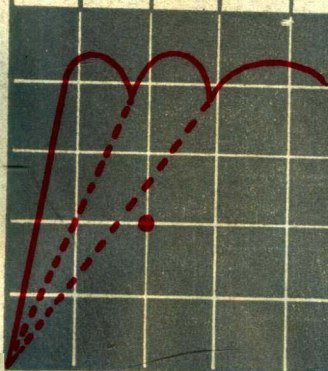


汽車传动系自动操縱的理論基础

B.A. 彼得罗夫 著

陆 兆 风 譯



人民交通出版社

汽車传动系自动操縱的 理論基础

B.A.彼得罗夫 著

陆 兆 风 譯

人 民 交 通 出 版 社

本書从理論上分析研究如何使裝有自动变速器的汽車得到最佳的动力性能和燃料經濟性，包括无級非自动变速、无級自动变速和有級自动变速等方面的有关問題。

本書供汽車工程技術人員學習參考。

汽車传动系自动操縱的理論基础

В.А.ПЕТРОВ

ОСНОВЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ТРАНСМИССИЕЙ АВТОМОБИЛЯ

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

МОСКВА 1957

本書根据苏联科学院出版社1957年莫斯科俄文版本譯出

陆兆风 譯

*

人民交通出版社出版

(北京安定門外和平里)

北京市書刊出版业营业許可証出字第〇〇六号

新华书店北京发行所发行 全国新华书店經售

人民交通出版社印刷厂印刷

*

1963年10月北京第一版 1963年10月北京第一次印刷

开本：787×1092 1/32 印張：5 1/2張

全書：144,000字 印数：1—2,500册

統一書号：15044·4406

定价(10)：0.73元

目 录

序言	4
緒論	6

第一篇 无級和有級传动系操縱的一般問題

1. 汽車的行駛微分方程	8
2. 非等速行駛時汽車的牽引特性	16
3. 汽車燃料經濟性各指标間的关系	17
4. 自动操縱发动机和传动系的主要要求	19

第二篇 无級非自动調節传动系

第一章 裝置无級非自动調節传动系的发动机的

最适宜工况

1. 問題的性質和主要任务	22
2. 最大功率工况	24
3. 用部分功率工作的工况	29
4. 传动效率变化对于发动机最适宜工况的影响	34
5. 不使用省油器时的变换特性	37
6. 汽車行駛条件不同时的传动比	38

第二章 发动机和无級非自动調節传动系的操縱規律

7. 发动机按照最小燃料消耗特性穩定工作的保証	40
8. 传动系的調節規律	46
9. 发动机的調節規律	48
10. 自动操縱的特性	50
11. 传动系速比的最小变化范围	51

