

水利电力部
交通部
南京水利科学研究所

研 究 报 告

第 一 号

水工建筑物下游局部冲刷綜合研究

水 利 电 力 出 版 社

水利电力部 南京水利科学研究所研究报告
交 通 部

第 一 号

水工建筑物下游局部冲刷综合研究

*

2129S642

水利电力出版社出版 (北京西郊科学馆二里沟)

北京市书刊出版业营业许可证出字第105号

水利电力出版社印刷厂排印 新华书店发行

*

787×1092 $\frac{1}{16}$ 开本 * 2 $\frac{1}{4}$ 印张 * 46千字

1959年6月北京第1版

1959年6月北京第1次印刷(0001—2,050册)

统一书号: 15143·1705 定价(第10类)0.35元

本文初步結合消能扩散，在了解水工建筑物下游护坦或不冲海漫末端的最大局部单位寬流量和垂直流速分布的条件下，根据冲刷坑底漩渦水流分界面的切应力的作用，引导出局部冲刷的关系式；并綜合了40个水工模型試驗的 219 組冲刷資料，驗證关系式的正确性，并定出冲刷深度公式中的比例常数。此外，为了說明引导公式时某些假定的合理性，在文中先对冲刷过程、冲刷坑的形态和漩渦水流的作用加以总结，肯定了漩渦水流的分界面为造成局部冲刷的主要关键。最后又根据这个概念把关系式推广到水工建筑物上下游附近的各种类型冲刷，并分別給出公式中的比例常数。

綜合分析計算工作从1957年开始，漸續进行一年左右，1958年5月完成报告的編写。参加計算整理工作者前后有毛昶熙、蒲琬华、吳家虎三同志，楊孟藩同志在开始时也曾参加部分工作，毛昶熙同志綜合并編写报告，顧訓廉同志繪图。

目 录

一、綜合資料的說明.....	2
二、局部冲刷的形成.....	2
三、冲刷坑及其水流的分析.....	5
四、局部冲刷关系式的推导.....	12
五、局部冲刷深度的公式.....	17
六、局部冲刷与消能扩散的关系.....	19
七、受跌流冲刷的块石海漫.....	24
八、冲刷深度关系式的推广.....	26
1. 平底閘上游冲刷.....	26
2. 圓堰縮流处冲刷.....	26
3. 桥墩及桥座处冲刷.....	27
4. 河湾冲刷.....	28
5. 均匀河道普遍冲刷.....	29
6. 粘性土及岩石的冲刷.....	29
九、結論.....	32
参考文献.....	33
俄文摘要.....	34

一、綜合資料的說明

局部冲刷为各种水工建筑物下游及其附近所存在的一般性問題。水利部曾在1955年召开水工試驗研究专业會議，把消能防冲問題作为中心內容。由于当时的時間限制，在會議上本所只提出“閘下消能初步綜合研究”与“輸水道出口几种消能措施”两篇消能的綜合整理报告。現在繼續原报告的計劃，將本所解放以来所有各委托試驗中有关的局部冲刷資料加以綜合分析。資料內容主要为大型閘坝及水庫溢洪道等水工建筑物下游的冲刷。計有委托試驗工程35項，包括整体及断面模型試驗共40个，列成表1。在冲刷深度关系的成果图中收集了全部冲刷資料219点。根据資料的性質，本文的研究結果主要应适用于大型水工建筑物下游的緩流冲刷問題，即閘孔出流或坝頂溢流经过水跃或靜水池、消力檻齿等消能后，抵达冲刷河床时已形成緩流情况，沒有掺气的問題，其次也可适用于波状水跃或不脱离下游水体的急流情况，同时河床土質須为沙性或无粘性的土壤。此外对于平底閘上游的冲刷、縮流工程的河底冲刷、河湾的凹岸河底冲刷等也作了分析整理；并将天然观察的河道普遍冲刷資料加以換算整理，作为局部冲刷的特例。

二、局部冲刷的形成

泄水建筑物兴建后，由于其泄流宽度远較原河道縮窄，单位寬流量增加，同时由于抬高上游水位造成显著的上下游水位差，因而上游来水流經建筑物后把位能轉換为巨大的动能，集中向下游宣泄，水流湍急。虽經消能措施，而靠近建筑物下游附近的局部单位寬流量及流速，仍将超过原有河道的正常流速或土壤的允許不冲流速，因此必将引起局部冲刷。

模型中观察到的冲刷过程，从沿纵剖面的二元水流观点來說，可简单地描述于下：

水流一出下游固定护坦(或不致冲动的海漫)进入冲刷河床，水流开始紧贴河床沿底向前流动。由于水流的直接作用，河床发生强烈冲刷，靠近护坦末端的河床很快就形成一冲刷坑，如图1(a)所示。接着，由于河床淘刷，冲出护坦末端的主流就脱离冲刷坑的前坡而形成漩滚水流区域，并基本上改变了开始甚短時間該区坡面泥沙的运动方向。漩滚水流的末端大致与冲刷坑最深点相合，或稍在坑底后面。冲刷坑后坡而的泥沙仍然沿底向下游运动，而且后坡面逐渐变緩。同时由于主流下面边界处的漩滚水流作用，冲刷坑底逐渐向下游

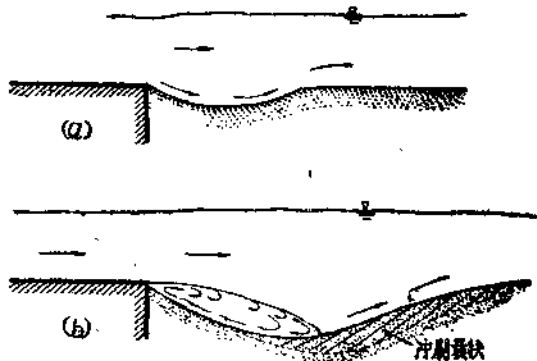


图1 緩流冲刷过程

推移,深度也逐渐加深至冲刷平衡为止。因此前坡面上回流水流范围随冲刷坑的变化也在加大,如图1(b)所示,这就是一直形成最大冲刷坑要延續很久的重要水流形式。至于沿前坡面(包括坑底在内)向上游推送的泥沙,则由于回流水流的剧烈紊动现象,随时可能被吸升到主流区内而挟向下游或散落附近,随后又有坑底淘刷泥沙繼續向前坡面补充。同时由于前坡面上的局部漩涡不停地揭卷泥沙,造成时冲时淤的复杂现象。泥沙的搬运则以坑底附近和后坡面为最快,如图1(b)中的影綫部分,前坡面則基本上沒有改变。

