



全国电力职业教育规划教材
职业教育电力技术类专业培训用书

电工测量及实验

(第二版)

周南星 编



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>



全国电力职业教育规划教材
职业教育电力技术类专业培训用书

电工测量及实验

(第二版)

周南星 编



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

全书共分两篇。第一篇讲述电工测量,主要内容有:电工测量的一般知识、直流电流和电压的测量、电阻的测量和万用表、交流电流和电压的测量、功率的测量、电能的测量、功率因素和相位的测量及常用电子测量仪表仪器。第二篇介绍电工实验,包括二十二个实验。最后的附录介绍电工实验设备。

本书内容简明扼要,文字通俗易懂,可作为高职院校电力技术类专业的教材,也可作为培训电工测量人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

电工测量及实验/周南星编. —2版. —北京:中国电力出版社,
2007.2

全国电力职业教育规划教材

ISBN 978-7-5083-5040-0

I. 电... II. 周... III. ①电量测量—专业学校—教材②电
工试验—专业学校—教材 IV. ①TM933②TM-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第159961号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路6号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

1994年6月第一版

2007年2月第二版 2007年2月北京第十四次印刷

787毫米×1092毫米 16开本 9印张 212千字

印数70181—73180册 定价13.60元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换)

前言

《电工测量及实验》是电气类专业的一门重要技术基础课。它的任务是使学生掌握电工测量的基本知识和实验技能。课程的特点是理论教学和实验并重，通过实验教学不仅要使学生具有一定的电工测量的理论基础，而且要具有一定的分析和解决实际问题的能力，以及严谨细致和实事求是的工作作风。

本书内容精练、重点突出、叙述准确、结构合理、体例规范、图文水平较高。自 1986 年编写《电工测量》（水电版）和 1996 年编写本书以来，已连续多次印刷发行，受到电力系统各职业院校的欢迎。本次除对基本内容作部分修订外，新增加了常用电子仪表仪器一章。

由于编者水平有限，书中错误缺点在所难免，希望使用本书的教师和同学提出批评和改进意见，以便今后修订提高。

编者

2006 年 11 月

目 录

前言

第一篇 电工测量

第一章 电工测量的一般知识	1
第一节 电工测量概述	1
第二节 仪表的误差	1
第三节 仪表的准确度(精确度)	4
第四节 测量误差	6
第五节 工程上测量误差的粗略估计	7
第六节 有效数字	9
第七节 电工仪表的表面标记和型号	12
练习与思考	13
第二章 直流电流和电压的测量	15
第一节 电压和电流的测量	15
第二节 磁电系测量机构	15
第三节 磁电系电流表	17
第四节 磁电系电压表	20
第五节 磁电系仪表的主要技术特性	21
练习与思考	21
第三章 电阻的测量和万用表	23
第一节 电阻测量概述	23
第二节 电阻的伏安法测量	23
第三节 直流单臂电桥	24
第四节 直流双臂电桥	26
第五节 兆欧表	28
第六节 欧姆表	31
第七节 万用表	33
第八节 交流电桥简介	36
练习与思考	38
第四章 交流电流和电压的测量	40
第一节 电磁系测量机构	40
第二节 电磁系电流表和电压表	41

第三节 电磁系仪表的主要技术特性	42
第四节 钳形表	43
练习与思考	44
第五章 功率的测量	45
第一节 电动系测量机构	45
第二节 电动系仪表的主要技术特性	46
第三节 电动系功率表	47
第四节 低功率因数功率表简介	49
第五节 三相有功功率的测量	51
第六节 三相无功功率的测量	53
练习与思考	54
第六章 电能的测量	55
第一节 简 述	55
第二节 感应系单相电度表	56
第三节 单相电度表的接线和选择	61
第四节 三相有功电度表	62
第五节 三相无功电度表	63
练习与思考	65
第七章 功率因数和相位的测量	66
第一节 功率因数的间接测量	66
第二节 电动系比率表	67
第三节 单相电动系相位表	68
练习与思考	72
第八章 常用电子测量仪表仪器	73
第一节 数字万用表	73
第二节 电子示波器	75
练习与思考	81

第二篇 电工实验

第九章 电工实验	82
实验课的作用和基本要求	82
实验须知	82
实验一 认识实验	83
实验二 电路中电位的测量	85
实验三 实际电源的外特性	86
实验四 电压表、电流表的检验	89
实验五 基尔霍夫定律的验证	91
实验六 叠加原理的验证	92
实验七 电阻星形和三角形网络的等效互换	94