12. 发动机的使用稳定性对于自动操纵规律的影响	56
--------------------------------	----

13. 无级非自动调节传动系对于汽车使用性能的影响	57
---------------------------------	----

第三章 无级非自动调节传动系与发动机的

自动操纵系统	64
--------------	----

14. 传动系的程序式调节 (按照输出轴的转速)	64
--------------------------------	----

15. 传动系的恒值式调节 (按照输入轴的转速)	66
--------------------------------	----

16. 发动机的调节	69
------------------	----

第三篇 有级传动系

第一章 现有的有级传动系的自动操纵	71
-------------------------	----

1. 问题的性质和主要任务	71
---------------------	----

2. 若干传动系的换挡特性	76
---------------------	----

3. 牵引性能	81
---------------	----

4. 换挡循环	84
---------------	----

5. 燃料经济性	86
----------------	----

第二章 发动机和有级传动系的操纵规律	88
--------------------------	----

6. 近似的操纵规律	88
------------------	----

7. 考虑旋转质量和发动机不稳定工况的影响的操纵规律	93
----------------------------------	----

8. 按照两个参数调节	96
-------------------	----

9. 精制换挡特性的方法	99
--------------------	----

10. 苏联小客车的换挡特性	101
----------------------	-----

11. 有级自动传动系对于汽车使用性能的影响	105
------------------------------	-----

第三章 有级传动系和发动机的自动操纵系统	108
----------------------------	-----

12. 传动系的操纵	108
------------------	-----

13. 发动机的操纵	113
------------------	-----

14. 发动机与传动系的共同操纵	120
------------------------	-----

第四篇 无级自动调节的传动系

第一章 操纵无级自动调节传动系的一般问题	124
----------------------------	-----

1. 問題的性質与主要任务.....	121
2. 发动机的工况.....	124
3. 无級自动调节传动系对于汽車使用性能的影响.....	125
4. 发动机与无級自动调节传动系連用时按照最小 燃料消耗特性工作的可能性.....	131
第二章 液力传动系	134
5. 計算液力变扭器汽車燃料經濟特性的方法.....	134
6. 发动机工况和液力变扭器特性的选择.....	138
7. 液力传动系作用方案的分析.....	142
8. 液力传动系的自动操縱系統.....	154
9. 現代液力传动系的換档特性.....	158
10. 发动机与传动系的操縱規律.....	162
主要符号	171
参考文献	173

序 言

传动系操纵的自动化是改善汽车结构的主要方向之一。

操纵自动化不仅减轻驾驶员的劳动，而且改善汽车的牵引性能和燃料经济性。许多试验证明，在交通负荷大的市区中，汽车每行驶100公里，驾驶员须换挡400~600次，踏离合器踏板600~700次，也就是平均每隔30~40秒须操作一次[1、2]。市区公共汽车和重型载货汽车的驾驶员最感到需要减轻驾驶时的劳动。随着私人小客车的普遍使用，很多小客车是由驾驶经验不足的汽车爱好者驾驶的，所以自动操纵对于小客车亦很重要。

目前的自动操纵只达到了一个目的，即减轻驾驶员的劳动，而没有改善汽车的牵引性能和燃料经济性。这种改善在使用自动操纵后是可能的。现有的自动操纵系统甚至使汽车的这些运用性能变坏，这是现代自动操纵系统的一个主要缺点。

由于缺乏这方面的理论研究，所以现在要制造工作完善的自动操纵系统是困难的。已有的著作均不能解决这样一个主要问题，即自动操纵系统应如何工作方能保证汽车有良好的牵引性能和燃料经济性。由于减轻驾驶员劳动和改善汽车运用性能的需要日益增加，所以必须研究各种传动系型式的自动操纵理论。鉴于在传动设计方面所取得的成就以及技术发展所达到的一般水平，研究这方面的理论是及时的。本著作将解决这个主要问题。

在本书的第一篇中，叙述了对于任何型式的自动操纵的要求，以使这种操纵不仅能减轻驾驶员的劳动，而且可以最有利地使用发动机，并保证汽车具有最高的牵引性能和燃料经济性指标。根据这些要求，在下面各篇中，叙述了三种主要传动型式的调节规律的理论依据和假定。同时还研究了发动机和变速器的共同自动操纵，以及保证建立这种规律的具体调整系统。研究的结果可以消除现有自动操纵系统的主要缺点，并

指出了提高汽車主要运用性能的途径。

自动系统的动力学問題（調节的稳定性、过渡过程的性能等），在机器的調节理論中占主要地位。在本书中提出了汽車传动系自动操縱的最重要的問題——确定最适宜的調节規律。調节的动力学問題，在本书中未加以研究，可以利用机器調节的一般原理来解决。

著者在写本书时，从已故 Е. А. Чудаков 院士的著作中得到很多有价值的指示。Г. В. Зимелев 教授和 Б. С. Фалькевич 教授評閱了本书，使其增色不少，著者对他們表示深切的感謝。

緒 論

現有的传动系，按照变换速比的方法可分为三类：（1）无級非自动調节；（2）无級自动調节；（3）有級。

无級非自动調节传动系包括摩擦式、靜液压式和某些脉动式传动。在这些传动系中，速比并不随工况的不同而改变，也就是当調节机构在給定的位置时，速比具有一定的数值。无級非自动調节传动系可以按照任何規律来改变其速比，所以利用适当的自动操縱机构可以使汽車得到最好的牵引性能与燃料經濟性。

由于这个性能，无級非自动調节传动系在很早以前就引起了設計師們的注意。有几种已在各种汽車上使用。关于这方面的工作在繼續进行[3、4]。

在苏联对創造无級传动系亦展开了科学研究和試驗工作。近年来已經制成摩擦式和靜液压式汽車传动系的試驗样品。

无級自动調节传动系包括电力式、动液压式和某些脉动式传动。这种传动系的速比在外面負荷作用下不可能保持不变。速比将自动改变，随着負荷的增加，輸出軸上的扭矩也增加。自动改变速比是这种传动系固有的本性，速比的变化特性由传动系的內部性能决定。