表1

局部冲刷試驗資料的編号及其模型布置

編号	工 程 項 目	模 型 布 置	报告編写 时 間
1	淮河流域集分水閘(1952年春修工程)	1:100整体模型	1952
2	长江凤凰頭閘	1:25 半整体模型	1951
3	江苏皂河节制閘	1:50 整体模型	1952
7	淮河东遷河泄水閘	1:50 半整体模型	1952
8	淮河蒙河洼地进水閘	1:70 整体模型, 1:29断面模型	1952
9	淮河蒙河洼地退水閘	1:25 半整体模型	1952
11	长江白鵝閘	1:25 整体模型	1953
12	江苏刘老閘节制閘	1:40 整体模型	1953
13	淮河霍邱城东湖閘	1:32 断面模型	1953
17	淮河方集分洪閘	1:40 整体模型	1954
18	河北青甸洼邵庄子閘	1:40 整体模型	1954
19	淮河潮湖引河閘	1:32 整体模型	1954
20	长江小孤山分洪閘	1:20 断面模型	1954
21	长江磨家樹排水閘	1:25 整体模型	1954
22	长江張渡湖泄水閘	1:40 整体模型	1954
24	淮河上游沙河退水閘	1:60 整体模型	1955
26	江苏高良閘进水閘加固工程	1:50 整体模型	1955
27	长江楊湾閘	1:40 半整体模型	1955
28	淮河流域集分水閘(1955年修复工程)	1:100整体模型, 1:40断面模型	1955
29	山东华沂节制閘	1:50 半整体模型	1955
31	江苏射阳河閘	1:35 断面模型; $y_r=50$, $L_r=200$ 变态整体模型	1955
34	淮河上游宿鴨湖水庫尾閘	1:50 整体模型	1957
35	淮河上游宿鴨湖水庫換头河閘	1:70 整体模型, 1:37.94断面模型	1958
36	江苏丹徒节制閘	1:50 整体模型	1957
37	淮河入海水道泄洪閘	1:34.77断面模型	1957
38	浙江安华水庫泄水閘	1:50 整体模型	1957
39	江苏六垛南閘	1:50 整体模型	1958
51	淮河上游板桥水庫溢洪道	1:50 整体模型	1956
52	淮河上游南湾水庫溢洪道	1:70 整体模型	1956
53	浙江黄坛口滾水坝	1:40 断面模型	1951
54	山东龍門水庫滾水坝	1:33.75断面模型	1953
81	东北大伙房水庫圍堰	变态整体模型, $y_r=60$, $L_r=240$	1954
82	淮河峯山切岭湾道	1:100整体模型, 比降变态	1953
83	中运河桥渡	1:50 断面模型, $y_r=50$, $L_r=300$ 变态整体模型	1958
84	七里壩水电站施工导流	1:150整体模型	1958

如果射流冲出护坦末端，同样也有上述的两种流态。不过由于射流速度大，开始射出护坦时，其下形成的低压区更剧。因之把射流吸向下垂的现象也更显著，靠近护坦处河床的冲刷更深，甚至可以把护坦下基土淘空而折断护坦。但短暂时间后，射流就脱离冲刷河床，而较缓流更为显著地升高，甚至成仰角地射向水面，其下形成更大的漩涡水流。此时的最大冲刷点也就迅速地随射流跃向下游，原始的护坦末端冲刷坑也就为沿坡面而上的泥沙所回填，其冲刷过程如图2所示。这里必须说明，下游水位对护坦末端射流的继续保持俯射或仰射状态有决定性作用。当然也有适应的尾水位会使仰射水流再回到俯射水流，甚至成周期性的变化。

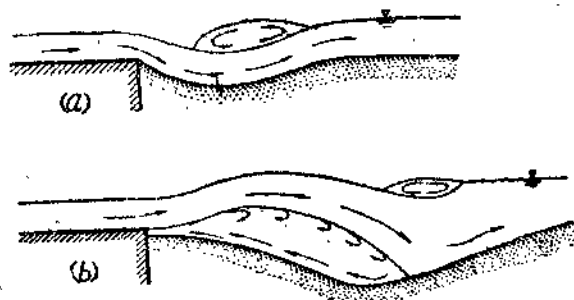


图2 射流冲刷过程

实际水流情况，由于水流内部的紊动现象、波动压力的不平衡、冲刷河床的边界不断变化等，虽然断面上各点的平均流速分布已相当均匀，仍难保持真正的二元水流性质，而常因局部漩涡或瞬时的不平衡水流现象，造成各种复杂的冲刷地形。即使在玻璃水槽内作二元水流冲刷试验，也很难获得左右一致的冲刷。如果仔细观察冲刷试验，就会发现沿坡面排列着左右成对的回流，不断地交替着将侧边泥沙扬卷到中部，以致在玻璃水槽中的冲刷地形时常会有中间显著高于侧边的情况。因此有必要进一步从水流的平面上来说明冲刷的过程如下：

在水流的平面图上，从横向的流速分布来看，若有流势集中的主流时，两侧就经常伴随着回流水流。由于两旁回流的互相消涨，难以保持对称而会把主流吸向一侧。当主流偏向左侧时，则左侧回流被迫缩小而回速加强，随而把左侧河床泥沙淤起淘刷；右侧回流扩大而转弱，反可暂时形成淤积。同时部分泥沙则被主流挟向下游。接着左右两侧河床继续冲刷变形，回流范围逐渐改变，一直到河床土质与回