实验八 戴维南定理的验证	96
实验九 电阻的测量 (一)	98
实验十 电阻的测量 (二)	100
实验十一 电阻伏安特性的测量	102
实验十二 用示波器观察信号波形	104
实验十三 串联谐振	105
实验十四 同名端和互感系数的测定	107
实验十五 线圈参数的测量	109
实验十六 功率因数的提高	111
实验十七 三相负载的星形连接	114
实验十八 三相负载的三角形连接	116
实验十九 三相功率的测量	117
实验二十 周期性非正弦交流电路的研究	118
实验二十一 一阶电路的研究	120
实验二十二 交流铁芯电路的研究	123
附录 电工实验设备简介	126

第一篇 电 工 测 量

第一章 电工测量的一般知识

第一节 电工测量概述

一、测量

所谓测量,简单地说就是确定被测量的数值。测量的过程,通常是将被测量与其单位量进行比较,以确定它是测量单位的多少倍或多少分之一。电工测量就是将被测的电工量与其单位量进行比较,以确定其大小的过程。

二、电工测量方法的分类

按测量方式可分为:

(1) 直接测量。由所用测量仪器仪表直接得到被测量数值的,称直接测量。如用电流表测电流,用电桥测电阻等。

(2) 间接测量。先测出与被测量有关的几个中间量,然后通过计算再求得被测量的,称间接测量。如用伏安法测量电阻,就是先测出电阻的电压和电流,然后再根据欧姆定律计算出电阻值。

按测量方法可分为:

(1) 直读法。使用电工测量指示仪表,在测量时通过仪表指针的偏转直接读取被测量数值的,称直读法。各种电流表、电压表、功率表和万用表均为电工测量指示仪表。这种测量简便、快速,但由于仪表本身的误差等因素会造成测量误差。

(2) 比较法。将被测量与标准量在比较式仪表内进行比较,从而得知被测量数值的,称比较法。各种直、交流电桥均为比较式仪表。这种测量方法的准确度高,但操作比较麻烦。

电工测量的方法是多种多样的,对某一被测量的测量常不限于采用一种方法,例如测量电阻值,有伏安法、电桥法,也可用万用表来测量的,每一种方法都有其优点和缺点。我们需要根据具体条件,采用合适的仪器仪表和合适的方法来进行测量。

第二节 仪表的误差

我们进行的任何测量都希望获得被测量的真实数值,真实数值简称为“真值”。不过,所有的仪器仪表都不能实现绝对理想的测量,因而我们得到的并不是被测量的真值,而是近似值。仪表的指示值与真值之间的差异,称为仪表的误差。仪表误差的大小,反映了仪表的准确程度。

一、仪表误差的分类

根据产生误差的原因,仪表的误差分为两类。

1. 基本误差

这是仪表本身结构不够准确而固有的误差。如标尺刻度不准,轴尖与轴承之间发生摩擦、内部磁场改变和安装不正确等原因,均会造成此类误差。

2. 附加误差

这是由于使用仪表在非正常工作条件下进行测量时产生的误差。如环境温度、外界电磁场、频率、波形等发生变化及安放位置不符合要求时，均会引起此类误差。

二、误差的几种表示形式

1. 绝对误差

测量值（仪表的指示值、仪表的读数） A_x 与被测量的真值 A_0 之间的差值，称为绝对误差，用符号 Δ 表示，即

$$\Delta = A_x - A_0$$

由于被测量的真值 A_0 是不知道的，所以用标准表（用来检定工作仪表的高准确度仪表）测得的值 A 来代替 A_0 ，这样，绝对误差便定义为

$$\Delta = A_x - A$$

式中 A ——标准表的指示值，称为实际值。

绝对误差有正、负之分，测量值大于实际值时为正，小于实际值时为负。绝对误差的单位与被测量的单位相同。应该注意，不要把误差的绝对值与绝对误差混为一谈。

绝对误差比较直观，但只有当几个被测量的数值相等或接近相等时，它才能正确评定测量的准确度。

【例 1-1】 电压表甲在测量实际值为 100V 的电压时，测量值为 101V；电压表乙在测量实际值为 1000V 的电压时，测量值为 998V。求两表的绝对误差。

解：甲表的绝对误差为

$$\Delta_{\text{甲}} = 101 - 100 = 1(\text{V})$$

乙表的绝对误差为

$$\Delta_{\text{乙}} = 998 - 1000 = -2(\text{V})$$

$|\Delta_{\text{甲}}| < |\Delta_{\text{乙}}|$ ，但如果认为甲表比乙表准确度高，显然是错误的。在这种情况下，应采用相对误差来进行评定。

