B，如果集合 A 中________都是集合 B 中的元素，称集合 A 为集合 B 的______，记作______或______.

当 A 不是 B 的子集时，记作 $A\not\subseteq B$ 或 $B\not\supseteq A$.

(2)符号语言表示子集：若任意 $x\in A$，有 $x\in B$，则______.

2. 真子集：若集合 $A\subseteq B$，但存在元素 $x\in B$，且________，称集合 A 是集合 B 的______，记作________或________.

3. 空集：________的集合，记为____.

规定：空集是任何集合的子集，用符号语言表示为

______;若 A 非空(即______),则有$\varnothing$____A.

4. 子集、真子集的性质:①A____A,②$\varnothing$____A,③$A\subseteq B,B\subseteq C\Rightarrow$______,④$A$____$B$,且 $B\subsetneqq C\Rightarrow$______.

5. 两集合相等:若 A____B,且 B____A,则 $A=B$.

6. 含 n 个元素的集合 A 的子集个数为____,真子集个数为______,非空真子集的个数为________.

课堂导学

三点剖析

一、集合间的关系

【例1】判断下列各式是否正确.

(1)$\sqrt{2}\subseteq\{x|x\leqslant 2\}$;

(2)$\sqrt{2}\in\{x|x\leqslant 2\}$;

(3)$\{\sqrt{2}\}\subsetneqq\{x|x\leqslant 2\}$;

(4)$\varnothing\in\{x|x\leqslant 2\}$;

(5)$\varnothing\subseteq\{x|x\leqslant 2\}$;

(6)$\{a,b,c,d\}\subseteq\{e,f,b,d,g\}$.

思路分析:要注意元素与集合之间、集合与集合之间关系符号的不同,绝对不能混淆.

解:根据元素与集合、集合与集合之间的有关规定,(1)(4)(6)不正确,(2)(3)(5)正确.

温馨提示

一般来说,元素与集合之间应该用“$\notin$”或“$\in$”;而“$\subseteq,\subsetneqq$”应该出现于集合与集合之间;$\varnothing$作为特殊集合应遵从$\varnothing\subseteq A$,$\varnothing\subsetneqq A$(非空).但这不是绝对的,选择的关键在于具体分析二者的关系.例$\{1,2\}\in\{\{1,2\},\{1\}\}$,而$\varnothing\in\{\varnothing,1\}$,$\varnothing\subsetneqq\{\varnothing,1\}$都是对的.

二、运用集合间的关系解题

【例2】$\{a,b\}\subseteq A\subsetneqq\{a,b,c,d,e\}$,求所有满足条件的集合 A.

思路分析:从子集、真子集的概念着手解答.

解:因为$\{a,b\}\subseteq A$,所以,A 中必有元素 a,b.

因为,A 是$\{a,b,c,d,e\}$的真子集,所以,A 中元素可以有 2 个,3 个,4 个三种情形.具体为:$\{a,b\}$;$\{a,b,c\}$;$\{a,b,d\}$;$\{a,b,e\}$;$\{a,b,c,d\}$;$\{a,b,c,e\}$;$\{a,b,d,e\}$共 7 个.

温馨提示

1. 按顺序摆,做到不重不漏.

2. 正确地把集合语言表述的问题“翻译”成普通数学语言.

各个击破

类题演练 1

下列各式中,正确的个数是 ……………………( )

①$\varnothing=\{0\}$ ②$\varnothing\subseteq\{0\}$ ③$\varnothing\in\{0\}$ ④$0=\{0\}$

⑤$0\in\{0\}$ ⑥$\{1,2\}\subseteq\{1,2\}$

A. 1 个 B. 2 个

C. 3 个 D. 4 个

变式提升 1

在以下五个写法中,写法正确的个数有 ………( )

①$\{0\}\in\{0,1,2\}$ ②$\varnothing\subsetneqq\{0\}$ ③$\{0,1,2\}\subseteq\{1,2,0\}$

④$0\in\varnothing$ ⑤$1\in\{x|x\subseteq\{1,2\}\}$

A. 1 个 B. 2 个

C. 3 个 D. 4 个

类题演练 2

求满足条件$\{x|x^2+1=0\}\subsetneqq M\subseteq\{x|x^2-1=0\}$的集合 M 的个数.