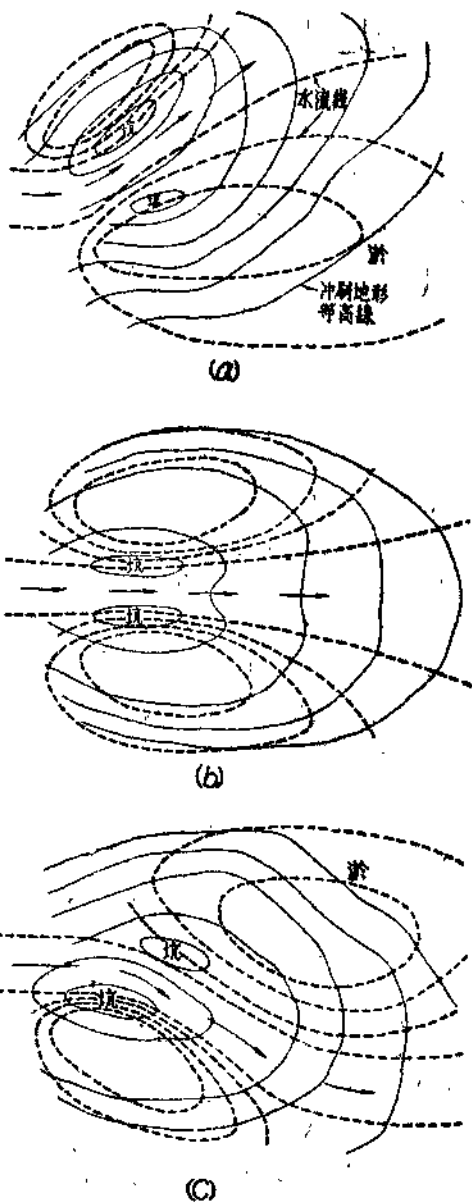


图3 主流的冲刷过程

漩流速相適應，左右回流相平衡時，主流暫時擺到中間。但是由於漩流挾沙運動的慣性和泥沙開始起動的不易，因此左右回流的发展往往超過均勢狀態而迅速把主流吸向右侧，再冲刷右侧河床。如此，主流不斷左右搖擺，兩側冲刷坑就更替地向前進進加深，主流擺動的幅度也逐漸減小，直至河床冲刷平衡、水流穩定時為止。河床泥沙大都也同樣左右搬運而推向下游。有時冲刷嚴重者，兩側深坑向下游推進的結果也會合而為一。今以圖3的水流情形配合相應的冲刷地形表示此種冲刷過程^①。在整體模型冲刷試驗中，如仔細觀察有顯著主流的底沙運動，就會發現這一現象(表1中編號52)。但必須指出，當兩側回流水流受河道固定邊坡限制或河床土質抗沖力不同，以致河床變形不能適應回流的发展時，主流就不能形成周期性擺動而成為固定的偏流現象。至於主流不太顯著和伴隨的回流甚弱時，則不易清楚地觀察到此種冲刷過程。

以上從垂直剖面和平面上觀察到的局部冲刷的過程，實有類似之處，即主要受主流下面和側面的回流水流影響。而實有的空間水流因閘門橋墩岸牆等固定邊界或消能工的作用，使進入冲刷河床的流速分布具有各種各樣的不均勻情況，在整個水流橫剖面上經常會造成一個至幾個主流，它們周圍都分別伴隨著回流水流，綜合的形成複雜的冲刷過程。

三、冲刷坑及其水流的分析

局部冲刷的形成過程與水流作用間的關係已在上面作了現象的描述。不過要想正確求得冲刷深度的關係，仍需進一步研究冲刷坑的形態和冲刷河床上的水流內部結構。今只將有關的水流結構及冲刷坑的資料敘述如下。

上節所觀察到的冲刷現象，主要由於坑上漩渦的作用所致。這種作用力可以用水流的切應力表示。如果只考慮紊流的阻力時，根據以往學者雷諾(Reynolds)的研究結果，紊流的瞬時切應力(τ)與脈動分速有關：

$$\tau = -\rho \overline{v'_x v'_y}$$

或者用包辛內斯克(Boussinesq)所指出的與流速梯度有關的表达式：

$$\tau = \rho \epsilon \frac{dv}{dy} = \eta \frac{dv}{dy}$$

這裡我們只是借用上式說明影響冲刷的因素關係，不再作過多的數學演化。

關於水流內部的脈動流速，庫明[11]曾用示波儀測定過完全水躍及淹沒水躍的水流，證明主流與漩渦區的分界面上脈動流速最大，約為出口射流速的一半。同樣在冲刷坑上的水流，根據菲德曼[12]等人的測定，仍以坑底漩渦區分界面上的脈動流速最大，其縱向脈動流速也可達到護坦上出流流速的0.2倍以上。對於帶有側邊回流的平面擴散水流，斯洛夫也娃[13]的實驗證明紊動係數 ϵ 在主流的橫剖面上變化不大；而由於流速梯度關係，紊流切應力 τ 仍以在回流水流分界面附近為最大，向主流中心遞減，并

① 主流行駛於寬闊的河道中，常蜿蜒如蛇行，並左右擺動交換位置，即此道理。例如黃河，由於細泥極易沖淤，每幾分鐘主流就要擺動位置一次。

且从出流断面起沿漩涡水流分界面到达中段 τ 值就升为最大。总之由这些实验测定, 已可定性证明紊流切应力的最大值在回流或漩涡区的水流分界面附近。而且也定性说明, 沿水流方向以漩涡区中段部分的切应力为最大。因此研究冲刷坑的形态必须研究此分界面水流的性质, 如图 4 的影线部分。这部分流速梯度最陡, 它直接造成床面的冲刷。

分界面水流和分界面的位置问题, 在冲刷河床上尚很少研究, 而且缺少这方面的精确测验资料。不过根据对三元局部冲刷试验过程中的观察, 分界面直接顶冲到坑底或稍下游处, 逐渐使坑底加深并向下游推进, 如图 5 所示。并且由于坑底及其附近的前坡面继续冲刷后, 漩涡区扩展, 压力可能稍增, 因此水流分界面也相应地微向上移。图 5 表示分界面和冲刷坑在进展中的相对位置, 不过这种改变并不很大, 在射流时则比较显著。

水流分界面的曲线形式, 除在脱离护坦附近稍下垂弯曲外, 向下游则渐接近直线。而冲刷坑的前坡面曲线则恰好相反, 除在坑底附近弯曲外, 向上游至护坦末端基本上为一直线。由于脉动