2. 相对误差

绝对误差 Δ 与实际值 A 的比值称为相对误差，它是一个无单位的数值，用符号 γ 表示。在测量学中，相对误差常用分子为 1 的分数来表示，如 $\frac{1}{100}$ 、 $\frac{1}{500}$ 等。在电工测量中，通常以百分数表示相对误差，即

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{实际值}} \times 100\%$$

用符号表示为

$$\gamma = \frac{\Delta}{A} \times 100\%$$

在 [例 1-1] 中，甲、乙两电压表的相对误差分别为

$$\gamma_{\text{甲}} = \frac{1}{100} \times 100\% = 1\%$$

$$\gamma_{\text{乙}} = \frac{-2}{1000} \times 100\% = -0.2\%$$

显然，后者较前者的准确程度高。可见，相对误差表明了误差对测量结果的相对影响，

给出了误差的清晰概念。由于相对误差可以对不同测量结果的误差进行比较,所以它是误差计算中最常用的一种表示方法,工程上凡需确定测量结果的误差或估计测量结果的准确度时,一般都是计算相对误差。

由于被测量的实际值 A 和测量值 A_x 相差不大,所以工程上也常用测量值 A_x 代替 A 进行计算,即相对误差为

$$\gamma = \frac{\Delta}{A_x} \times 100\%$$

3. 引用误差

相对误差可以表示测量结果的准确程度,却不能用来说明仪表本身的准确性能。一只仪表在其测量范围内,各刻度处的绝对误差 Δ 相差不大,因而相对误差就随着测量值的减小而增大。例如一只 $0 \sim 250\text{V}$ 的电压表,在测量 200V 时,绝对误差 $\Delta = 2\text{V}$,其相对误差为

$$\gamma = \frac{2}{200} \times 100\% = 1\%$$

在测量 10V 时,绝对误差 $\Delta = 1.9\text{V}$,其相对误差为

$$\gamma = \frac{1.9}{10} \times 100\% = 19\%$$

因而相对误差在仪表的全量限上变化很大,任取哪一个 γ 值来表示仪表的准确度都不合适。

如果把相对误差 γ 计算公式中的分母换用仪表的最大刻度值(即上量限),则比值就接近于一个常数,解决了表示同一只仪表的相对误差变化太大的问题。绝对误差 Δ 与仪表最大刻度值 A_m 之比的百分数,称为引用误差或满度相对误差,记为 γ_n ,即

$$\gamma_n = \frac{\Delta}{A_m} \times 100\%$$

引用误差虽然也是一种相对误差,但它是用绝对误差与一个常数之比值来表示的,故实际上它反映了同量限仪表的绝对误差的大小。只有当仪表的读数接近其量限时,引用误差才反映测量结果的相对误差。

根据我国国家标准规定,引用误差用来表示电测量仪表的基本误差。

仪表各刻度处的绝对误差不一定相等,其值有大、有小,符号有正、有负,其中最大绝对误差 Δ_m 与仪表的最大刻度值 A_m 之比的百分数,称为最大引用误差,记为 γ_{nm} ,即

$$\gamma_{nm} = \frac{\Delta_m}{A_m} \times 100\%$$

一只合格的仪表,在规定的正常工作条件下,其最大引用误差应小于其允许的数值。

三、修正值

在实际测量中,常采用加入修正值的方法来提高测量结果的准确程度。

绝对值与 Δ 相等,而符号相反的值,称为修正值,用符号 C 表示,即

$$C = -\Delta$$

也就是

修正值 = - 绝对误差

故

实际值 = 测量值 - 绝对误差 = 测量值 + 修正值

即

$$A = A_x + C$$

【例 1-2】 一电压表在 50V 刻度点的 $\Delta = 0.04\text{V}$ ，求该刻度的修正值和实际值。

解：

$$C = -\Delta = -0.04(\text{V})$$

$$U = U_x + C = 50 + (-0.04) = 49.96(\text{V})$$

第三节 仪表的准确度（精确度）

一、准确度

准确度的高、低是用误差来衡量的。误差越小，准确度越高；误差越大，准确度越低。

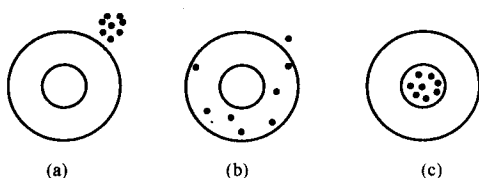


图 1-1 精密度与正确度比较示意图

(a) 精密度高；(b) 精密度低；

(c) 精密度和正确度都高

准确度包含精密度和正确度两个成分，其中精密度是指多次重复测量某一值时，测量数据的一致程度。以射击为例，靶心相当于测量真值，而着弹点相当于测量值，准确的射击好比准确的测量。图 1-1 (a) 虽不命中，正确度差，但着弹点密集，表示精密度高；图 1-1 (b) 着弹点分散，精密度差，但正确度比图 1-1 (a) 的高。可见，精密度和正确度是有区别的。正确度和精