变式提升 2

集合$\{x\in\mathbf{N}|x=-y^2+6,y\in\mathbf{N}\}$,试写出该集合的所有真子集.

【例3】集合 $A=\{1,3,a\}$，$B=\{a^2\}$，且 $B\subsetneqq A$，求实数 a 的取值集合.

思路分析：在利用 $B\subsetneqq A$ 这一条件时要注意对 a 进行讨论.

解：由于 $B=\{a^2\}\subsetneqq A=\{1,3,a\}$，

因此，① $a^2=1$，得 $a=1$（不合题意舍去）或 $a=-1$；

② $a^2=3$ 得 $a=\pm\sqrt{3}$；

③ $a^2=a$ 得 $a=1$（不合题意舍去）或 $a=0$.

综上，实数 a 的取值集合为 $\{-1,\sqrt{3},-\sqrt{3},0\}$.

温馨提示

1.分类讨论思想是很重要的思想方法，注意掌握分类方法；

2.在解决集合的元素问题时，最后结论要注意检验元素是否具备互异性.

三、元素与集合之间、集合与集合之间的关系再讨论

【例4】已知集合 $A=\{a,b\}$，$B=\{x\mid x\in A,\}$ $C=\{x\mid x\subseteq A\}$，试判断 A、B、C 之间的关系.

解：集合 B 中的代表元素是 x，x 满足的条件是 $x\in A$，因此 $x=a$ 或 $x=b$，即 $B=\{a,b\}=A$，而集合 C 则不然，集合 C 的代表元素虽然也是 x，但 x 代表的是集合，$x\subseteq A$，因此，$x=\{a\}$ 或 $x=\{b\}$ 或 $x=\{a,b\}$ 或 $x=\varnothing$，即 $C=\{\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$，此时集合 C 中的元素是集合，故 $B\subseteq C$，$A\in C$.

$\therefore A=B$，$B\subseteq C$，$A\in C$.

温馨提示

对于元素与集合、集合与集合之间的 $\in$、$\subseteq$ 关系要理解透彻，“$\in$”是用于描述元素与集合之间的关系，即只要元素 a 是构成集合 A 的一个元素，则 $a\in A$，如 $\{1\}$ 与 $\{\{1\},\{2\}\}$，尽管 $\{1\}$ 是一个集合，但是 $\{1\}$ 是构成集合 $\{\{1\},\{2\}\}$ 的一个元素，故 $\{1\}\in\{\{1\},\{2\}\}$，“$\subseteq$”是用于描述集合与集合之间的关系，如 $\{1,2,3\}\subseteq\{1,2,3,4\}$.

类题演练 3

已知集合 $A=\{1,3,a\}$，$B=\{1,a^2-a+1\}$ 且 $A\supseteq B$，求 a 的值.

变式提升 3

设 $A=\{x\mid 4x+p<0\}$，$B=\{x\mid x<-1$ 或 $x>2\}$，若使 $A\subseteq B$，则 p 的取值范围是________.

类题演练 4

集合 $A=\{(x,y)\mid \frac{y}{x}=1\}$ 与 $B=\{(x,y)\mid y=x\}$ 的关系是……………………………………（　　）

A. $A=B$　　　　B. $A\subsetneqq B$

C. $A\supseteq B$　　　　D. $A\supsetneqq B$

变式提升 4

已知 a、$x\in\mathbf{R}$，$A=\{2,4,x^2-5x+9\}$，$B=\{3,x^2+ax+a\}$，求使 $2\in B$，$B\subsetneqq A$ 的 a 与 x 的值.