现象护坦末端会被淘刷成一垂直落差, 故需要作一短截墙伸入地下。关于水流分界面顶点在冲刷过程中运动的轨迹(图 5 中圆圈点所示, 基本上可以代表分界面), 对于形成冲刷来讲可能更具有实际意义。根据本所局部冲刷研究试验〔4〕测得各种沙粒的冲刷资料绘成图 6, 并把冲刷坑最深点的运动轨迹绘成图 7。

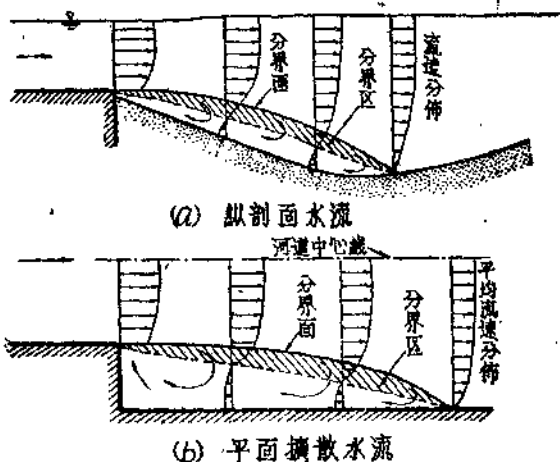


图 4

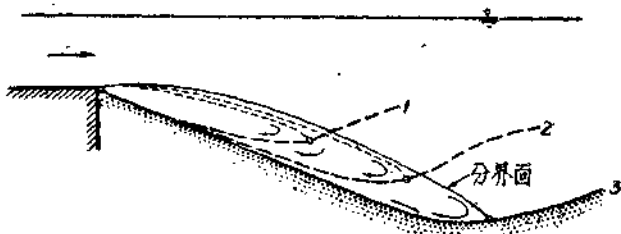


图 5 水流分界面对于冲刷坑的作用

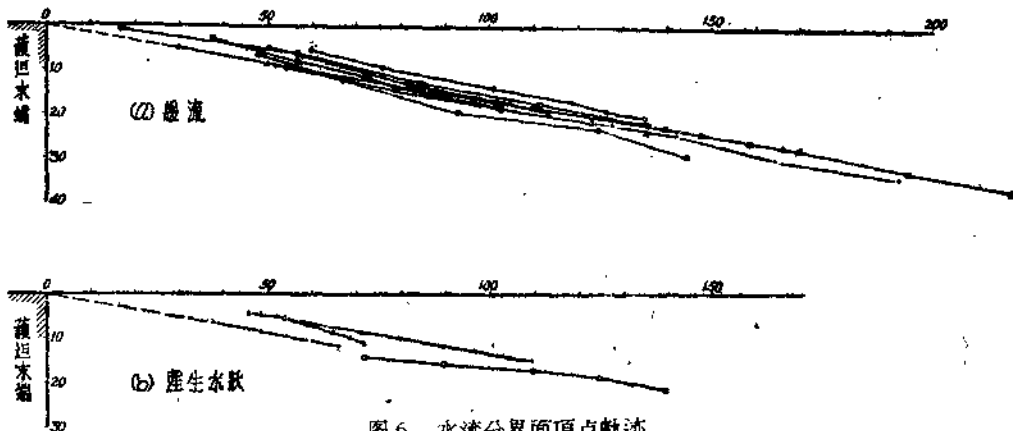


图 6 水流分界面顶点轨迹

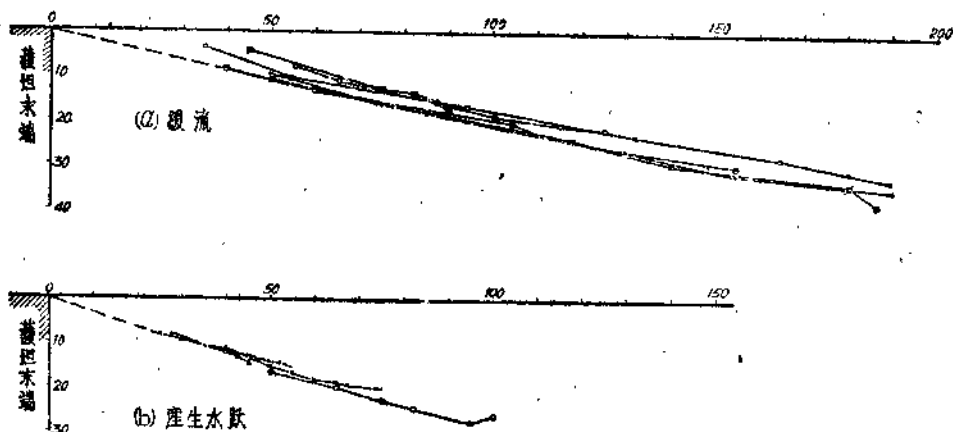


图7 冲刷坑最深点轨迹

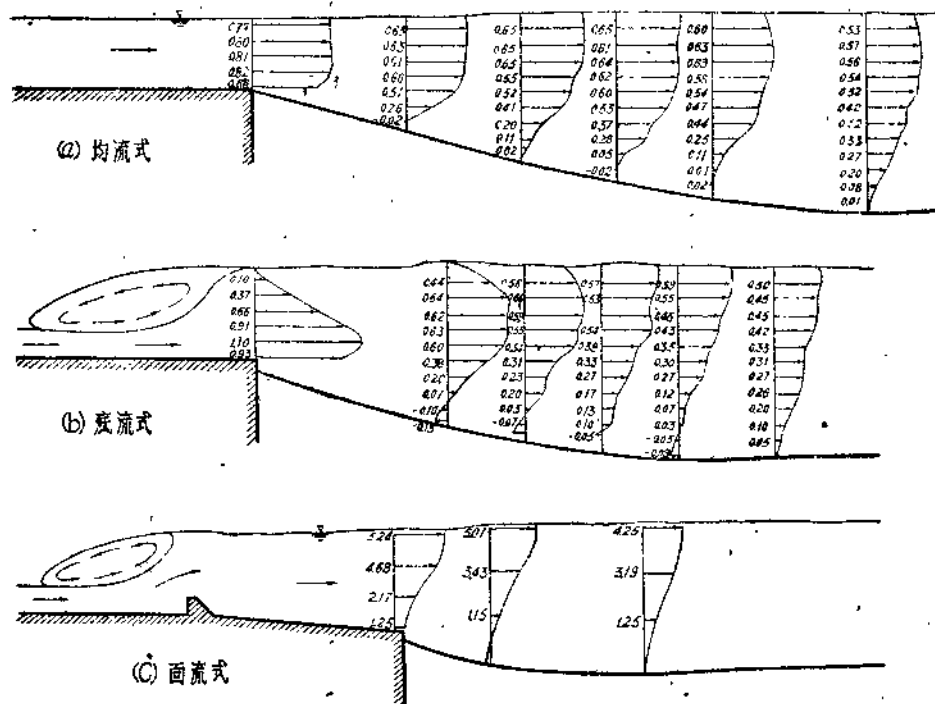


图8 冲刷坑上水流的流速分布

比较图6及图7可知：(1)冲刷坑最深点位置大致与水流分界面顶点的位置相合。出流速度大时(佛劳德数大时)，冲刷坑最深点会向分界面顶点前面移动。(2)冲刷坑最深点及水流分界面顶点的轨迹基本上是一直线，且当护坦上产生水跃，护坦末端水流成为底流式时，线的坡度较陡，因之冲刷就深。

根据表1中所列试验的冲刷资料，冲刷坑上游坡面的平均坡度均在1:3~1:6范围内，下游坡面约在1:10左右或更平缓些。因此冲刷坑底距护坦末端的距离为3~6倍的冲刷坑深度。

除上述分界面位置影响冲刷坑的形态外，分界面水流切应力的强度以及冲刷河床的

土质等均有直接影响。关于切应力强度沿分界面的分布,在泥沙沿前坡面向上游运动的基本情况下,也可间接地从冲刷坑前坡的陡度以及分界面至坑面的影响距离相对地估计。因此从上面所述也可说明最大切应力是在漩涡区的中间部分。

如果我们继续考虑影响水流分界面位置及强度的因素,自然就会想到水流本身的性质(流量、流速及其分布等)。根据局部冲刷试验的测验资料,冲刷坑上水流各断面的流速分布转变过程如图8所示^①。由于水流开始进入冲刷河床的流态不同,其流速分布的过渡形式也有不同,冲刷坑坡面当然也受不同的影响。最大流速愈靠下部,就会增大分界区水流的流速梯度而使冲刷坡面加陡,坑底加深。所以有些学者直接引用底部流速来研究泥沙的移动和冲刷问题而容易得出较规律的关系即此原因[8][14][15][16]。