密度都高是有可能的，如图 1-1 (c) 所示，着弹点都集中在靶心。

测量结果的精密度高，不一定正确度就高。反之，正确度高，精密度不一定也高。不够精密或不够正确的程度超过一定的范围，测量结果就没有意义了。精密度和正确度都高，称为精确度（取前者之“精”，取后者之“确”）高或准确度高。

二、仪表的准确度等级

仪表的准确度等级是表明仪表质量的主要标志，用来反映仪表的基本误差。

仪表的准确度等级指标是按国家标准 GB7676-2《直接作用模拟指示电测量仪表及其附件》的规定，电流表、电压表的准确度共分 13 级：0.05、0.1、0.2、(0.3)、0.5、1.0、(1.5)、2.0、(2.5)、(3.0)、5.0、10、20 级，其中带括号的级别不是优选系列。在各级仪表标尺工作部分的所有分度线上，其基本误差不允许超过仪表准确度等级的数值，如表 1-1 所示。

表 1-1

电流表、电压表的准确度等级

准确度等级指标	0.05	0.1	0.2	(0.3)	0.5	1.0	(1.5)
基本误差限 (%)	± 0.05	± 0.1	± 0.2	± 0.3	± 0.5	± 1.0	± 1.5
准确度等级指标	2.0	(2.5)	(3.0)	5.0	10	20	
基本误差限 (%)	± 2.0	± 2.5	± 3.0	± 5.0	± 10	± 20	

功率表和无功功率表的准确度等级共分 10 级：0.05、0.1、0.2、0.3、0.5、1.0、1.5、2.0、2.5、3.5 级。

若以 K 表示仪表的准确度等级，则 K 与最大引用误差的关系是

$$K\% \geq \frac{|\Delta_m|}{A_m} \times 100\%$$

K 值表示仪表在规定工作条件下所允许具有的最大误差。例如，准确度等级 $K=0.5$ 的

仪表,在规定工作条件下,其最大引用误差不允许超过 $\pm 0.5\%$ 。仪表的准确度等级的数值越小,允许的最大引用误差就越小,表示仪表的准确度越高。通常,0.05、0.1、0.2级仪表用作标准表,0.5、1.0、1.5级仪表用于实验室,1.5、2.5、5.0级仪表用于配电盘。我国颁发的《电力工业技术管理法规》中规定:用于发电机及其重要设备的交流仪表,其准确度等级应该不低于1.5级;用于其他设备和线路上的交流仪表,应不低于2.5级;直流仪表应不低于1.5级。对于电力系统中的调度所和发电厂,为了准确监视系统的频率,宜采用数字式和记录式频率表,其测量范围在45~55Hz时的基本误差应不大于 $\pm 0.02\text{Hz}$ 。为了准确地监视系统电压,在电压监视点上应装设记录式电压表。

仪表一般都在运行现场使用,有些场合是很难满足规定的技术条件的,此时带来的仪表的附加误差,在国家标准中有相应规定。如A组1.5级指示仪表的正常工作温度为 $20 \pm 2^\circ\text{C}$,温度每偏离 10°C ,所引起的附加误差用最大引用误差表示,也是 $\pm 1.5\%$ 。

【例 1-3】 校验一只量程为300V的电压表,发现100V处的误差最大,其值 $\Delta_m = -2\text{V}$,求该表的准确度等级。

解:
$$\frac{|\Delta_m|}{A_m} \times 100\% = \frac{2}{300} \times 100\% = 0.67\%$$

准确度等级K为1.0级。

【例 1-4】 用量程为5A、准确度等级为0.5级的电流表来测量5A和2.5A的电流,求测量结果可能出现的最大相对误差。

解:可能出现的最大绝对误差为

$$\Delta_m = \pm K\% \times A_m = \pm 0.5\% \times 5 = \pm 0.025(\text{A})$$

测量5A时,可能出现的最大相对误差为

$$\gamma = \frac{\Delta_m}{A} \times 100\% = \frac{\pm 0.025}{5} \times 100\% = \pm 0.5\%$$