在汽車上所用的无級自动調节传动系仅限于电力式和动液压式。

有一个时期在很多公共汽車上装置了电力传动，例如ЗИС-154型汽車。目前公共汽車上的电力传动系已被动液传动系所代替，例如1954年美国生产的公共汽車仅采用动液传动。

动液传动系的应用范围很广。在公共汽車、小客車、載貨汽車、越野汽車和战斗車輛（坦克、装甲車等）上均已使用。例如美国1954年生产的19种厂牌小客車中有10种厂牌（总共大約有32种不同的車型）系装有动液传动系，作为标准装备，或另加費用后可安装动液传动系。在欧洲动液传动系用得較少，但也在几种車型上采用了。

在苏联对于动液传动系給予很大的重視。在主要的汽車厂和科学研究机构中已在这方面进行了很多工作，并且制成了不少样品。

有級齒輪传动系可以在数目有限的档位內，自由地选择并确定速比。自动操縱的有級传动系已广泛使用，例如美国的“液力自动”式 (Hydro-Matic) 自动有級传动系在小客車、載貨汽車、公共汽車和坦克上均已使用。这种传动系有13种变型結構。在1954年美国8种厂牌的小客車上（总共大約有22种車型）使用了这种传动系。“液力自动”式传动系的产量每年都在增加，在1952~1953年間每天生产3400套，即每年近一百万套。1955年又生产了具有二个液力偶合器的新型“液力自动”式传动系。

在欧洲亦开始采用自动有級传动系，例如英国的 Rolls-Royce 和 Bently 小客車上即裝置了“液力自动”式传动系。

在苏联也正在从事自动有級传动方面的工作。

虽然自动传动系存在着若干缺点，但由于它显著地減輕了駕駛时的劳动和具有其他良好的性能，它已經被广泛地采用。动液传动系和帶有液力偶合器的“液力自动”式有級传动系的优点为：汽車起步平順，发动机不会突然熄火，不需要离合器踏板和因而可迅速踏下制动器踏板，改善汽車在沙土上的通过性等。

目前动液传动系和自动有級传动系的主要缺点为：降低汽車牵引性能和燃料經濟性，同时价格較高。自动传动系在美国得到广泛使用的原因，可能是由于美国石油产量較多，汽車上裝置功率較大的发动机后，牵引性能得到了保証，同时大量生产降低了自动传动系的制造費用。

在苏联对于燃料的經濟性比較重視，小客車上所用的发动机功率較小。所以在广泛采用自动有級和动液传动系以前，須进行大量研究工作来改善这些机构。

由于上述原因，研究传动系的自动操縱原理，以便更有效地利用发动机的功率来改善汽車的牵引性能和燃料經濟性，是有重大意义的。

第一篇 无級和有級傳动系 操縱的一般問題

1. 汽車的行駛微分方程

本节将推导装置无級非自动調节 传动系的汽車 在行駛时的 微分方程。这些方程在下面研究問題时需要应用。在部分 情况下，这种方程也适用于 装置 有級 传动系的 汽車。推导出的方程比 技术科学 博士 Н.К.Куликов[5] 的方程具有更普遍的意义，因为所研究的传动系假定由 n 个連續銜接的环节組成。

每个环节間为刚性連接，以相同的角速度旋轉。現在来观察一下各环节間的扭矩变化。第 1 个环节（飞輪和与其相連的零件）上作用着发动机的扭矩。根据教授 Б.С.Фалькевич[6、7] 和 Д.А.Рубец[8] 的研究，由于发动机在加速时和在穩定工作时的热态不尽相同等原因，加速时发动机的扭矩与曲軸均匀旋轉时的扭矩略有不同。发动机在加速时的扭矩可近似地按下式計算①：