虽然各种流态不同,流速过渡形式也各异,但是坑底上的流速分布却趋向一致。根据图8的实测资料整理为与平均流速 V 的比值关系绘成图9,可知坑底上流速分布的基本情况。这一规律,罗欣斯基(Росинский)也同样证实过[32]。此外因为从护坦末端出流的水流为底流式时(图8(b)),其流速分布调整到坑底的面流式,转变较大,作功也大,故冲刷较深且冲刷坡面也较陡。

如果进一步从流速分布不均匀系数

$$\alpha = \frac{1}{hV^3} \int v^3 dh$$

来研究坑上水流各断面的流速分布时,根据不同流态和粒径的冲刷实测资料可整理为距护坦末端距离与坦末水深比值关系绘成图10,并知 α 的变化从护坦末端起到冲刷坑底均达到相差不多的数值,而且除开始一段外大致接近直线。同时在一一般情况下, α 沿水流方向至坑底是渐增的。

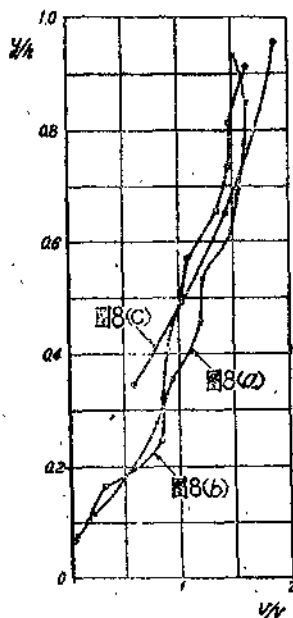


图9 冲刷坑底上的相对流速分布

关于平面扩散水流,如图4(b)所示,同样需要研究旁侧回溜的分界面对河床冲刷的影响。在模型试验中经常会发现带有回溜的水流,当岸坡被淘刷,回溜向外伸展时,回溜与主流的分界面也同时向河中心移动,回溜范围扩大。这种现象正与纵剖面水流(图5)的情况相呼应。这种分界面的稍有移动的情形,也在翼端扩散消能研究试验[5]中证实过。

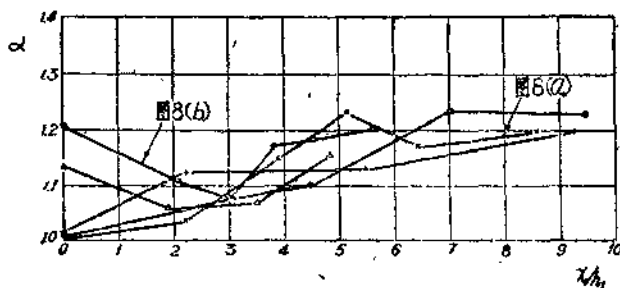


图10 沿冲刷坑前坡面的 α 变化

①. 图8(a), (b)为冲刷研究试验资料[4], 图8(c)为表1中编号28断面模型试验资料。

平面扩散水流旁侧回流对于冲刷坑形态的影响,从上述水流的性质可知:由于回流区水流的回流速度,会更增强底部漩涡区的作用,而使冲刷坑的前坡面加陡和加深,并会使护坦末端淘刷成的垂直落差加大。尤其当前面护坦上消能不均匀而在海漫末端形成局部较强漩涡,或者靠岸边流速较大在护坡末端淘刷岸坡土质后而形成局部漩涡时的淘刷最陡,如图11所示冲刷地形中的A点(表1中编号8,38等)。图11(a)为因前面消能不均匀而在海漫末端仍有局部漩涡的冲刷情形。图11(b)为出海漫水流仍超过岸土允许流速而在护坡与岸土接头处形成局部回流而淘刷岸坡。