测量2.5A时,可能出现的最大相对误差为

$$\gamma = \frac{\Delta_m}{A} \times 100\% = \frac{\pm 0.025}{2.5} \times 100\% = \pm 1.0\%$$

应该指出,仪表的准确度等级是反映仪表性能的主要指标,但由以上两例可知,使用仪表进行测量时,它所产生的相对误差可能会超过仪表准确度等级的允许误差,被测量越小,相对误差就越大。所以,不能把仪表的准确度等级看成是测量结果的准确度。准确度等级为0.5级的仪表,其测量结果的相对误差通常会大于 $\pm 0.5\%$ 。只有当被测量与仪表的满度值相等时,测量结果的相对误差才不大于仪表准确度等级所允许的误差。

【例 1-5】 测量200V的电压,现有两只电压表:①量程500V,1.0级;②量程250V,1.5级。试问用哪只表测量较为准确?

解:两表可能出现的最大绝对误差和相对误差分别为

$$(1) \Delta_m = \pm K\% \times A_m = \pm 1.0\% \times 500 = \pm 5.0(\text{V})$$

$$\gamma = \frac{\pm \Delta_m}{A} \times 100\% = \frac{\pm 5.0}{220} \times 100\% = \pm 2.3\%$$

$$(2) \Delta_m = \pm K\% \times A_m = \pm 1.5\% \times 250 = \pm 3.75 \approx \pm 3.8(\text{V})$$

$$\gamma = \frac{\pm \Delta_m}{A} \times 100\% = \frac{\pm 3.8}{220} \times 100\% = \pm 1.7\%$$

故用250V、1.5级的电压表较为准确。

由此例可知，并不是仪表“越高级越好”，仪表的准确度高，一般来说误差是小了，但仪表的量限大了会增大误差。这好比秤小东西要用小秤或天平，而不能用大秤来秤一样，否则可能无法秤或秤不准。因而选用仪表要考虑合适的量限。为了保证测量结果的准确度，仪表的量限应尽量接近被测量，通常被测量应大于仪表量限的二分之一。在运行现场，应尽量保证发电机、变压器及其他电力设备在正常运行时，仪表指示在标度尺量限的三分之二以上，并应考虑过负荷时能有适当指示。

第四节 测 量 误 差

一、测量误差

测量误差是指测量结果与被测量的实际值之间的差异。它除了包括仪表误差外，还包括因测量方法、外界环境和操作技术等因素带来的误差。

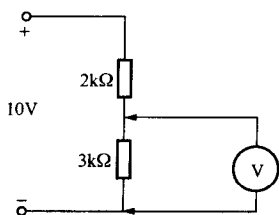


图 1-2 测试方法的影响

测量方法误差是由于仪表接入电路后改变了电路的状态，或测量方法依据的是某个近似公式时造成的误差。如图 1-2 所示的电路， $3\text{k}\Omega$ 电阻两端的电压应为 6V ，当接入内阻 $R_V = 6\text{k}\Omega$ 的电压表时，测量所得却为 5V 。这时，绝对误差 $\Delta = 5 - 6 = -1$ (V)，相对误差 $\gamma = \frac{-1}{6} \times 100 = -16.7\%$ ，这就是测试方法的影响。

二、测量误差的分类

根据测量误差的性质，可将测量误差分为系统误差、随机误差和粗大误差三类。了解它们的特点和来源，便于设法消除或减少对测量结果的影响。

1. 系统误差

凡数值固定或遵循一定规律变化的误差，称为系统误差。系统误差可以通过实验或理论计算来求得。系统误差有以下几种来源。

(1) 仪表本身的“固有误差”，也即基本误差。各种准确度等级的仪表均有一定的容许误差。准确度等级高的，容许误差小；准确度等级低的，容许误差大。

(2) 仪表的“使用误差”，也即附加误差。

(3) 测量方法的误差。

(4) 测量人员的僻性误差。由于各人的感官差异和习惯偏向造成的误差。

系统误差应该控制在容许范围内，如果超出了容许范围就应该设法补偿修正。通常，系统误差可以通过与高一级的基准进行对比而得到校正。

2. 随机误差

随机误差又称偶然误差，其特点是在多次测量同一量时，误差的大小和符号均发生不可预知的变化。这种误差是由于各种随机因素（温度的微量变化、空气的扰动、地面的微震、电源电压波动、电磁场微变等）对测量产生的综合影响所造成。