$$M_{\pi} = \overline{M}_{\pi} - \lambda_{\pi} \frac{d\omega_1}{dt} \quad (1)$$

式中： M_{π} ——发动机加速时的扭矩（公斤·米）；

$\overline{M}_{\pi}$ ——发动机曲軸均匀旋轉时的扭矩（公斤·米）；

λ_{π} ——比例常数（假設的慣性力矩，公斤·米·秒²）；

$\frac{d\omega_1}{dt}$ ——第 1 环节的角加速度（1/秒²）。

严格地說， λ_{π} 值并不是一定不变的，它的数值也非常是已知的。所以在以后的研究与汽車理論中的計算一样，由于发动机的不穩定工

① 本書中所用的主要符号附在書的后面。

作情况所产生的影响将略去不计，因此

$$M_A = \overline{M}_A \quad (2)$$

同时 $N_A = \overline{N}_A \quad (2a)$

从第 1 环节传出的扭矩为：

$$M_1 = M_A - I_1 \frac{d\omega_1}{dt} \quad (3)$$

式中： I_1 ——第 1 环节的惯性力矩（飞轮速同与其刚性连接的零件，公斤-米-秒²）。

从第 2 环节传出的扭矩为 $\mathbf{0}$ ，

$$M_2 = M_1 i_{1-2} \eta_{1-2} - I_2 \frac{d\omega_2}{dt} \quad (4)$$

式中： $i_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ ——第 1 和第 2 环节间的速比；

η_{1-2} ——第 1 和第 2 环节间的传动效率；

I_2 ——第 2 个环节的惯性力矩（公斤-米-秒²）；

$\frac{d\omega_2}{dt}$ ——第 2 个环节的角加速度（1/秒²）。

按此类推，可求出最后一个环节，即汽车驱动车轮上的力矩：

$$M_K = M_n i_{n-K} \eta_{n-K} - z_{B,K} I_K \frac{d\omega_K}{dt} \quad (5)$$

式中： M_n ——在汽车车轮前一个环节，即第 n 个环节上的力矩（公斤-米）；

i_{n-K} ——第 n 环节和车轮间的速比；

η_{n-K} ——第 n 环节和车轮间的传动效率；

$z_{B,K}$ ——驱动车轮数目；

I_K ——驱动车轮和与其刚性连接零件的惯性力矩（公斤-米-秒²）；

① 不论第 1 和第 2 个环节间是否有滑移，这个方程总是正确的（例如第 1 和第 2 环节由二个摩擦圆盘组成，转动时存在着滑移）。

$\frac{d\omega_k}{dt}$ ——車輪的角加速度 (1/秒²)。

將(3)式代入(4)式,可推导出第3环节上的扭矩,依此类推可得到第4环节和以后各环节上的扭矩方程。经过这样的代入手續后,車輪上的扭矩可写成:

$$M_k = \overline{M}_\pi i_m \eta_m - I_1 \frac{d\omega_1}{dt} i_m \eta_m - I_2 i_{2-k} \eta_{2-k} \frac{d\omega_2}{dt} - \dots \\ \dots - I_n i_{n-k} \eta_{n-k} \frac{d\omega_n}{dt} - z_{B,k} I_k \frac{d\omega_k}{dt} \quad (6)$$

式中: i_m ——传动系速比;

η_m ——传动效率;

i_{2-k} ——第2环节和車輪間的速比;

η_{2-k} ——第2环节和車輪間的传动效率;

I_n ——第n个环节的慣性力矩 (公斤·米·秒²);

$\frac{d\omega_n}{dt}$ ——第n个环节的角加速度 (1/秒²)。

位于无級变速器輸出軸后面的环节的角加速度可用汽車的綫加速度表示。假定将这些环节视为独立的元件,則对于某些传动系而言,第(6)式中的最后两项代表位于无級变速器輸出軸后面的环节,例如与变速器輸出軸刚性连接的零件与車輪。于是

$$\frac{d\omega_n}{dt} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{i_{n-k}}{r} \quad (7)$$

和

$$\frac{d\omega_k}{dt} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{1}{r} \quad (8)$$

式中: r ——車輪半径 (米);

$\frac{dv}{dt}$ ——汽車綫加速度 (米/秒²)。

位于无級变速器輸出軸前面的环节的角加速度 (計入速比的改变)

由下式計算:

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{v i_m}{r} \right) = \frac{dv}{dt} \left(\frac{i_m}{r} + \frac{v}{r} \cdot \frac{di_m}{dv} \right) \quad (9)$$

同理

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \frac{dv}{dt} \left(\frac{i_{2-K}}{r} + \frac{v}{r} \cdot \frac{di_{2-K}}{dv} \right) \quad (10)$$