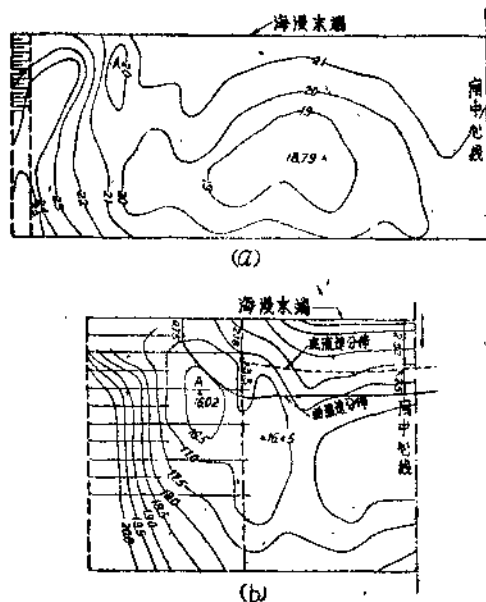


图11 平面扩散水流局部漩涡对冲刷的作用

则冲刷地形为左右二坑。若降低尾水位,护坦以后的回流消失,冲刷坑即为中间一个,如图13所示。并知虽然尾水位降低,下游河道平均流速增大,冲刷深度并没有增加。由此可知两侧回流对冲刷深度及冲刷位置均属不利;同时更可推知个别集中开放闸门,失去翼墙的导流扩散作用所导致的危险后果。

但是这里又必须指出,从前节冲刷的形成可知冲刷严重时,主流两侧回流分界处的两个冲刷坑,其坑底也会随深度的增加而逐渐向下游推进接合为一。如图14所示为二坑最深点移动的轨迹(表1中编号3)。

上述冲刷坑形态与水流的关系,为解剖成纵剖面水流和平面扩散水流进行分析所得的关系。而实际水流系受综合性的复杂影响,以后冲刷关系的进一步推导,即根据本节所述水流分界面的冲刷现象作近似的假定而引导出便于应用的形式。