由于随机误差没有规律性，它不为测量者所预知，也无法加以控制，所以随机误差不能用实验方法加以修正。对这种误差，可通过获取大量测定值后求取平均值来使之减少。在消除系统误差之后，这种平均值比较接近实际值。因而，常以平均值作为测量结果。

3. 粗大误差

由于测量人员的疏忽而造成的误差称为粗大误差或疏失误差。如仪器操作不正确、读错、记错或算错而带来的误差。这种误差的数值可能远大于系统误差或随机误差，严格地说，它不属于误差的范畴，而是不懂测量或粗心大意而造成的错误。

含有粗大误差的测量值称为坏值，应予废弃。

第五节 工程上测量误差的粗略估计

第四节介绍三类测量误差的特点和来源，以及消除方法。由于系统误差的规律可为人们所掌握，下面主要介绍在工程上对系统误差的估计。

一、直接测量时误差的粗略估计

1. 仪表的误差估计

若仪表的准确度等级 K 和上量限 A_m 为已知，则测量时可能出现的最大绝对误差为

$$\Delta_m = \pm K\% A_m$$

上式确定了最大绝对误差的范围，但最大绝对误差出现在哪一刻度处则是不知道的。

如果测量值为 A_x ，可认为 Δ_m 就出现在 A_x 处，则可能出现的最大相对误差为

$$\gamma = \frac{\Delta_m}{A_x} \times 100\% = \pm \frac{K\% \times A_m}{A_x} \times 100\%$$

如果测量时的环境条件不符合规定的正常工作条件，则应根据国家标准的规定计算附加误差。

仪表的测量误差为上述最大相对误差及附加误差之和。

根据国家标准，环境温度超出额定值后，每改变 10°C 时，附加误差为 $\pm 1.5\%$ 。

故测量结果总的最大相对误差为两者之和，即

$$\gamma_\Sigma = \pm (4.5 + 1.5)\% = \pm 6\%$$

2. 测量方法的误差估计

对测量原理和公式进行全面研究，可分析出哪些参数会对测量产生影响，从而计算出误差，然后计入测量误差中。

二、间接测量时误差的粗略估计

间接测量时，有关的中间量在直接测量时都含有误差，这些误差影响到间接测量的误差。以下分几种情况进行计算分析。

1. 被测量 y 为已知量 x_1 和 x_2 的和

$$y = x_1 + x_2$$

根据 $A_x = A + \Delta$ ，有

$$y = y_0 + \Delta y, x_1 = x_{10} + \Delta x_1, x_2 = x_{20} + \Delta x_2$$

$$y_0 + \Delta y = x_{10} + \Delta x_1 + x_{20} + \Delta x_2$$

故

$$\Delta y = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

这里的 Δx_1 和 Δx_2 是测量 x_1 和 x_2 时的绝对误差。当 Δx_1 和 Δx_2 的符号已知时， Δy 为它们的代数和。若 Δx_1 和 Δx_2 的符号未知时， Δy 应取它们绝对值之和，以估算其可能的最大误差，即

$$|\Delta y| = |\Delta x_1| + |\Delta x_2|$$

【例 1-6】 在正常工作条件下测量电流, 假设 $I = I_1 + I_2$ 。已知测得 $I_1 = 1\text{A}$, $\Delta I_1 = 0.01\text{A}$; $I_2 = 3\text{A}$, $\Delta I_2 = -0.03\text{A}$ 。求 I 的误差。

解: 因 ΔI_1 和 ΔI_2 的符号为已知, 故

$$\Delta I = \Delta I_1 + \Delta I_2 = 0.01 + (-0.03) = -0.02(\text{A})$$

$$I = I_1 + I_2 = 1 + 3 = 4(\text{A})$$

$$\gamma = \frac{\Delta I}{I} \times 100\% = \frac{-0.02}{4} \times 100\% = -0.5\%$$

【例 1-7】 在正常工作条件下进行测量, 假设 $I = I_1 + I_2$ 。已知 $I_1 = 1\text{A}$, $\gamma_1 = \pm 1\%$; $I_2 = 3\text{A}$, $\gamma_2 = \pm 1\%$ 。求 I 的误差。

$$\text{解: } \Delta I_1 = \gamma_1 \times I_1 = \pm 1\% \times 1 = \pm 0.01(\text{A})$$

$$\Delta I_2 = \gamma_2 \times I_2 = \pm 1\% \times 3 = \pm 0.03(\text{A})$$

因 ΔI_1 和 ΔI_2 的符号为未知, 从最不利情况来考虑, 可能出现的间接测量误差的最大值为

$$|\Delta I| = |\Delta I_1| + |\Delta I_2| = 0.01 + 0.03 = 0.04(\text{A})$$

最大相对误差为

$$\gamma = \frac{\Delta I}{I} \times 100\% = \frac{\pm 0.04}{4} \times 100\% = \pm 1\%$$