将(7)~(10)式代入(6)式, 可得:

$$\begin{aligned} M_K = \bar{M}_K i_m \eta_m - \frac{dv}{dt} \left(\frac{I_1 i_m^2 \eta_m}{r} + \frac{I_1 i_m \eta_m v}{r} \cdot \frac{di_m}{dv} \right. \\ \left. + \frac{I_2 i_{2-K}^2 \eta_{2-K}}{r} + \frac{I_2 i_{2-K} \eta_{2-K} v}{r} \cdot \frac{di_{2-K}}{dv} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{I_n i_{n-K}^2 \eta_{n-K}}{r} + \frac{z_{B,K} I_K}{r} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

汽車的行駛微分方程为:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{P_K - P_{\psi+w} - \frac{z_{B,K} I_K}{r} \cdot \frac{d\omega_K}{dt}}{G} \cdot g \quad (12)$$

式中的 $P_K = \frac{M_K}{r}$ (13)

为作用在車輪上的牽引力, 其值可利用(11)式決定。最后, 行駛微分方程可写成:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\bar{P}_K - P_{\psi+w}}{G\delta} \cdot g \quad (14)$$

式中, $\bar{P}_K = \frac{M_K i_m \eta_m}{r}$ (15)

——穩定行駛時車輪上的牽引力;

$$\begin{aligned} \delta = 1 + \frac{I_1 i_m^2 \eta_m g}{Gr^2} + \frac{I_1 i_m \eta_m g v}{Gr^2} \cdot \frac{di_m}{dv} + \frac{I_2 i_{2-K}^2 \eta_{2-K} g}{Gr^2} \\ + \frac{I_2 i_{2-K} \eta_{2-K} g v}{Gr^2} \cdot \frac{di_{2-K}}{dv} + \dots + \frac{I_n i_{n-K}^2 \eta_{n-K} g}{Gr^2} + \frac{z_{B,K} g}{Gr^2} \end{aligned} \quad (16)$$

——旋轉質量的慣性系数（ z ——汽車的全部車輪數目）。

汽車行駛微分方程中的 δ 比一般汽車理論書籍中所指的 δ 具有更普遍的意义。它适用于无級和有級传动系。

如在計算旋轉質量系数时，計入发动机热态的影响，則 (16) 式变为，

$$\delta = 1 + \frac{(I_1 - \lambda_H) i_m^2 \eta_m g}{Gr^2} + \frac{I_1 i_m \eta_m g v}{Gr^2} \cdot \frac{di_m}{dv} + \frac{I_2 i_{2-\kappa}^2 \eta_{2-\kappa} g}{Gr^2} + \frac{I_2 i_{2-\kappa} \eta_{2-\kappa} g v}{Gr^2} \cdot \frac{di_{2-\kappa}}{dv} + \dots + \frac{I_n i_{n-\kappa}^2 \eta_{n-\kappa} g}{Gr^2} + \frac{z I_{\kappa} g}{Gr^2} \quad (17)$$

在解决某些問題时，用 $\frac{d\omega}{dv}$ 代替 $\frac{di}{dv}$ 較為方便。因为

$$\begin{aligned} \frac{di}{dv} &= \frac{d}{dv} \left(\frac{\omega r}{v} \right) = r \left(\frac{v \frac{d\omega}{dv} - \omega \frac{dv}{dv}}{v^2} \right) \\ &= \frac{r}{v} \cdot \frac{d\omega}{dv} - \frac{i}{v} \end{aligned} \quad (18)$$

將 (18) 式代入 (16) 式，可得，

$$\begin{aligned} \delta &= 1 + \frac{I_1 i_m \eta_m g}{Gr} \cdot \frac{d\omega_1}{dv} + \frac{I_2 i_{2-\kappa} \eta_{2-\kappa} g}{Gr} \cdot \frac{d\omega_2}{dv} + \dots \\ &\dots + \frac{I_n i_{n-\kappa} \eta_{n-\kappa} g}{Gr^2} + \frac{z I_{\kappa} g}{Gr^2} \end{aligned} \quad (19)$$

有些无級变速器（例如脉动式）具有往复运动的質量。在每个传动周期中，車輪上的扭矩受到这些質量的影响。这种影响有时是正的，有时是負的，所以在每个周期內扭矩的平均值不变。靜液传动中的情况也是如此。在活塞的第一个行程中（速度增加时），活塞与吸入液体的質量对于扭矩产生正的影响，在第二个行程中（速度降低时）影响是負的。