① 但有时由于消能工的关系形成两个或几个主流时,也会出现两个以上的坑。

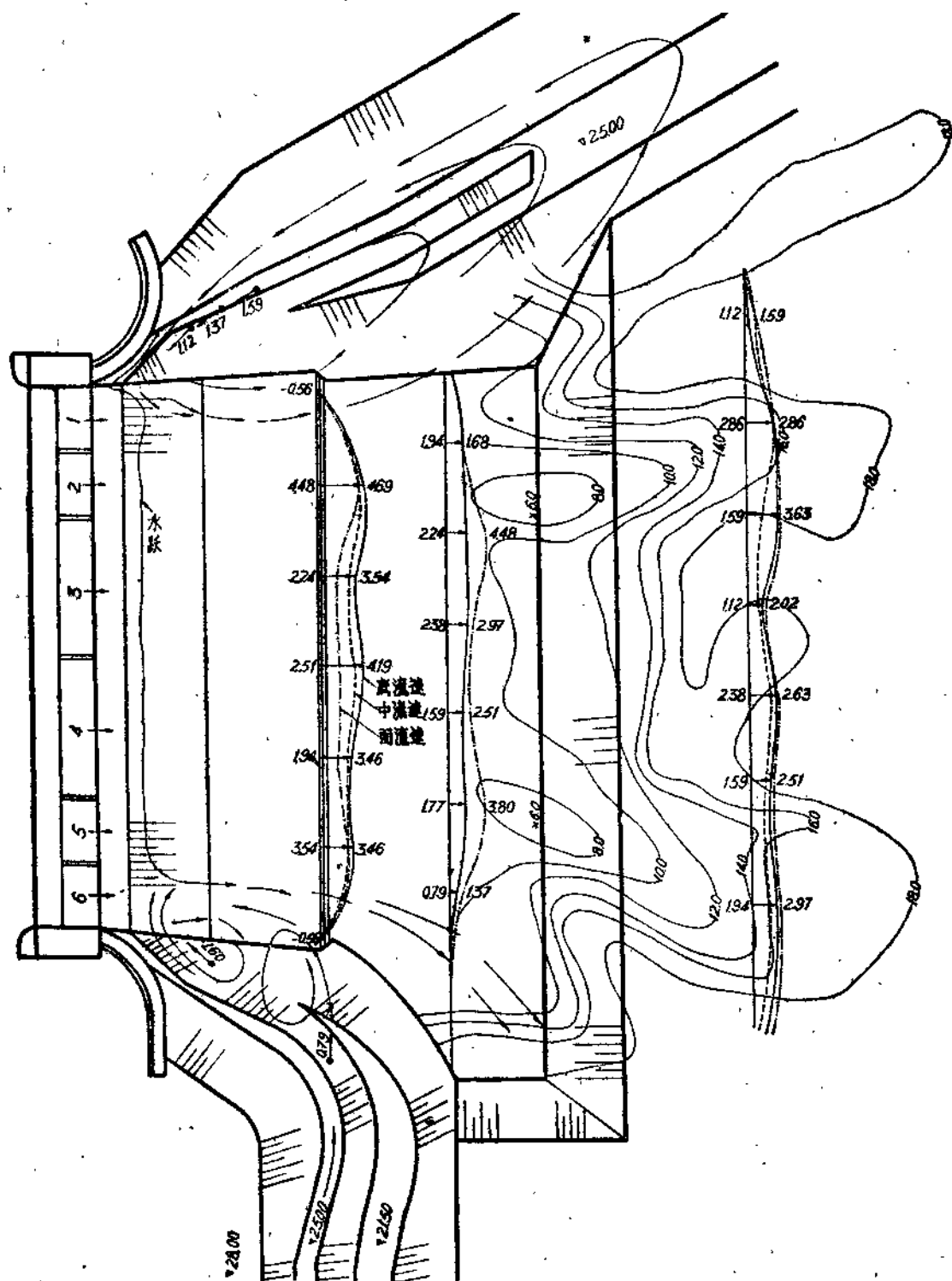


图 12 两侧回溜伸出护坦时的冲刷地形

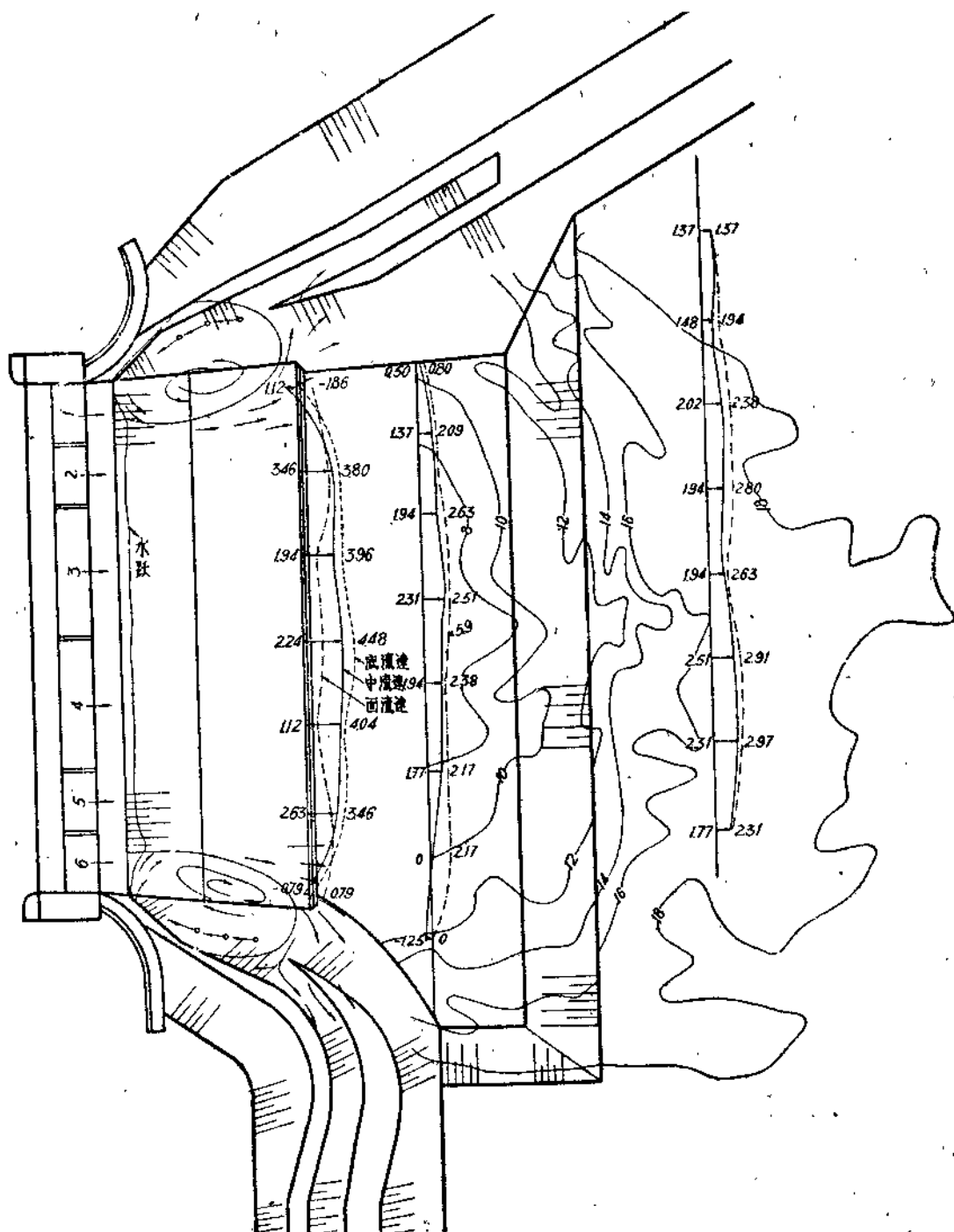


图 13 无回流时的冲刷地形

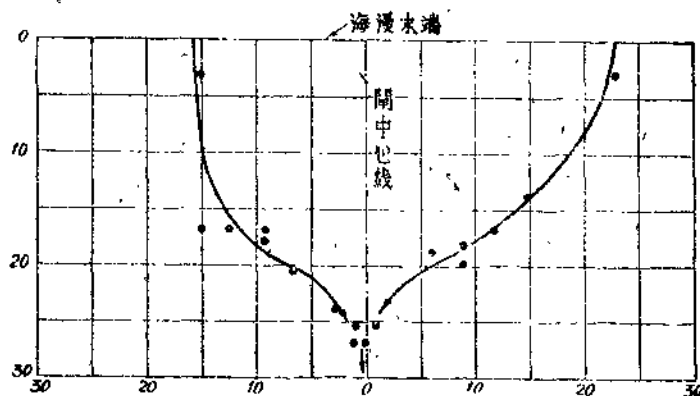


图 14 二冲刷坑最深点的轨迹

四、局部冲刷关系式的推导

根据前面所述局部冲刷的形成可知,在固定护坦后面的冲刷河床上产生回流①,而此漩流与主流的分界面上紊动最剧烈,为造成冲刷坑的原因。因此我们就从这一分界面上的水流切应力观点出发来研究所形成的冲刷深度。

今以二元水流为基础,沿水平方向写水流的运动方程式推求冲刷深度关系式。如图 15 所示,取水流的微分段 dx ,

则所作用的力有(1)水流分界面上的切应力;(2)两截面以及水流分界面上沿水平方向的压力。如果考虑水流内部仍为静水压力分布时②,写沿水平方向的水流动量方程式,并略去二阶无穷小时,则得:

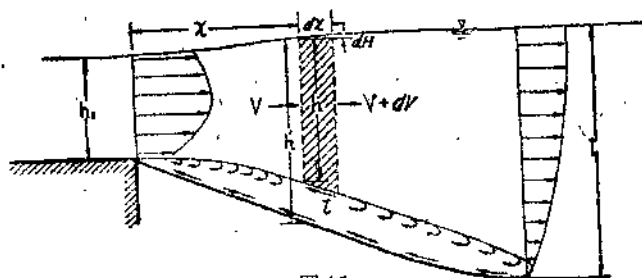


图 15

$$\frac{\gamma q}{g} d(\alpha V) = -\tau dx - \gamma h dH$$

- 式中 q ——单位宽流量;
 V ——断面上的平均流速;
 τ ——分界面上的切应力;
 h ——漩流分界面以上的水流深度;
 H ——水面的高度;
 α ——流速分布不均匀性的动量修正系数;
 γ ——水体的单位重;
 g ——重力加速度。