仍未超过 I_1 和 I_2 的相对误差。

2. 被测量 y 为已知量 x_1 和 x_2 的差

$$y = x_1 - x_2$$

则

$$\Delta y = \Delta x_1 - \Delta x_2$$

从最不利情况来考虑, 有

$$|\Delta y| = |\Delta x_1| + |\Delta x_2|$$

【例 1-8】 在正常工作条件下测量时, 假设 $I_2 = I - I_1$ 。已知 $I = 3\text{A}$, $\gamma = \pm 1\%$; $I_1 = 1\text{A}$, $\gamma_1 = \pm 1\%$ 。求 I_2 的相对误差。

$$\text{解: } \Delta I = I \times \gamma = 3 \times (\pm 1\%) = \pm 0.03(\text{A})$$

$$\Delta I_1 = I_1 \times \gamma_1 = 1 \times (\pm 1\%) = \pm 0.01(\text{A})$$

从最不利的情况来考虑, 间接测量结果的最大绝对误差为

$$|\Delta I_2| = |\Delta I| + |\Delta I_1| = |\pm 0.03| + |\pm 0.01| = 0.04(\text{A})$$

而

$$I_2 = I - I_1 = 3 - 1 = 2(\text{A})$$

则

$$\gamma_2 = \frac{\Delta I_2}{I_2} \times 100\% = \frac{\pm 0.04}{2} \times 100\% = \pm 2\%$$

可见, 间接测量结果可能出现的最大相对误差大于两个中间量的相对误差, 且两个中间量越接近, 也就是被测量越小时, 被测量的相对误差就越大。所以这种测量方法应尽量不采用, 如果必须采用时, 则应提高各中间量的测量准确度。

3. 被测量 y 为已知量 x_1 和 x_2 之积

$$y = x_1 x_2$$

则

$$\begin{aligned} \Delta y &= y - y_0 = x_1 x_2 - x_{10} x_{20} \\ &= x_1 x_2 - (x_1 - \Delta x_1)(x_2 - \Delta x_2) \end{aligned}$$

$$= x_1 \Delta x_2 + x_2 \Delta x_1 + \Delta x_1 \Delta x_2$$

$$\approx x_1 \Delta x_1 + x_2 \Delta x_1$$

上式中, $\Delta x_1 \Delta x_2$ 很小, 故可略去。

间接测量结果的相对误差为

$$\gamma = \frac{\Delta y}{y} \times 100\% = \frac{x_1 \Delta x_2 + x_2 \Delta x_1}{x_1 x_2} \times 100\%$$

$$= \left(\frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{\Delta x_2}{x_2} \right) \times 100\% = \gamma_1 + \gamma_2$$

因而, 测量结果为两个中间量相乘时, 两个中间量的相对误差符号最好是相反的。

当 γ_1 和 γ_2 的符号未知时, 从最不利的情况考虑, 可能产生的最大相对误差为

$$|\gamma| = |\gamma_1| + |\gamma_2|$$

4. 被测量 y 为已知量 x_1 和 x_2 的商

$$y = \frac{x_1}{x_2}$$

与积的推导相同, 可得

$$\gamma = \gamma_1 - \gamma_2$$

因而, 测量结果为两个中间量相除时, 这两个中间量的相对误差符号最好是相同的。

当 γ_1 和 γ_2 的符号不能确定时, 从最不利的情况来考虑, 可能出现的最大相对误差为

$$|\gamma| = |\gamma_1| + |\gamma_2|$$

【例 1-9】 在正常工作条件下, 用 0.5 级、量限为 3V 的电压表测得电阻 $R = 10\Omega$ ($\gamma_R = \pm 1\%$) 两端的电压为 2.50V。试求电阻中的电流和误差范围。