所以上面所推导的无级传动的公式，对于有往复运动质量（如脉动式和静液压式）和没有往复运动质量（如摩擦式）均可适用。

对于动液传动（液力变扭器），上面的公式是不够正确的，因为在动液传动中液体流动情况是很复杂的，而这些公式没有考虑液体的能量变化，只是考虑了变扭器的泵轮和涡轮等的刚性质量。

举两个例来说明计算惯性系数的步骤。

例(1)：传动系中有一个摩擦变速器（图1）。摩擦变速器由两个碗形件组成，碗形件中间为滚子，依靠摩擦力将旋转运动从一个碗形件传到另一个碗形件。如果不考虑发动机热态的影响，即当 $\lambda_H = 0$ 时，旋转质量的惯性系数为：

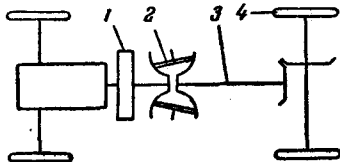


图1 分为环节的摩擦式传动系简图
1-飞轮、离合器、摩擦变速器的主动碗形件；2-摩擦变速器的滚子；3-摩擦变速器的被动碗形件、万向节与传动轴、主传动器零件；4-车轮、半轴、差速器和主传动器零件

$$\delta = 1 + \frac{I_1 i_m^2 \eta_m g}{Gr^2} + \frac{I_1 i_m \eta_m g v}{Gr^2} \cdot \frac{di_m}{dv} + \frac{I_2 i_{2-k}^2 \eta_{2-k} g}{Gr^2} + \frac{I_2 i_{2-k} \eta_{2-k} g v}{Gr^2} \cdot \frac{di_{2-k}}{dv} + \frac{I_3 i_{3-k}^2 \eta_{3-k} g}{Gr^2} + \frac{I_3 i_{3-k} \eta_{3-k} g v}{Gr^2} \cdot \frac{di_{3-k}}{dv} + \frac{I_4 i_{4-k}^2 \eta_{4-k} g}{Gr^2} + \frac{I_4 i_{4-k} \eta_{4-k} g v}{Gr^2} \cdot \frac{di_{4-k}}{dv} \quad (16a)$$

传动系的速比：

$$i_m = i_k i_0 \quad (20)$$

式中： i_k ——变速器的可变速比；

i_0 ——主传动器的不变速比。

速比对速度的微分为：

$$\frac{di_m}{dv} = i_0 \frac{di_k}{dv} \quad (21)$$

第二环节与汽车车轮间的速比为：

$$i_{2-k} = i_{2-s} i_0 \quad (22)$$

如果不計入滾子的滑移，第2环节与第3环节——滾子与被动碗形件（图2）——間的速比为：

$$i_{2-3} = \frac{R_2 + \Delta R}{R_1} \quad (23)$$

如果知道滾子的滑移量，可以更正确地求出其速比。

从图2中可知变速器的速比为：

$$i_K = \frac{R_2 + \Delta R}{R_2 - \Delta R} \quad (24)$$

将(23)和(24)式联立，可得：

$$i_{2-3} = \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{i_K}{(i_K + 1)} \quad (25)$$

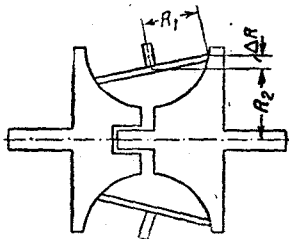


图2 摩擦变速器的计算示意图

利用此式和(22)式，可得：

$$\frac{di_{2-K}}{dv} = \frac{2i_0 R_2}{R_1 (i_K + 1)} \cdot \frac{di_K}{dv} \quad (26)$$

$$\text{传动效率:} \quad \eta_{3-K} = \eta_0 \quad (27)$$

$$\eta_{2-K} = \eta_0 \eta_{2-3} \quad (28)$$

式中： η_0 ——主传动器效率。

变速器的效率：

$$\eta_K = 1 - \frac{N_r}{N_A} \quad (29)$$

式中： N_r ——机械损失的功率。

精确计算时，滾子与被动碗形件間的效率可取为：

$$\eta_{2-3} = 1 - \frac{N_r}{2N_A} \quad (30)$$

解(29)与(30)的联立式，再代入(28)，可得：

$$\eta_{2-K} = \eta_0 \left(\frac{1 + \eta_K}{2} \right) \quad (31)$$

于是(16a)式中的各项均为已知。