课后导练

基础达标

1 下列表示中错误的是…………………………（　　）

① $\{0\}=\varnothing$　② $\{2\}\subseteq\{2,4,6\}$　③ $\{2\}\in\{x\mid x^2-3x+2=0\}$　④ $0\in\{0\}$

A. ①②　　B. ①③　　C. ②④　　D. ②③

2 设 $A=\{$正方形$\}$，$B=\{$矩形$\}$，$C=\{$平行四边形$\}$，$D=\{$梯形$\}$，则下列包含关系中不正确的是 ……（　　）

A. $A\subseteq B$　　　　B. $B\subseteq C$

C. $C\subseteq D$　　　　D. $A\subseteq C$

3 已知集合 $M=\{x\mid x=2m,m\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{y\mid y=2(n+$

1)，$n\in \mathbf{Z}\}$，则 …………………………（　　）

A. $M\subsetneqq N$　　B. $M\supsetneqq N$

C. $M=N$　　D. $M\neq N$

4 下列四个集合中，是空集的是 …………（　　）

A. $\{x|x^2=0\}$

B. $\{x|x-1<0\}$

C. $\{(x,y)|y^2=-x^2,x、y\in \mathbf{R}\}$

D. $\{x|x^2-x+1=0,x\in \mathbf{R}\}$

5 集合 $M=\{x|x=3k-2,k\in \mathbf{Z}\}$，$N=\{x|x=3m+1,m\in \mathbf{Z}\}$，$P=\{x|x=6n+1,n\in \mathbf{Z}\}$，则 M、N、P 的关系正确的是……………………………………（　　）

A. $P\subsetneqq N\subsetneqq M$　　B. $N=P\subsetneqq M$

C. $P\subsetneqq M=N$　　D. $P\supsetneqq M=N$

6 若集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x|\frac{x-1}{x-2}=0\}$，则集合 A 与 B 的关系为________.

7 集合 $M\subseteq\{2,3,5\}$，且 M 中至多有一个奇数，则这样的集合个数为________.

8 集合 $A=\{x|x=2k,k\in \mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=2k+1,k\in \mathbf{Z}\}$，$C=\{x|x=2(k+1),k\in \mathbf{Z}\}$，$D=\{x|x=2k-1,k\in \mathbf{Z}\}$，$E=\{x|x=2k-2,k\in \mathbf{Z}\}$，写出上述集合中相等的集合：________.

9 2006上海文科.1 已知集合 $A=\{-1,3,m\}$，集合 $B=\{3,4\}$. 若 $B\subseteq A$. 则实数 $m=$________.

10 设 $M=\{(x,y)|mx+ny=4\}$ 且 $\{(2,1),(-2,5)\}\subseteq M$，则 $m=$________，$n=$________.

综合运用

11 集合 $P=\{x,1\}$，$Q=\{y,1,2\}$，其中 $x,y\in\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，且 P 是 Q 的真子集，把满足上述条件的一对有序整数 (x,y) 作为一个点，这样点的个数是________.

12 设 $M=\{x|x^2-1=0\}$，$N=\{x|ax-1=0\}$，若 $N\subseteq M$，则 a 的值为________.

13 若 $x\in \mathbf{R}$，$A=\{2,4,x^2-5x+9\}$，求使 $A=\{2,3,4\}$ 的 x 值.

14 $a、x\in \mathbf{R}$，$B=\{3,x^2+ax+a\}$，$C=\{x^2+(a+1)x-3,1\}$，求使 $B=C$ 的 a 与 x 的值.

15 已知集合 $A=\{x\in \mathbf{R}|x^2+3x+3=0\}$，$B=\{y\in \mathbf{R}|y^2-5y+6=0\}$，$A\subseteq P\subsetneqq B$，求满足条件的集合 P.