解: (1) 电阻中的电流为

$$I = \frac{U}{R} = \frac{2.50}{10} = 0.250(\text{A}) = 250(\text{mA})$$

(2) 测量结果的最大相对误差为

$$|\gamma_I| = |\gamma_U| + |\gamma_R|$$

其中

$$\gamma_U = \frac{\pm 0.5\% \times 3}{2.50} \times 100\% = \pm 0.6\%$$

已知

$$\gamma_R = \pm 1\%$$

故

$$|\gamma_I| = 0.6\% + 1\% = 1.6\%$$

$$\gamma_I = \pm 1.6\%$$

第六节 有效数字

一、有效数字的概念

测量值一般都包含有误差, 所以测量值是近似值。近似值的数字应取多少位, 这是应该弄清楚的。例如, 图 1-3 所示为 0~50V 量限的电压表。电压表指针在位置 1 的读数为 8.5V, 其中小数点后的“5”是估读的(欠准的); 指针在位置 2 时, 正指在 25V 处, 应记为 25.0V; 指针在位置 3 时, 正指在 40V 处, 应记为 40.0V。如果该表量限为 5V, 则各量应记为 0.85、2.50V 和 4.00V。这种仪表的测量值最多只能写成 3 位数, 如果多

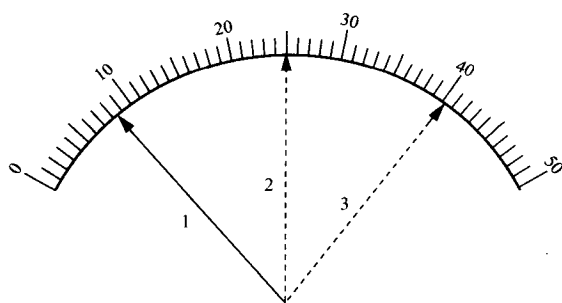


图 1-3 仪表有效数字的读取

于 3 位数, 3 位数后的数字就无意义了。

一个数据, 从左边第一个非零数字算起至后面含有误差的一位止, 其间所有数码均为有效数字。有效数字的位数称为有效位数, 有效位数越多, 误差越小。例如 $\pi = 3.14159 \dots$, 在计算中可取

$$\pi = 3.142 \quad \text{四位有效数}$$

$$\pi = 3.1416 \quad \text{五位有效数}$$

可见, 有效位数表征着近似值的准确程度。

在数学中, 1.1 和 1.10 是相等而没有区别的, 但作为测量数据, 二者是有区别的。前者表示误差出现在小数点后第一位, 而后者表示误差出现在小数点后第二位, 因此, 后者比前者要精确。

“0”这个数字, 当它在数字中间或在数尾时, 是有效数字, 如 101、200、2.30。在小数点后的数尾不能随便增加或减少零。但当“0”在第一个非零数字之前时, 就不是有效数字, 如 0.023 中第一个和第二个“0”都不是有效数字, 因为 0.023m 可以写成 $23 \times 10^{-3}\text{m} = 23\text{mm}$, 也可写成 $23 \times 10^{-6}\text{km}$, 采用不同乘幂仅改变单位, 而不改变准确度, 故此数的有效位数为 2。

有些数值为准确值, 是不带误差的, 如公式 $\omega = 2\pi f$ 和 $W = \frac{1}{2}LI^2$ 中的 2 和 $\frac{1}{2}$, 它们的有效位数应为无穷多位。

为了保证测量仪器的准确度, 其指示机构必须使读数有足够的位数, 位数不够会增加仪器的测量误差, 位数太多又没有必要, 如数字式电压表的误差为万分之几, 就应设计五位读数, 若仅有四位读数, 则误差达千分之几, 若设计六位读数, 则第六位表示整个读数的十万分之几, 比总误差还小, 所以这一读数已无意义。

二、数据的舍入规则

通常, 对测量或计算所得数据要进行舍入处理, 以使它具有所需的位数, 这个处理工作叫“修约”, 修约的规则为:

若选定有效位数为 n , 则第 $n+1$ 位后的多余数字按下列规则舍入。

(1) 当第 $n+1$ 位数字大于 5 时则入, 如 $e=2.71828$ 取三位为 $e=2.72$ 。

(2) 当第 $n+1$ 位数字小于 5 时则舍, 如 $e=2.71828$ 取四位为 $e=2.718$ 。

(3) 当第 $n+1$ 位数字恰好等于 5 时应使用“偶数原则”: 若第 n 位为奇数, 则进 1, 如 $\pi=3.14159$, 取四位为 $\pi=3.142$; 若第 n 位为偶数, 则舍去, 如 123.45 取四位为 123.4。总之, 要使末位凑成偶数。这与“四舍五入”的一般规则不同, 逢 5 就入会在大量的数字运算中造成累积误差, 而根据末位的奇偶数来决定入或舍, 可使入与舍的机会相等, 提高了数据的准确度。

(4) 若需要舍去的尾数为两位以上的数字时, 不得进行连续修约, 而是应该根据准备舍去的数字中左边第一个数字的大小, 按上述规则一次修约出结果。如 12.346, 需要修约成