① 伊斯巴什(C.B. Исаев)曾假定为水平的封闭漩流,用能量方程式推求冲刷关系式,可参考文献[17][18]。

② 实际上在漩流区是不同于静水压力的。

因为 $V = q/h$, 代入上式整理得:

$$\tau = -\frac{\gamma q^2}{g} \frac{d}{dx} \left(\frac{\alpha}{h} \right) - \gamma h \frac{dH}{dx} \quad (1)$$

在上式中, 如果能知道沿着水流的 α 变化关系、水面变化的关系与沿水流分界面 τ 的变化关系, 就可以解出水流分界面的方程式。但是那样是非常复杂的, 而且还缺乏 τ 的实测资料, 因此就作一些合理的近似假定来处理上式。

关于水流分界面问题, 根据上节所述(图5、6、7所示), 我们可以假定冲刷坑的最深点与水流分界面相合, 也就是说在各冲刷阶段或各种土质冲刷平衡时, 坑底直接受水流分界面的淘刷。而且允许我们假定这些最深点的轨迹为一直线, 即:

$$h = h_1 + k_1 x \quad (2)$$

式中 h_1 ——护坦末端的水深;

k_1 ——常数。

关于沿水流方向的 α 变化, 从上节所述(图10所示), 我们可以近似地假定为下面的线性变化:

$$\alpha = \alpha_1 + k_2 \left(\frac{x}{h_1} \right) \quad (3)$$

式中 α_1 ——护坦末端水流断面的流速分布不均匀性动量修正系数;

k_2 ——常数。

将(3)式代入(1)式的 $\frac{d}{dx} \left(\frac{\alpha}{h} \right)$ 项, 得:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\alpha}{h} \right) = \left[\frac{k_2 h}{h_1} - \left(\alpha_1 + \frac{k_2 x}{h_1} \right) \frac{dh}{dx} \right] / h^2$$

再由(2)式 $x = (h - h_1)/k_1$ 及 $\frac{dh}{dx} = k_1$ 代入上式并简化后, 得:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\alpha}{h} \right) = -(k_1 \alpha_1 - k_2) / h^2 \quad (4)$$

其次, 关于水面高度的变化 $\frac{dH}{dx}$, 可引用水面微分方程式作近似的推求^①:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dh'}{dx} - \frac{dz}{dx} = \frac{\frac{dz}{dx} - \frac{q^2}{C^2 h'^3}}{1 - \frac{q^2}{gh'^3}} - \frac{dz}{dx}$$

式中 h' ——由水面至河床底的深度;

C ——谢才系数, 代表河床面的粗糙度;

$\frac{dz}{dx} = i$ ——河床底坡。现在把上式写成:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{i - \frac{q^2}{C^2} \left(\frac{1}{h'^3} \right)}{1 - \frac{q^2}{g} \frac{1}{h'^3}} - i = f \left(\frac{1}{h'^3} \right)$$

① 这里用的为符合本文假定的直线底坡水面微分方程式, 如果考虑为曲线底坡时, 可参考文献[19][20]。

現在暫且不向冲刷坑底 z 的形状或它是怎样一个函数, 先将上式展开为 $\frac{1}{h'^{3/2}}$ 項的泰勒級数:

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f'(0) &= q^2 \left(-\frac{z}{g} - \frac{1}{C^2} \right) \\ f''(0) &= \frac{2q^2}{g} \left(-\frac{z}{g} - \frac{1}{C^2} \right) \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

則得

$$\frac{dH}{dx} = q^2 \left(-\frac{z}{g} - \frac{1}{C^2} \right) \left(\frac{1}{h'^{3/2}} \right) + \frac{q^4}{g} \left(-\frac{z}{g} - \frac{1}{C^2} \right) \left(\frac{1}{h'^{3/2}} \right)^2 + \dots\dots \quad (5)$$

由于上面的級数收敛很快, 因此可只取前面的一項。

將(4)及(5)式代入(1)式得:

$$\tau = \frac{\gamma q^2}{g} \left(\frac{k_1 \alpha_1 - k_2}{h'^2} + \left(-\frac{g}{C^2} - z \right) \frac{h}{h'^{3/2}} \right) \quad (6)$$

我們只求冲刷坑最深点时, 依照前面的假定水流分界面与坑底相合, 即最大冲深 $t = h' = h$, 而且坑底坡 $z = 0$, 坑底的水流切应力用 τ_0 表示, 在冲刷平衡时, 它与河床土质的临界推移力相当, 并因 $\gamma = \rho g$, 則上式就可解出最大冲刷深度的关系式为:

$$t = \frac{q}{\sqrt{\tau_0/\rho}} \sqrt{k_1 \alpha_1 - k_2 + \frac{g}{C^2}} \quad (7)$$

上式中 $\sqrt{\tau_0/\rho} = V_*$, 为坑底的动力速度或剪切速度, 可以用冲刷河床土质的允許不冲流速或起动流速来表示, 或者直接用工质的临界推移力均可(見下节)。因此由上式可知, 影响局部冲刷深度的主要因素为单位寬流量 q 和土质的允許不冲流速或临界推移力 V_* ; 其次为护坦末端开始进入冲刷河床的流速分布(α_1), 水流分界面的路徑(k_1), 沿水流的流速分布变化(k_2), 以及河床的粗糙度 C 等。

关于表示水流分界面的系数 k_1 和表示由护坦末端到冲刷坑底沿水流的流速分布变化的系数 k_2 , 可以根据模型試驗决定。經過初步分析不多的旧有試驗資料后, 知道两系数均与开始进入冲刷河床的流态有密切关系。現在設 y 代表护坦末端垂直流速分布最大流速的位置高度(从护坦面算起), 选用它与护坦末端处水深 h_1 的相对比值 y/h_1 表示垂直流速分布的流态。根据底流式、面流式以及較為均匀的三种流态, 利用目前仅有的資料分析結果^①, 如图16及图17所示, 則得:

$$k_1 = 0.213 - 0.035 \frac{y}{h_1} \quad (8)$$

$$k_2 = \frac{0.076}{\alpha_1} \frac{y}{h_1} \quad (9)$$

① 這項資料較少, 因而只能說明这三种流态的影响趋势, 作为引导公式的过程。图中“○”为冲刷研究試驗資料[4], “×”为表1中編號28断面模型試驗資料。