16 已知 $A=\{1,1+d,1+2d\}$，$B=\{1,q,q^2\}$，当 $A=B$ 时，求 d、q 的值.

拓展探究

17 设集合 $M=\{x|2x^2-5x-3=0\}$，$N=\{x|mx=1\}$，且 $N\subsetneqq M$，求实数 m 的取值集合.

18 若集合 $A=\{x|x=a^2+2a+4,a\in \mathbf{R}\}$，$B=\{y|y=b^2-4b+3,b\in \mathbf{R}\}$，试确定集合 A、B 之间的关系.

第一章 集合与函数概念

1.1.3　集合的基本运算

课前导引

问题导入

1. 你能准确地利用并集、交集、补集的概念解决集合运算吗？
2. 如何利用集合运算的性质作依据解决相关问题？

知识结构

1. 并集的概念

(1)自然语言表示：由____属于集合 A ____属于集合 B 的元素所组成的集合，称为集合 A 与 B 的____.

(2)符号语言表示：$A\cup B=$________.

(3)图形语言(venn 图)表示：________.

2. 交集的概念

(1)自然语言表示：由属于集合 A ____属于集合 B 的所有元素所组成的集合，称为集合 A 与 B 的______.

(2)符号语言表示：$A\cap B=$________.

(3)图形语言表示(Venn 图)：________.

3. 补集的概念

(1)自然语言表示：对于集合 A，由_____中不属于集合 A 的所有元素所组成的集合，称为集合 A 相对于全集 U 的_____，简称为集合 A 的补集.

(2)用符号语言表示：$\complement_U A=$________.

(3)用图形语言表示(Venn 图)：________，阴影部分表示 $\complement_U A$.

4. 有关集合运算的性质

(1)$A\cup B$___$B\cup A$；$A\cup A=$___；$A\cup\varnothing=$___.

(2)$A\cap B$___$B\cap A$；$A\cap A=$___；$A\cap\varnothing=$___.

(3)$(\complement_R A)\cup A=$___；$(\complement_R A)\cap A=$___；$\complement_R(\complement_R A)=$___.

(4)$A\cap B=A\Leftrightarrow$_____；$A\cup B=B\Leftrightarrow$_____；$A\cap B=A\Leftrightarrow A\cup B=B$.

(5)$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)$____$(\complement_U B)$，$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)$____$(\complement_U B)$.

课堂导学

三点剖析

一、交集、并集、补集的概念与运算

【例1】若全集 $U=\{x|x\leqslant 9,x\in\mathbf{N}^*\}$，$M=\{1,7,8\}$，$P=\{2,3,5,7\}$，$S=\{1,4,7\}$，则$(M\cup P)\cap(\complement_U S)=$________.

解析：$U=\{x|x\leqslant 9,x\in\mathbf{N}^*\}=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，$(M\cup P)\cap(\complement_U S)=\{2,3,5,8\}$.

答案：$\{2,3,5,8\}$

温馨提示

1. 进行集合运算应首先要弄清楚各集合是由什么元素构成的，然后再根据交集、并集、补集的概念进行运算.

2. 集合间的包含关系的判断及集合的运算一般使用韦恩图.

各个击破

类题演练 1

设全集 $U=\mathbf{N}$，$P=\{2n|n\in\mathbf{N}\}$，$Q=\{x|x=4n,n\in\mathbf{N}\}$，则 $\mathbf{N}$ 可以表示为……………………………………（　　）

A. $P\cap Q$

B. $(\complement_U P)\cup Q$

C. $P\cup(\complement_U Q)$

D. $(\complement_U P)\cup(\complement_U Q)$

变式提升 1

设全集 $U=\{1,3,5,7,9\}$，集合 $A=\{1,|a-5|,9\}$，$\complement_U A=\{5,7\}$，则 a 的值是 ……………………………（　　）

A. 2　　　　B. 8

C. -2 或 8　　　　D. 2 或 8